

Testování hypotéz

1. vymezení důležitých pojmů
2. testování hypotéz o rozdílu průměrů
3. jednovýběrový t-test
4. t-test pro nezávislé výběry
5. t-test pro závislé výběry

Vymezení důležitých pojmů

- nulová hypotéza
 - alternativní hypotéza
 - testování hypotézy
 - hladina významnosti (alfa)
 - chyba typu I, chyba typu II
-

Nulová hypotéza

- hypotéza, kterou se snažíme vyvrátit (falzifikovat)
 - Karl Popper (1968) tvrdil, že platnost hypotézy nemůže být nikdy prokázána pouhou generalizací příkladů, které ji potvrzují
 - jak říká filozof Bertrand Russel, krocan-vědec by mohl zobecnit tvrzení "každý den mě krmí", protože tato hypotéza je potvrzována den po dni celý jeho život. tato generalizace ovšem neposkytuje žádnou jistotu, že krocan bude nakrmen i další den - některý den se pravděpodobně on sám stane pokrmem
-

Nulová hypotéza

- Popper došel k závěru, že jedinou možnou metodou je *falsifikace* hypotézy - nalezení jednoho příkladu, který stačí k jejímu vyvrácení
 - vědci se proto snaží své hypotézy vyvrátit a tak potvrdit hypotézy opačné - alternativní
-

Nulová hypotéza

- nulová hypotéza je opakem naší výzkumné hypotézy
 - obvykle zní: mezi dvěma průměry není rozdíl, korelace je nulová apod.
 - např. *průměrná výška mužů a žen se neliší*
 - označuje se H_0
-

Alternativní hypotéza

- alternativní vzhledem k nulové, tj. naše výzkumná hypotéza
 - např. *průměrná výška mužů a žen se liší nebo průměrná výška mužů je větší než průměrná výška žen*
-

Testování hypotézy

- proces, kterým rozhodujeme, zda přijmeme nebo zamítneme nulovou hypotézu
 - pokud zamítneme nulovou hypotézu, přijímáme tak alternativní
-

Hladina významnosti

- hladina významnosti je úroveň pravděpodobnosti, kterou používáme při rozhodování, zda zamítnout nebo přijmout nulovou hypotézu
 - označuje se alfa (α)
 - obvyklá hladina významnosti je 5% nebo 1% - volíme podle vlastního uvážení
-

Chyba I. druhu

- zvolíme-li hladinu významnosti 5%, pak se rozhodneme zamítnout nulovou hypotézu v případě, že existuje pouze 5% pravděpodobnost, že platí
 - jde vlastně o 5% riziko, že nulová hypotéza platí a my ji přitom zamítneme – tj. uděláme chybu I. druhu
-

Chyba II. druhu

- opak chyby I. druhu – riziko, že nezamítneme nulovou hypotézu, která ve skutečnosti neplatí
 - označuje se beta (β)
-

Chyby typu I a II

	nulová hypotéza platí	nulová hypotéza neplatí
zamítneme nulovou hypotézu	chyba I. druhu	správné rozhodnutí
nezamítneme nulovou hypotézu	správné rozhodnutí	chyba II. druhu

Testování hypotéz o rozdílu průměrů

- 4 možné typy problémů:
 - porovnáváme **průměr vzorku s průměrem populace**
→ jednovýběrový t-test
 - porovnáváme **průměry dvou vzorků**
→ t-test pro nezávislé výběry
 - porovnáváme **dva průměry jednoho vzorku** → t-test pro závislé výběry (tzv. párový t-test)
 - porovnáváme více průměrů
→ analýza rozptylu
-

Jednovýběrový t-test - příklad

- Rozhodujeme se mezi jazykovými školami v Brně. Zjistíme, že při posledních zkouškách na Britské radě získalo 100 zkoušených osob z různých jazykovek průměrně 85 bodů.
 - Jedna ze škol – ABC - se chlubí, že její absolventi dosahují nadprůměrných výsledků.
-

Jednovýběrový t-test - příklad

- Zjistíme, že posledních zkoušek se účastnilo 10 absolventů školy ABC s těmito výsledky:

80 91 92 87 89 88 86 80 90 89

- Můžeme na základě výsledků tohoto vzorku 10 absolventů dojít k závěru, že škola ABC má lepší průměrné výsledky než ostatní školy v Brně?
-

