# FUNKCE

# FUNKCE

- **funkce je speciální typ relace: funkce je taková ($n$- ární) relace, kde prvních $n - 1$ hodnot v $n$-tici jednoznačně určuje poslední hodnotu**
- n-ární relace: množina uspořádaných entic

- **funkce je zobrazení**
- relace R z množiny A do množiny B se nazývá zobrazením z A do B, právě když ke každému prvku a $\in$A existuje nejvýše jeden prvek b $\in$B takový, že platí (a, b)$\in$R)

# FUNKCE

**alternativně se můžeme na relaci podívat jako na vstupně-výstupní mechanismus:**

- **prvních $n - 1$ hodnot v $n$-tici můžeme pokládat za argumenty**
- **relace (vstup), poslední hodnotu za její výsledek**
- **pokud má být taková relace funkcí, výstup musí být jednoznačně určen argumenty**

# FUNKCE

**formálně, binární relace $f$ na množině $A$ je funkce, pokud platí:**

$\forall a, b, c \in A\ (\ (a, b) \in f \wedge (a, c) \in f \Rightarrow b = c\ )$

**obdobně, ternární relace $f$ na množině $A$ je funkce, pokud:**

$\forall a, b, c, d \in A\ (\ (a, b, c) \in f \wedge (a, b, d) \in f \Rightarrow c = d\ )$...

# FUNKCE

**pro binární relaci $f$**

**mezi množinami $A$ a $B$, která je funkcí,**

**říkáme „funkce z $A$ do $B$” a zapisujeme**

$$f : A \rightarrow B$$

# VLASTNOSTI FUNKCÍ

**injektivita. Funkce $f : A \to B$ je injektivní (též prostá), pokud platí**

**$\forall a, b \in A$ ( $f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$ ) neboli žádné dva prvky nemají stejný obraz**

**surjektivita. Funkce $f : A \to B$ je surjektivní (též na), pokud platí**

**$\forall b \in B$ ( $\exists a \in A$ ($b = f(a)$ ) )**

**neboli každý prvek oboru hodnot má nějaký vzor, případně můžeme říci, že celý obor hodnot je pokrytý**

**úplnost. Funkce $f : A \to B$ je úplná, pokud platí**

**$\forall a \in A$ ( $\exists b \in B$ ($b = f(a)$ ) )**

**neboli celý definiční obor je pokrytý. Často se můžete setkat s tím, že pojmem funkce je myšlena úplná funkce.**

**řekneme, že funkce je *bijekce* právě tehdy, je-li současně injektivní, surjektivní a úplná**

# POSLOUPNOSTI

- **posloupnosti jsou množiny prvků, v níž (na rozdíl od množin) záleží na pořadí**
- **prvky se v posloupnosti také mohou opakovat**
- **konečné posloupnosti můžeme považovat za uspořádané $n$-tice**
- **konečná posloupnost délky $n$ je úplná funkce, jejímž definičním oborem je množina $n$**

# POSLOUPNOSTI

- posloupnosti typicky zapisujeme jako $a_0$, $a_1$, ..., $a_n$, ..., což považujeme jen za jiný druh zápisu pro $f(0)$, $f(1)$, ..., $f(n)$, ....
- v případě nekonečných posloupností často pracujeme s induktivními definicemi
- v případě posloupností tyto definice vypadají tak, že vypíšeme první člen (případně prvních několik členů), což je analogie báze indukce, a poté určíme předpis, podle kterého dostaneme $n$-tý prvek pomocí jednoho, případně několika předchozích prvků (analogie indukčního kroku)
- podle takovéto definice jsme schopni zkonstruovat libovolný prvek posloupnosti

**Příkladem nekonečné posloupnosti je tzv. Fibonacciho posloupnost, kde každý další člen je součtem dvou předchozích členů: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...**

**induktivní definice Fibonacciho posloupnosti vypadá takto:**

· $a_0 = 0$

· $a_1 = 1$

· $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$