

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory II

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 60200 Brno, Czech Republic
{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

část 2

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář (FI MU Brno)

PLIN004

část 2 1 / 13

Obsah přednášky

Obsah přednášky

Graf

Základní pojmy

Typy grafů

Některá rozšíření pojmu grafu

Analogie se známými pojmy

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář (FI MU Brno)

PLIN004

část 2 2 / 13

Graf

► Graf G je dvojice (V, E)

- V = množina vrcholů (též $G(V)$)
- E = množina hran (též $G(E)$) – obsahuje vybrané dvoupvrkové podmnožiny V

► Základní model pro mnoho praktických aplikací

- mapy – maps.google, mapy.cz
- počítačové sítě
- modelování procesů
- konečné automaty
- syntaktické rozborů
- sémantické sítě
- ...

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář (FI MU Brno)

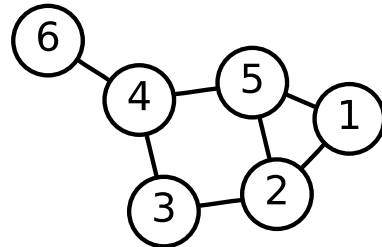
PLIN004

část 2 3 / 13

Graf Graf

Příklad grafu

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$E = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$$



Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář (FI MU Brno)

PLIN004

část 2 4 / 13

Graf Graf

Základní pojmy Základní pojmy

Základní pojmy

► Sousední vrcholy

- spojené nějakou hranou

► Stupeň vrcholu

- počet hran, které z daného vrcholu vychází

► Podgraf grafu G

- obsahuje pouze vybrané vrcholy a hrany z grafu G
- hrany musí být pouze mezi vybranými vrcholy (výsledek musí opět tvořit graf)

► Isomorfismus mezi grafy G a G'

- bijekce $f: V(G) \rightarrow V(G')$ taková, že $\{u, v\}$ je hrana v G právě tehdy, když $\{f(u), f(v)\}$ je hrana v G'
- grafy jsou **isomorfní** (shodné), pokud mezi nimi existuje isomorfismus

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář (FI MU Brno)

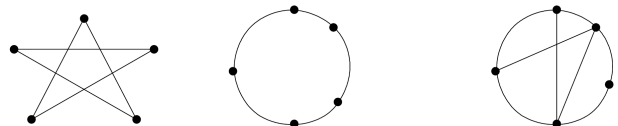
PLIN004

část 2 5 / 13

Základní pojmy Základní pojmy

Isomorfismus – příklad

Které z následujících grafů jsou isomorfní?



Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář (FI MU Brno)

PLIN004

část 2 6 / 13

Typy grafů Typy grafů (I)

Typy grafů (I)

► Kružnice (délky $n > 2$)

- $V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$
- $E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \dots, \{n-1, n\}, \{n, 1\}\}$
- stejný počet vrcholů a hran
- všechny vrcholy stupně 2
- náčrt grafu tvoří kružnici

► Cesta (na n vrcholech)

- $V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$
- $E = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \dots, \{n-1, n\}\}$
- kružnice s jednou chybějící hranou
- počáteční a koncový vrchol

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář (FI MU Brno)

PLIN004

část 2 7 / 13

Typy grafů Typy grafů (I)

Typy grafů (II)

► Úplný graf (na n vrcholech)

- $V = \{1, 2, 3, \dots, n\}$
- $E = \{\{u, v\} \mid u, v \in V\}$
- každé dva vrcholy jsou spojeny hranou

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář (FI MU Brno)

PLIN004

část 2 8 / 13

Zajímavé podgrafy

- ▶ Cyklus (kružnice) v grafu
 - ▶ podgraf, který je isomorfní s nějakou kružnicí
- ▶ Cesta v grafu
 - ▶ podgraf, který je isomorfní s nějakou cestou
- ▶ Klika v grafu
 - ▶ podgraf, který je isomorfní s nějakým úplným grafem

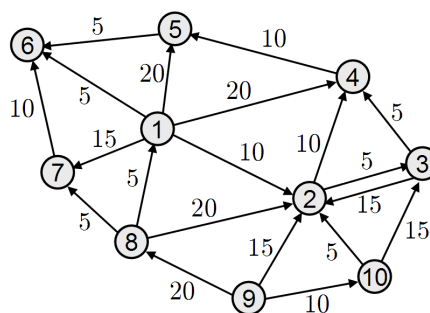
Typy grafů (III)

- ▶ Acyklický, resp. „les“
 - ▶ neobsahuje kružnici (cyklus) jako podgraf
- ▶ Souvislý
 - ▶ mezi každými dvěma vrcholy existuje cesta
- ▶ Strom
 - ▶ acyklický souvislý graf

Některá rozšíření pojmu grafu

- ▶ Orientovaný graf
 - ▶ hrany jsou orientovány
 - ▶ → zdrojový a cílový vrchol
 - ▶ → množina hran je množina uspořádaných dvojic
- ▶ Ohodnocený graf
 - ▶ hrany jsou ohodnoceny (např. vzdáleností mezi vrcholy)
 - ▶ formální funkce $e : G(E) \rightarrow \mathbb{R}$
- ▶ Multigraf
 - ▶ povoluje více hran mezi dvěma stejnými vrcholy
 - ▶ povoluje hrany začínající a končící ve stejném vrcholu („smyčky“)
- ▶ Výše uvedené pojmy se mohou libovolně kombinovat

Příklad – orientovaný ohodnocený graf



Analogie se známými pojmy

- ▶ Graf lze popsat jako relaci na množině vrcholů
 - ▶ množina hran je chápána jako relace
 - ▶ orientovaný graf – nereflexivní relace
 - ▶ neorientovaný graf – nereflexivní symetrická relace
- ▶ Přechodový graf konečného automatu
 - ▶ orientovaný ohodnocený multigraf
 - ▶ ohodnocení symboly abecedy (nikoli čísla)
 - ▶ (navíc máme vrcholy dvou typů)