Jednovýběrový t-test

- průměr vzorku je 87.2
 - směrodatná odchylka 4.18
 - známe průměr populace ($\mu=85$), ale nikoli směrodatnou odchylku populace (místo ní použijeme jako odhad směrodatnou odchylku vzorku)
-

Jednovýběrový t-test - příklad

- **Nulová hypotéza:** průměrné výsledky absolventů školy ABC se neliší od výsledků absolventů ostatních škol
 - jinými slovy: není nepravděpodobné, že vzorek má čistě náhodou průměr 87.2, pokud je průměr populace 85 a směrodatná odchylka 4.18
-

Jednovýběrový t-test

- **Alternativní hypotéza:** průměrné výsledky absolventů školy ABC se liší od výsledků absolventů ostatních škol
 - jinými slovy: **je velmi nepravděpodobné, že vzorek má průměr 87.2,** pokud je průměr populace 85 a směrodatná odchylka 4.18
-

Jednovýběrový t-test

- **Hladina významnosti:** použijeme $\alpha = 5\%$
 - pokud je pravděpodobnost získání vzorku o průměru 87.2 menší než 5%, pak zamítneme H_0
 - pokud je pravděpodobnost získání vzorku o průměru 87.2 větší než 5%, pak H_0 nezamítneme
-

Jednovýběrový t-test

- potřebujeme spočítat, jaká je pravděpodobnost získání vzorku ($n=10$) o průměru 87.2 z populace o průměru 85 a směrodatné odchylce 4.18
 - vzhledem k tomu, že velikost směrodatné odchylky jsme odhadli ze vzorku, nemůžeme použít z-rozdělení, ale *Studentovo rozdělení t*
-

Studentovo rozdělení

- pokud **za σ nahradíme s** (směr. odchylku výběrového průměru), pak musíme při konstrukci rozdělení výběrových průměrů místo z rozdělení použít tzv. **Studentovo t rozdělení**
-

Rozdělení výběrových průměrů

pro **neznámé** hodnoty směrodatné odchyly v populaci:

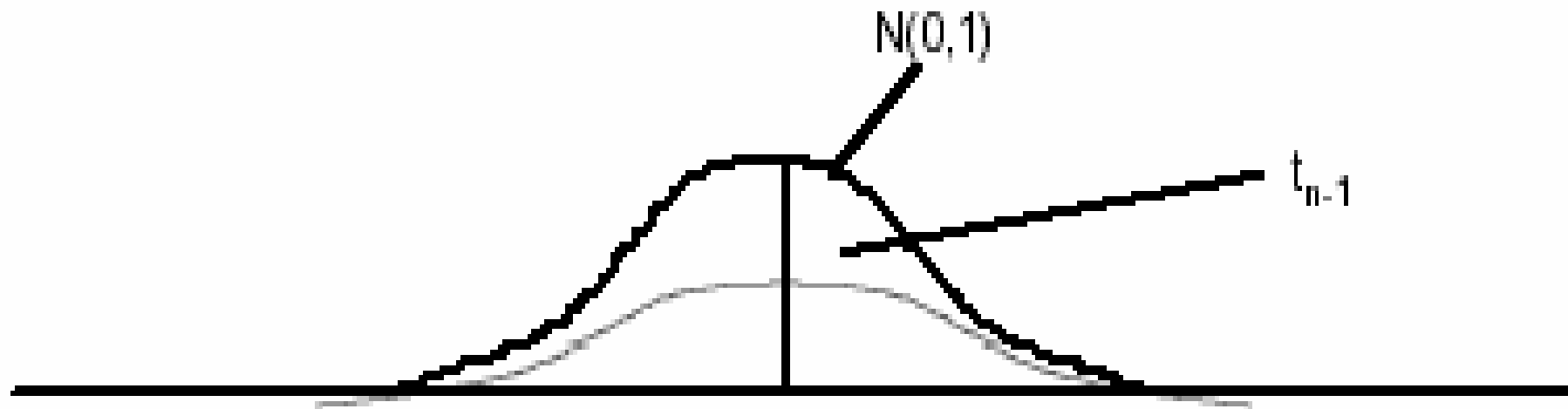
$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Studentovo rozdělení

