

# Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory II

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita  
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic

{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

9. 3. 2011

# Obsah přednášky

- 1 Další pojmy z teorie grafů
- 2 Kruskalův algoritmus
- 3 Dijkstrův algoritmus

# Souvislé komponenty

- Souvislé komponenty
  - největší souvislé podgrafy
  - → mezi každými dvěma vrcholy existuje cesta
- Silně souvislé komponenty
  - v případě orientovaných grafů
  - mezi každými dvěma vrcholy existuje cesta tam i zpět

# Vzdálenost v grafu

- Délka cesty
  - **nehodnocený graf**: počet hran v cestě
  - **ohodnocený graf**: součet ohodnocení jednotlivých hran v cestě
- Vzdálenost mezi dvěma vrcholy  $X$  a  $Y$ 
  - je délka nejkratší cesty z  $X$  do  $Y$

# Kořen a listy stromu

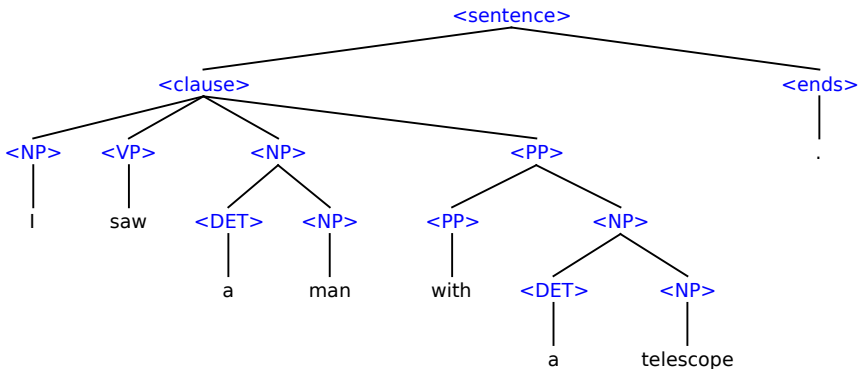
## ■ Kořen stromu

- jeden vyznačený vrchol
- kreslíme většinou nahoře :)

## ■ Listy stromu

- vrcholy stupně 1, které nejsou kořenem
- kreslíme většinou dole

# Příklad – syntaktický strom



# Kostra grafu

- Podgraf, který
  - obsahuje všechny vrcholy původního grafu
  - je strom
  - → musíme odstranit všechny cykly
- Minimální kostra grafu
  - pro ohodnocený graf
  - kostra s nejmenším součtem ohodnocení hran
  - analogicky maximální kostra

# Kruskalův algoritmus

- Vstup
  - neorientovaný graf  $G$
  - ohodnocení hran  $w$
- Výstup
  - minimální kostra grafu  $G$
- Algoritmus je tzv. **hladový**
  - v každém kroku vybírá lokálně optimální možnost
- Idea
  - setřídít hrany podle ohodnocení
  - v každém kroku přidat do kostry tu nejmenší, která nevytvoří cyklus
  - udržujeme si seznam souvislých komponent kostry



# Kruskalův algoritmus ( $G, w$ )

- $K \leftarrow [ ]$ ;  $comp \leftarrow \{ \}$
- for  $u$  in  $G(V)$ :
  - $comp[u] \leftarrow set(u)$
- setříd'  $G(E)$  podle  $w$
- for  $(u, v)$  in  $G(E)$ :
  - if  $comp[u] \neq comp[v]$  :
    - $K.append((u, v))$
    - $newset = union(comp[u], comp[v])$
    - for  $x$  in  $newset$  :  $comp[x] \leftarrow newset$
- $K$  je minimální kostra grafu

# Dijkstrův algoritmus

## ■ Vstup

- graf s hranami ohodnocenými funkcí  $w$
- ohodnocení hran musí být nezáporné
- počáteční vrchol  $s$

## ■ Výstup

- vzdálenosti z vrcholu  $s$  do všech dalších vrcholů grafu

## ■ Idea

- udržujeme si nejmenší známé vzdálenosti do všech vrcholů
- na začátku nekonečno
- procházíme postupně vrcholy a hodnoty upravujeme

# Dijkstrův algoritmus ( $G, s$ )

- for  $u$  in  $G(V)$ :
  - $d[u] \leftarrow \textit{infinity}$
- $d[s] \leftarrow 0$
- $N \leftarrow G(V)$
- $p \leftarrow \{\}$
- while  $N \neq []$ :
  - $u \leftarrow$  vrchol z  $N$  s nejmenší hodnotou  $d[u]$
  - for všechny hrany  $(u, x)$  vycházející z vrcholu  $u$ :
    - $alt \leftarrow d[u] + w((u, x))$
    - if  $alt < d(x) : d[x] \leftarrow alt; p[x] \leftarrow u$
  - odstraň  $u$  z  $N$
- $d$  jsou vzdálenosti vrcholů z vrcholu  $s$
- $p$  obsahuje předchozí vrcholy na nejkratší cestě z  $s$