

# Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory

I

Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita  
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic  
xkovar3@fi.muni.cz

část 1

# Obsah přednášky

- 1 Informace o předmětu
- 2 Motivace
- 3 Principy matematiky

# Informace o předmětu

## ■ Obsah předmětu

- průřez vysokoškolskou matematikou
- forma srozumitelná studentům s humanitním zaměřením (lingvistika)

## ■ Ukončení předmětu

- zkouška (formou dvou písemek)
- 25 % bodů vnitrosemestrální písemka: **13.11.**
- 75 % bodů závěrečná písemka

## ■ Úspěšné ukončení

- min. 60 % bodů z písemek

# Organizační poznámky

- Některé přednášky odpadnou
  - 2.10.
  - 6.11.
  - bude upřesněno e-mailem

# Obsah předmětu

## ■ Okruhy

- výroková logika, důkazy, indukce
- základy teorie množin, čísla, relace, funkce
- ekvivalence, uspořádání
- úvod do formální lingvistiky, jazyk jako množina, formální gramatika
- kombinatorika, popisná statistika

## ■ Zdroje informací

- studijní text k předmětu
- literatura na stránce předmětu (přesahuje rámec předmětu)
- slidy, texty a příklady ve studijních materiálech
- diskusní fórum, osobní konzultace

# Rozdíl mezi SŠ a VŠ matematikou

## ■ Středoškolská matematika

- = počty s čísly:
- → kolik budu platit v obchodě (sčítání)
- → jaké daně budu mít (zlomky, procenta)
- → k čemu to \*\*\*\*\* je? (matice, integrály)

## ■ Vysokoškolská matematika

- = umění abstrakce + přemýšlení v obecnostech
- → zásobárna abstraktních pojmů
- → přesné definice
- → spolehlivé vyvozování závěrů (důkazy)
- → základ pro všechny technické obory

# Proč potřebují lingvisté matematiku?

## ■ Počítačová lingvistika

- zpracování jazyka na počítačích
- potřeba spolupracovat s technicky zaměřenými lidmi
- → pochopit jejich způsob myšlení
- počítačové modely jazyka jsou založeny na matematických faktech

## ■ Abstraktní myšlení

- schopnost rozumově uchopit složité pojmy
- → snazší pochopení lingvistických modelů
- schopnost zobecňovat
- schopnost rozkládat složité problémy na jednodušší
- → nejsou tak důležité vědomosti samotné jako dovednosti, kterým se při jejich vstřebávání naučíte

# Principy vysokoškolské matematiky

- Středoškolská matematika
  - návody, jak něco spočítat
- Vysokoškolská matematika
  - soubor poznatků o abstraktních pojmech
  - styl **definice – věta – důkaz** :
  - **definice** = vymezení pojmu
    - " celé číslo  $x$  je **sudé**, pokud existuje takové celé  $y$ , že  $y * 2 = x$ "
  - **věta** = formulace poznatku o definovaných pojmech
    - " 10 je sudé číslo"
  - **důkaz** = ověření pravdivosti věty krok za krokem
    - $10 = 5 * 2$  (zákl. aritmetika)
    - $5 * 2$  je sudé (definice)
    - tedy 10 je sudé



# Typy důkazů

## ■ Přímý důkaz

- použitím definic a známých faktů přímo odvodíme znění věty

## ■ Důkaz sporem

- předpokládáme, že věta neplatí (platí její **negace**)
- použitím definic a známých faktů odvodíme **spor**
- (např.  $1 = 0$  nebo neplatnost některého z předpokladů)

## ■ Důkaz indukcí

- dokazujeme něco pro posloupnost objektů
- příště

# Ukázky důkazů

- Mějme definováno (znáte ze SŠ)
  - celá čísla (1, 2, 3, ..., 0, -1, -2, ...)
  - sčítání, odčítání, násobení a dělení na celých číslech
  - dělitele ( $x$  je dělitelem  $a$ , pokud  $a/x$  je celé)
  - racionální čísla ( $r/s$  taková, že  $r$  a  $s$  jsou celá a nemají společného dělitele jiného než 1 a -1)
  - druhou mocninu ( $a^2 = a * a$ )
  - druhou odmocninu ( $\sqrt{a} = n$ , pokud  $n * n = a$ )

# Ukázka důkazu

## ■ Věta

- pro libovolná celá  $x, y$  platí, že
- pokud  $2 * x^2 = y^2$ , pak  $y$  je sudé

# Ukázka důkazu

## ■ Důkaz (sporem)

- předpokládejme, že  $y$  je liché
- tedy existuje celé  $k$  tak, že  $y = 2k + 1$
- úpravou původní věty dostáváme:
- $2x^2 = (2k + 1)(2k + 1)$
- dále roznásobíme závorku:
- $2x^2 = 4k^2 + 4k + 1$
- vytkneme 2 z části pravé strany:
- $2x^2 = 2 * (2k^2 + 2k) + 1$
- odečtením výrazu  $2 * (2k^2 + 2k)$  a vytknutím 2 z levé strany dostaneme:
- $2 * (x^2 - (2k^2 + 2k)) = 1$
- tedy 1 je sudé číslo, což je spor.

# Ukázka důkazu

- Věta
  - $\sqrt{2}$  není racionální číslo.

# Ukázka důkazu

## ■ Důkaz (sporem)

- předpokládejme, že  $\sqrt{2}$  je racionální číslo.
- tedy  $\sqrt{2} = r/s$ , kde  $r$  a  $s$  jsou celá a nemají společného dělitele
- úpravou dostaneme:  $\sqrt{2} * s = r$
- $2 * s^2 = r^2$
- tedy  $r$  je sudé, tj.  $r = 2 * c$  pro nějaké celé  $c$
- nahrazením dostaneme:  $2 * s^2 = 2 * c * 2 * c$
- $s^2 = 2 * c^2$
- tedy  $s$  je také sudé
- $r$  i  $s$  jsou sudá, tedy mají společného dělitele 2, což je spor s předpokladem.