- má také zvonovitý tvar, ale je více ploché než normální rozdělení
 - je symetrické kolem průměru (0)
 - pro každou velikost výběru (počet stupňů volnosti, df) existuje odlišné t rozdělení
 $df = n - 1$
-

Studentovo rozdělení

srovnání s normálním rozdělením



Studentovo rozdělení

- srovnání s normálním rozdělením:
 - t rozdělení má vyšší variabilitu
 - více plochy na okrajích, méně ve středu
 - vzhledem k vyšší variabilitě budou intervaly spolehlivosti širší než u normálního rozdělení
 - jsou uváděny df obvykle jen do 100, protože pro $n=100$ se t rozdělení blíží normálnímu rozdělení
-

Studentovo rozdělení

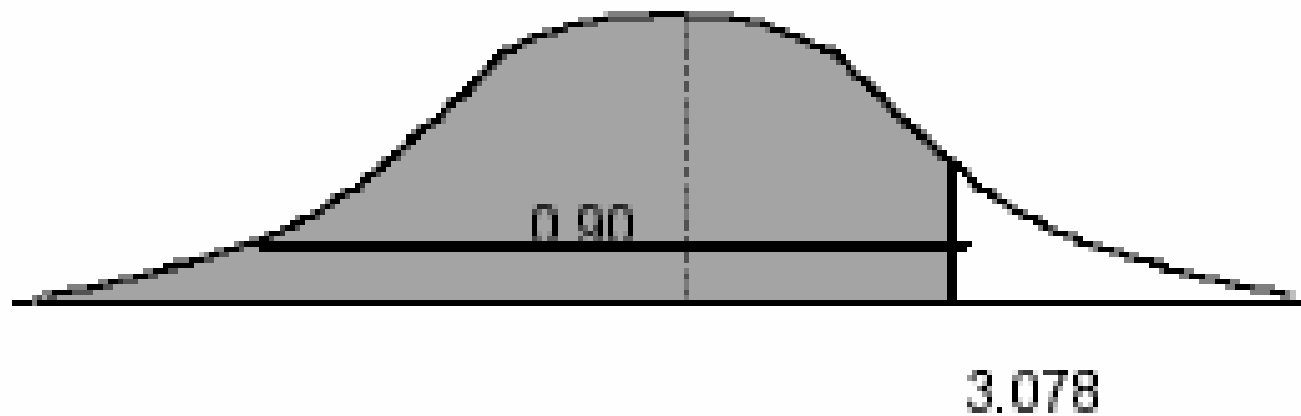
□ tabulka t-rozdělení:

- každý řádek udává hodnoty t pro celé rozdělení pro daný počet stupňů volnosti (tj. $n-1$)
 - sloupce pro nejdůležitější percentily
-

Studentovo rozdělení

d.f.	t_{90}	t_{95}	t_{975}	t_{99}	t_{995}
1	3.078	6.3138	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.92	4.3027	6.965	9.9248
3	1.638	2.3534	3.1825	4.541	5.8409

Studentovo rozdělení



Jednovýběrový t-test

- potřebujeme spočítat, jaká je pravděpodobnost získání vzorku ($n=10$) o průměru 87.2 z populace o průměru 85 a směrodatné odchylce 4.18
 - vzhledem k tomu, že velikost směrodatné odchylky jsme odhadli ze vzorku, nemůžeme použít z-rozdělení, ale *Studentovo rozdělení t*
-

Jednovýběrový t-test

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{N}}}$$

Jednovýběrový t-test

$$\square t = (87.2 - 85) / (4.18 / \sqrt{10})$$

$$t = 2.2 / 1.32$$

$$\mathbf{t = 1.66}$$

$$\square df = n - 1 = 10 - 1 = \mathbf{9}$$

(počet stupňů volnosti pro vyhledání pravděpodobnosti v tabulce t-rozdělení)

Table D.6 Percentage Points of the *t* Distribution (Source: The entries in this table were computed by the author.)

