

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory II

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic

{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

23. 3. 2011

Obsah přednášky

- 1 Náhodná veličina
- 2 Rozložení pravděpodobnosti
- 3 Distribuční funkce
- 4 Náhodný vektor

Náhodná veličina

- Též náhodná proměnná, random variable
- Vlastnost X , jejíž hodnotu neznáme
 - protože nemáme dost informací
 - protože vlastnost ještě nenabyla hodnoty
 - „teplota vzduchu v Brně zítra v poledne“
 - „výsledek hodu kostkou“
 - (kdybychom dokonale znali rychlost kostky, její rotaci, vlastnosti povrchu atd., byli bychom schopni **vypočítat**, co padne)
- Většinou ale máme nějaké informace o dané vlastnosti
 - výsledky hodů kostkou v minulosti
 - měření teploty v minulosti
 - → pravděpodobnosti jednotlivých hodnot nejsou stejné

Rozložení pravděpodobnosti

- Těž distribuce pravděpodobnosti, probability distribution
- Pravděpodobnost, že vlastnost X nabude hodnotu x
 - určíme např. z dřívějších pozorování
 - pravděpodobnost, že zítra v poledne bude -100 stupňů
 - vs. pravděpodobnost, že zítra v poledne bude 10 stupňů
- Formálněji
 - funkce f , která každé možné hodnotě vlastnosti přiřadí číslo (pravděpodobnost) od 0 do 1
 - součet hodnot funkce pro všechny možné hodnoty vlastnosti je 1
 - $f_X(x) = P(X = x)$

Rozložení pravděpodobnosti

- Rozlišujeme diskrétní a spojitá rozložení
 - konečně nebo spočetně mnoho hodnot vs. nespočetně mnoho hodnot
 - omezíme se na diskrétní
- pravděpodobnostní prostor
 - množina všech hodnot vlastnosti spolu s distribucí pravděpodobnosti

Statistika a pravděpodobnost

- Pravděpodobnostní rozložení je určeno
 - „ideální“ funkcí
 - pozorováním v minulosti zachyceným ve **statistickém souboru**
 - → z naměřených dat určujeme pravděpodobnost neznámých dat
 - např. pravděpodobnostní rozložení hodnot teploty zítra v poledne
 - → na základě měření poledních teplot v minulých dnech
 - např. pravděpodobnostní rozložení slov (slovních druhů, ...) v jazyce
 - → na základě dostatečně velkého vzorku textů

Statistika a pravděpodobnost

- Statistický soubor a pravděpodobnostní prostor
 - relativní četnosti ve statistickém souboru odpovídají hodnotám pravděpodobnostního rozložení v pravděpodobnostním prostoru

Distribuční funkce

- Cumulative distribution function
- Pravděpodobnost, že vlastnost X nabude hodnotu x nebo menší
 - $F_X(x) = P(X \leq x)$
 - hodnota distribuční funkce odpovídá percentilu
 - pro medián je hodnota distribuční funkce 0.5

Náhodný vektor

■ Posloupnost náhodných veličin

- např. počasí v Brně zítra v poledne
- (*teplota, tlak, vlhkost*)

■ Rozložení pravděpodobnosti

- pravděpodobnost vektoru může být jiná než součin pravděpodobností jednotlivých jeho složek

■ Distribuční funkce

- např. $F(x, y) = P(X \leq x \wedge Y \leq y)$