

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory II

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 60200 Brno, Czech Republic
{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

2. 3. 2011

Obsah přednášky

Graf

Základní pojmy

Typy grafů

Některá rozšíření pojmu grafu

Analogie se známými pojmy

Graf

▶ Graf G je dvojice (V, E)

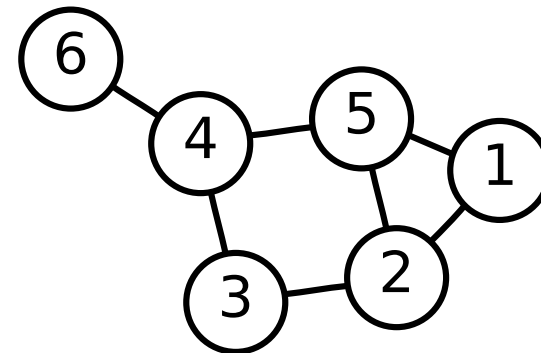
- ▶ V = množina vrcholů (též $G(V)$)
- ▶ E = množina hran (též $G(E)$) – obsahuje vybrané dvouprvkové podmnožiny V

▶ Základní model pro mnoho praktických aplikací

- ▶ mapy – maps.google, mapy.cz
- ▶ počítačové sítě
- ▶ modelování procesů
- ▶ konečné automaty
- ▶ syntaktické rozbory
- ▶ sémantické sítě
- ▶ ...

Příklad grafu

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$H = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$$

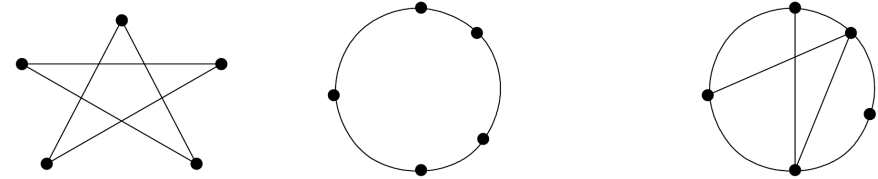


Základní pojmy

- ▶ Sousední vrcholy
 - ▶ spojené nějakou hranou
- ▶ Stupeň vrcholu
 - ▶ počet hran, které z daného vrcholu vychází
- ▶ Podgraf grafu G
 - ▶ obsahuje pouze vybrané vrcholy a hrany z grafu G
 - ▶ hrany musí být pouze mezi vybranými vrcholy (výsledek musí opět tvořit graf)
- ▶ Isomorfismus mezi grafy G a G'
 - ▶ bijekce $f : V(G) \rightarrow V(G')$ taková že pokud $\{u, v\}$ je hrana v G , pak $\{f(u), f(v)\}$ je hrana v G'
 - ▶ grafy jsou **isomorfní** (shodné), pokud mezi nimi existuje isomorfismus

Isomorfismus – příklad

Které z následujících grafů jsou isomorfní?



Typy grafů (I)

- ▶ Kružnice
 - ▶ stejný počet vrcholů a hran
 - ▶ všechny vrcholy stupně 2
 - ▶ náčrt grafu tvoří kružnici
- ▶ Cesta
 - ▶ kružnice s jednou chybějící hranou
 - ▶ počáteční a koncový vrchol
- ▶ Úplný graf
 - ▶ každé dva vrcholy jsou spojeny hranou

Zajímavé podgrafy

- ▶ Cyklus (kružnice) v grafu
 - ▶ podgraf, který je kružnicí
- ▶ Cesta v grafu
 - ▶ podgraf, který je cestou
- ▶ Klika v grafu
 - ▶ podgraf, který je úplným grafem

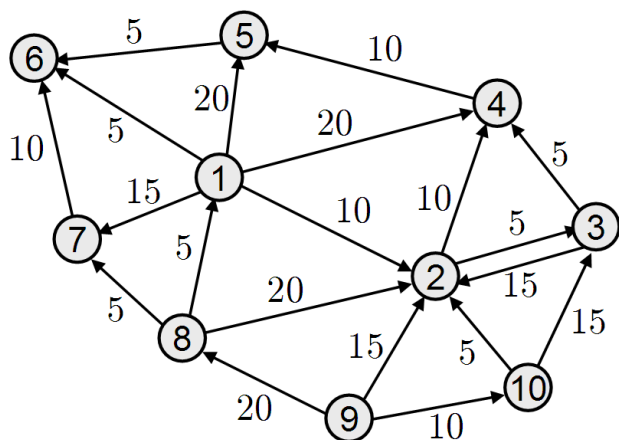
Typy grafů (II)

- ▶ Acyklický, resp. „les“
 - ▶ neobsahuje kružnici (cyklus) jako podgraf
- ▶ Souvislý
 - ▶ mezi každými dvěma vrcholy existuje cesta
- ▶ Strom
 - ▶ acyklický souvislý graf

Některá rozšíření pojmu grafu

- ▶ Orientovaný graf
 - ▶ hrany jsou orientovány
 - ▶ \rightarrow zdrojový a cílový vrchol
 - ▶ \rightarrow množina hran je množina uspořádaných dvojic
- ▶ Ohodnocený graf
 - ▶ hrany jsou ohodnoceny (např. vzdáleností mezi vrcholy)
 - ▶ formálně funkce $e : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$
- ▶ Multigraf
 - ▶ povoluje více hran mezi dvěma stejnými vrcholy
 - ▶ povoluje hrany začínající a končící ve stejném vrcholu („smyčky“)
- ▶ Výše uvedené pojmy se mohou libovolně kombinovat

Příklad – orientovaný ohodnocený graf



Analogie se známými pojmy

- ▶ Graf lze popsat jako relaci na množině vrcholů
 - ▶ množina hran je chápána jako relace
 - ▶ orientovaný graf – nereflexivní relace
 - ▶ neorientovaný graf – nereflexivní symetrická relace
- ▶ Přechodový graf konečného automatu
 - ▶ orientovaný ohodnocený multigraf
 - ▶ ohodnocení symboly abecedy (nikoli čísla)
 - ▶ (navíc máme vrcholy dvou typů)