FUNKCE A POSLOUPNOSTI

FUNCKE

- **funkce je speciální typ relace: funkce je taková (n- ární) relace, kde prvních $n-1$ hodnot v n-tici jednoznačně určuje poslední hodnotu**

  (n-ární relace: množina uspořádaných n-tic)

- **funkce je zobrazení: relace R z množiny A do množiny B se nazývá zobrazením z A do B, právě když ke každému prvku a ∈ A existuje nejvýše jeden prvek b ∈ B takový, že platí (a, b) ∈ R)**

FUNKCE

alternativně se můžeme na relaci podívat jako na vstupně-výstupní mechanismus:

- **prvních $n - 1$ hodnot v n-tici můžeme pokládat za argumenty**
- **relace (vstup), poslední hodnotu za její výsledek**
- **pokud má být taková relace funkcí, výstup musí být jednoznačně určen argumenty**

FUNKCE

formálně, binární relace f na množině A je funkce, pokud platí:

$\forall a, b, c \in A \ (\ (a, b) \in f \wedge (a, c) \in f \Rightarrow b = c\ )$

obdobně, ternární relace f na množině A je funkce, pokud:

$\forall a, b, c, d \in A \ (\ (a, b, c) \in f \wedge (a, b, d) \in f \Rightarrow c = d\ )$...

FUNKCE

binární relaci f

mezi množinami A a B, která je funkcí,

říkáme „funkce z A do B" a zapisujeme

$$f : A \to B$$

VLASTNOSTI FUNKCÍ

injektivita. Funkce $f : A \rightarrow B$ je injektivní (též prostá), pokud platí

$\forall a, b \in A$ ($f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$) neboli žádné dva prvky nemají stejný obraz

surjektivita. Funkce $f : A \rightarrow B$ je surjektivní (též na), pokud platí

$\forall b \in B$ ($\exists a \in A$ ($b = f(a)$))

neboli každý prvek oboru hodnot má nějaký vzor, případně můžeme říci, že celý obor hodnot je pokrytý

úplnost. Funkce $f : A \rightarrow B$ je úplná, pokud platí

$\forall a \in A$ ($\exists b \in B$ ($b = f(a)$))

neboli celý definiční obor je pokrytý. Často se můžete setkat s tím, že pojmem funkce je myšlena úplná funkce.

řekneme, že funkce je *bijekce* právě tehdy, je-li současně injektivní, surjektivní a úplná

POSLOUPNOSTI

- posloupnosti jsou množiny prvků, v níž (na rozdíl od množin) záleží na pořadí
- prvky se v posloupnosti také mohou opakovat
- konečné posloupnosti můžeme považovat za uspořádané n-tice
- konečná posloupnost délky n je úplná funkce, jejímž definičním oborem je množina n

POSLOUPNOSTI

- posloupnosti typicky zapisujeme jako a_0, a_1, ..., a_n, ..., což považujeme jen za jiný druh zápisu pro $f(0)$, $f(1)$, ..., $f(n)$, ...
- v případě nekonečných posloupností často pracujeme s induktivními definicemi
- v případě posloupností tyto definice vypadají tak, že vypíšeme první člen (případně prvních několik členů), což je analogie báze indukce, a poté určíme předpis, podle kterého dostaneme n-tý prvek pomocí jednoho, případně několika předchozích prvků (analogie indukčního kroku)
- podle takovéto definice jsme schopni zkonstruovat libovolný prvek posloupnosti

Příkladem nekonečné posloupnosti je tzv. Fibonacciho posloupnost, kde každý další člen je součtem dvou předchozích členů: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

induktivní definice Fibonacciho posloupnosti vypadá takto:

- $a_0 = 0$
- $a_1 = 1$
- $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$