<i>df</i>	Level of Significance for One-Tailed Test								
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Level of Significance for Two-Tailed Test								
	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	63.662
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Jednovýběrový t-test

- kritická hodnota t pro $\alpha=5\%$ je 2.262
 - získaná hodnota t je 1.66
-

Jednovýběrový t-test

- pokud je získaná hodnota **vyšší** než kritická, pak **je výsledek statisticky významný** (tj. pravděpodobnost, že by měl vzorek náhodou průměr 87.2, je menší než 5%)
 - pokud je získaná hodnota **nižší** než kritická, pak rozdíl průměrů **není statisticky významný** (tj. pravděpodobnost, že by měl vzorek náhodou průměr 87.2, je větší než 5%)
-

Jednovýběrový t-test

- v našem příkladě je $1.66 < 2.26$
 - tj. výsledek **není** statisticky významný
 - **nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu**
 - a náš závěr: nemůžeme tvrdit, že výsledky absolventů školy ABC se liší od průměru brněnských škol (je vyšší než 5% pravděpodobnost, že průměrný výsledek 87.2 deseti jejích absolventů je lepší jen náhodou)
-

Jednovýběrový t-test ve Statistice

Proměnná	Test průměrů vůči referenční konstantě (hodnotě) (Tabulka1)							
	Průměr	Sm.odch.	N	Sm.chyba	Referenční konstanta	t	SV	p
body	87,20000	4,184628	10	1,323296	85,00000	1,662516	9	0,130773

T-test pro nezávislé výběry

- tento test používáme, pokud chceme porovnat průměry dvou skupin případů
 - např.
 - průměrné skóre v neurocitismu u mužů a žen
 - průměr v indexu životní spokojenosti u extravertů a introvertů atd.
-

T-test pro nezávislé výběry - příklad

- Výzkumník chce otestovat účinnost nového léku proti bolesti hlavy. Získá 20 dobrovolníků, náhodně je rozdělí do dvou skupin po 10 osobách: jedna skupina si domů odnese placebo, druhá testovaný lék (ani účastníci, ani výzkumník nevědí, kdo je ve které skupině). Účastníci studie si mají vzít lék ve chvíli, kdy je začne bolet hlava a zaznamenat, jak dlouho poté bolest trvala (kolik minut).
-

T-test pro nezávislé výběry - příklad

skupina s placebem	skupina s test. lékem
95	75
85	60
100	30
120	65
80	100
90	70
85	40
80	55
75	65
120	110

T-test pro nezávislé výběry

- placebo: průměrná délka bolesti 93 minut; směrodatná odchylka 16.02
 - testovaný lék: průměrná délka bolesti 67 minut; směrodatná odchylka 24.28
-

T-test pro nezávislé výběry

- **nulová hypotéza:** účinnost testovaného léku se neliší od účinnosti placeba
 - jinými slovy: rozdílné průměry (93 a 67 minut) trvání bolesti je možno vysvětlit náhodou
-

T-test pro nezávislé výběry

- **alternativní hypotéza:** mezi účinností testovaného léku a účinností placebo je rozdíl
 - jinými slovy: rozdíl v průměrech skupin (93 a 67 minut) v trvání bolesti je velmi nepravděpodobně pouze náhodný
-

T-test pro nezávislé výběry

- **hladina významnosti:** použijeme $\alpha = 5\%$
 - pokud je pravděpodobnost získání takto rozdílných průměrů z jedné populace menší než 5%, pak zamítneme H_0 (závěr – lék je účinný)
 - pokud je pravděpodobnost získání takto rozdílných průměrů z jedné populace větší než 5%, pak H_0 nezamítneme
-

T-test pro nezávislé výběry

- ptáme se vlastně: *jak velká je pravděpodobnost, že bychom náhodou získali dva takto rozdílné průměry, pokud by platila nulová hypotéza, tj. pokud by lék nebyl účinnější než placebo?*
 - pokud je tato pravděpodobnost velmi malá, nepřipíšeme zjištěný rozdíl náhodě, ale nezávislé proměnné (lék vs. placebo)
-

T-test pro nezávislé výběry

$$t = \frac{(\overline{X}_1 - \overline{X}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2}{N_1} + \frac{s_2^2}{N_2}}}$$

T-test pro nezávislé výběry

$$\square t = (93 - 67) / \sqrt{(16.02^2/10 + 24.28^2/10)}$$

$$t = 26 / 9.198$$

$$\mathbf{t = 2.82}$$

$$\square df = n-2 = 20-2 = \mathbf{18}$$

(počet stupňů volnosti pro vyhledání pravděpodobnosti v tabulce t-rozdělení)

Table D.6 Percentage Points of the *t* Distribution (Source: The entries in this table were computed by the author.)

