

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory II

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic

{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

část 8

Obsah přednášky

- 1 Entropie
- 2 Mutual information (vzájemná informace)

Entropie náhodné veličiny

■ Míra informace náhodné veličiny

- kolik informace získáme, když se dozvíme hodnotu náhodné veličiny
- „hodnota informace“, kterou nám veličina dává
- měří se v bitech
- nulová entropie = jsme schopni určit hodnotu veličiny se 100% jistotou

■ Počátky

- 40. léta (Shannon)
- potřeba přenést informaci co nejmenší možnou zprávou

Entropie

■ Vzorec

- $H(p) = H(X) = -\sum_{x \in X} p(x) \log_2 p(x)$
- X = množina možných hodnot
- p = pravděpodobnostní rozložení

■ Příklad – hod dvěma mincemi, počítáme panny

- $p(0) = 1/4$, $p(1) = 1/2$, $p(2) = 1/4$
- $H(p) = -(1/4 \log_2(1/4) + 1/2 \log_2(1/2) + 1/4 \log_2(1/4)) = -(-2/4 - 1/2 - 2/4) = 1.5$ bitu

■ Pokud budou na obou mincích padat pouze panny

- $p(0) = 0$, $p(1) = 0$, $p(2) = 1$
- $H(p) = -(\log_2(1)) = -(0) = 0$
- \rightarrow nemusíme předávat žádnou informaci, abychom zjistili, že padly dvě panny

Podmíněná entropie

- Podobně jako podmíněná pravděpodobnost
 - $H(X|Y)$ – entropie veličiny X za předpokladu, že známe hodnoty veličiny Y
 - $H(p) = H(X|Y) = \sum_{x \in X} p(x)H(Y|X = x)$
- Řetízkové pravidlo (chain rule)
 - $H(X, Y) = H(X) + H(Y|X)$

Mutual information (vzájemná informace)

- Míra informace, kterou jedna náhodná proměnná říká o jiné
 - vzorec: $MI(X; Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X)$
 - 0, pokud jsou veličiny nezávislé
 - čím vyšší, tím více hodnoty jedné vlastnosti určují hodnoty druhé vlastnosti
- Příklad použití – kolokace
 - X: výskyt slova a (např. „základní“) v textu
 - Y: výskyt slova b (např. „škola“) v textu
 - MI je měřítkem „síly“ kolokace těchto dvou slov
 - je tím vyšší, čím vyšší je počet souvýskytů slov a tím nižší, čím jsou slova častější