

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory I

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 60200 Brno, Czech Republic
{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

část 3

Obsah přednášky

Teorie množin

Množiny

Množinové operace

Teorie množin

- ▶ Teorie množin
 - ▶ spolu s logikou základní pilíř matematiky
 - ▶ všechny matematické objekty jsou množiny
 - ▶ různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)
- ▶ Náš cíl
 - ▶ pochopit pojem množina
 - ▶ naučit se pracovat se zápisy množin
 - ▶ nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Množina

- ▶ Množina
 - ▶ skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
 - ▶ ne nutně stejného typu
 - ▶ neobsahuje duplicitu
 - ▶ není uspořádaná
- ▶ Základní fakta
 - ▶ existuje prázdná množina \emptyset
 - ▶ množina může obsahovat jiné množiny
- ▶ Jazyk teorie množin
 - ▶ jazyk predikátové logiky rozšířený o symboly $\{, \}, \emptyset, | a \in$
 - ▶ pojem množiny je definován axiomami zapsanými v tomto jazyce

Nekonečné množiny

- ▶ Zápis množin
 - ▶ výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
 - ▶ logickou formulí: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$
- ▶ Nekonečné množiny
 - ▶ existují ve většině teorií množin
 - ▶ různě velká nekonečna
 - ▶ např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
 - ▶ více v dalších přednáškách

Množinové operace (1)

- ▶ Operátor \in
 - ▶ = prvek patří do množiny
 - ▶ tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé **vždy** množina
 - ▶ platí $\forall x(x \notin \emptyset)$
 - ▶ platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
 - ▶ platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Podmnožiny

- ▶ Podmnožina \subseteq
 - ▶ $A \subseteq B \equiv \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
 - ▶ zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$
- ▶ Potenční množina
 - ▶ množina všech podmnožin dané množiny
 - ▶ zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
 - ▶ $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
 - ▶ platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
 - ▶ platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
 - ▶ platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Množinové operace (2)

- ▶ Rovnost množin
 - ▶ $A = B \equiv (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$
- ▶ Sjednocení \cup
 - ▶ $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$
- ▶ Průnik \cap
 - ▶ $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$