<i>df</i>	Level of Significance for One-Tailed Test								
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Level of Significance for Two-Tailed Test								
	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	63.662
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

T-test pro nezávislé výběry

- kritická hodnota t je 2.101
 - získaná hodnota t je 2.82 – větší než kritická hodnota
 - rozdíl průměrů obou skupin je tedy **statisticky významný na hladině 5%**
-

T-test pro nezávislé výběry

- pravděpodobnost, že by takto velký rozdíl v průměrech výběrů byl pouhá náhoda, je menší než 5%
 - je velmi málo pravděpodobné, že by byl takový rozdíl v průměrech, pokud by lék byl ve skutečnosti neúčinný
-

T-test pro nezávislé výběry ve Statistice

t-testy; grupováno: léčba (příklad 2)					
Skup. 1: placebo					
Skup. 2: testovaný lék					
Proměnná	Průměr placebo	Průměr testovaný lék	t	sv	p
trvání bolesti	93,00000	67,00000	2,825642	18	0,011203

t-testy; grupováno: léčba (příklad 2)						
Skup. 1: placebo						
Skup. 2: testovaný lék						
Proměnná	Poč.plat placebo	Poč.plat. testovaný lék	Sm.odch. placebo	Sm.odch. testovaný lék	F-poměr rozptyly	p rozptyly
trvání bolesti	10	10	16,0208	24,2899	2,29870	0,23091

T-test pro nezávislé výběry

□ předpoklady t-testu pro nezávislé výběry

- výběry jsou skutečně nezávislé (tj. oba výběry tvoří jiní lidé, zvířata atd.)
 - měřený znak má normální rozdělení (mírné odchylky je možno tolerovat; u větších odchylek použít raději neparametrické testy)
 - homogenita rozptylů – rozptyly jsou shodné u obou skupin
-

T-test pro nezávislé výběry

- **homogenita rozptylů**
 - obvykle nejsou směrodatné odchylky (či rozptyly) zcela shodné, ale rozdíly by neměly být příliš velké
-

T-test pro nezávislé výběry

- **homogenita rozptylů**
 - zda se rozptyly liší, je možno otestovat některým testem pro rozdíl rozptylů, např. F-testem
 - pokud nevyjde stat. významný, pak rozptyly pokládáme za shodné
 - pokud vyjde stat. významný, spočítáme modifikovaný t-test pro rozdílné rozptyly (ve Statistice záložka Možnosti)
-

F-test pro shodu rozptylů ve Statistice

t-testy; grupováno: léčba (příklad 2)					
Skup. 1: placebo					
Skup. 2: testovaný lék					
Proměnná	Průměr placebo	Průměr testovaný lék	t	sv	p
trvání bolesti	93,00000	67,00000	2,825642	18	0,011203

t-testy; grupováno: léčba (příklad 2)						
Skup. 1: placebo						
Skup. 2: testovaný lék						
Proměnná	Poč.plat placebo	Poč.plat. testovaný lék	Sm.odch. placebo	Sm.odch. testovaný lék	F-poměr rozptyly	p rozptyly
trvání bolesti	10	10	16,0208	24,2899	2,29870	0,23091

T-test pro závislé výběry

- označuje se někdy také jako t-test pro párované výběry
 - v naprosté většině případů se používá pro porovnání dvou měření u stejných osob (tj. páru měření u jedné skupiny osob)
 - někdy také pro porovnání průměrů u dvou skupin osob, které tvoří páry (např. manželské či podle jiného klíče – věku, pohlaví, nemoci atd.)
-

T-test pro závislé výběry - příklad

- Psychiatr chce vyhodnotit úspěšnost určitého způsobu terapie poruch příjmu potravy. Terapie se účastnilo 10 dívek. U každé z nich byla zaznamenána váha před a po terapii. Psychiatr si chce ověřit, zda jejich hmotnost průkazně vzrostla.
-

T-test pro závislé výběry - příklad

hmotnost před terapií	hmotnost po terapii
36	45
38	41
45	40
45	45
38	45
40	63
49	59
54	63
47	54
49	61

T-test pro závislé výběry

- průměrná hmotnost před zahájením terapie **44.1** kg
směrodatná odchylka 5.90
 - průměrná hmotnost po ukončení terapie **51.6** kg
směrodatná odchylka 9.35
-

T-test pro závislé výběry - příklad

před	po	rozdíl (před - po)
36	45	-9
38	41	-3
45	40	+5
45	45	0
38	45	-7
40	63	-23
49	59	-10
54	63	-9
47	54	+7
49	61	-12

T-test pro závislé výběry

- **průměrný rozdíl** hmotnosti před a po terapii byl **7.5** kg
směrodatná odchylka rozdílu 7.49
-

T-test pro závislé výběry

- **nulová hypotéza:** terapie není účinná – rozdíl v hmotnosti před a po terapii se statisticky významně neliší od nuly
 - jinými slovy: je velká pravděpodobnost, že rozdíl o této velikosti (7.5 kg) je pouze náhodný
-

T-test pro závislé výběry

- **alternativní hypotéza:** terapie je účinná – existuje rozdíl v hmotnosti před a po terapii
 - jinými slovy: je jen velmi malá pravděpodobnost, že rozdíl o této velikosti (7.5 kg) je pouze náhodný
-

T-test pro závislé výběry

$$t = \frac{\bar{D}}{\frac{s_D}{\sqrt{N}}}$$

T-test pro závislé výběry

$$\square t = - 7.5 / (7.48 / \sqrt{10})$$

$$t = - 7.5 / 2.37$$

$$t = - \mathbf{3.16}$$

$$\square df = n-1 = 10-1 = \mathbf{9}$$

(počet stupňů volnosti pro vyhledání pravděpodobnosti v tabulce t-rozdělení)

T-test pro závislé výběry

- **hladina významnosti:** použijeme $\alpha = 5\%$
 - pokud je pravděpodobnost získání takto rozdílných průměrů menší než 5%, pak zamítneme H_0 (závěr - terapie je účinná)
 - pokud je pravděpodobnost získání takto rozdílných průměrů větší než 5%, pak H_0 nezamítneme - pozorovaný rozdíl přičteme náhodě
-

Table D.6 Percentage Points of the *t* Distribution (Source: The entries in this table were computed by the author.)

<i>df</i>	Level of Significance for One-Tailed Test								
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.01	.005	.0005
	Level of Significance for Two-Tailed Test								
	.50	.40	.30	.20	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	63.662
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	31.599
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	12.924
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.496
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.364	2.626	3.390
∞	0.674	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

T-test pro závislé výběry

- kritická hodnota t je 2.262
 - získaná hodnota t je 3.16 – větší než kritická hodnota
 - rozdíl obou průměrů je tedy **statisticky významný na hladině 5%**
 - můžeme zamítnout nulovou hypotézu
 - terapie je účinná
-

T-test pro závislé výběry ve Statistice



Proměnná	t-test pro závislé vzorky (příklad 3) Označ. rozdíly jsou významné na hlad. $p < ,05000$							
	Průměr	Sm.odch.	N	Rozdíl	Sm.odch. rozdílu	t	sv	p
hmotnost PŘEJ	44,1000	5,89632						
hmotnost PO	51,6000	9,34760	10	-7,5000	7,48702	-3,1677	9	0,01140

Porovnání výzkumných plánů

- t-test pro nezávislé výběry se používá většinou u výzkumných plánů s výzkumnou a kontrolní skupinou
 - zatímco t-test pro závislé výběry většinou u výzkumných plánů s opakovaným měřením u stejných osob
-

Porovnání výzkumných plánů

- **výhody** opakovaného měření:
 - kontrola vlivu intervenujících proměnných (všichni jsou v jedné skupině, nehrají roli případné náhodné rozdíly mezi skupinami)
 - postačí menší vzorek (test pro závislé výběry má větší statistickou sílu – spíše zamítne nulovou hypotézu, pokud neplatí)
-

Porovnání výzkumných plánů

- **nevýhody** opakovaných měření:
 - nemůže být použito pro všechny výzkumné problémy (porovnání mužů a žen, vzdělaných a nevzdělaných...)
 - možný vliv učení či únavy při testování výkonovými testy
-

Kontrolní otázky

- vysvětlete pojmy
 - *nulová a alternativní hypotéza*
 - *testování hypotéz*
 - *chyba I. druhu a chyba II. druhu*
 - jaké testy se používají pro testování hypotéz o rozdílu průměrů?
 - pro jaké typy výzkumných plánů použijete jednovýběrový t-test?
 - porovnejte užití t-testu pro nezávislé a pro závislé výběry
-