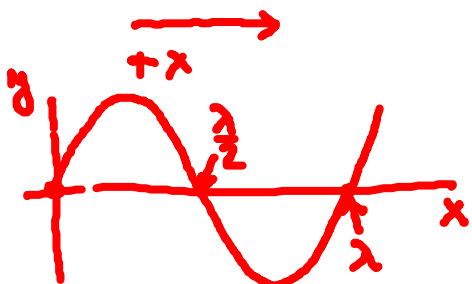


VLNY

HRW 17.7

Ukažte, že vlnu $y = y_m \sin(kx - \omega t)$ lze zapsat v následujících ekvivalentních tvarech:



$$y = y_m \sin[k(x - vt)] \quad \checkmark$$

$$y = y_m \sin\left[\omega\left(\frac{x}{v} - t\right)\right] \quad \checkmark$$

$$y = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right] \quad \checkmark$$

$$y = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \quad \checkmark$$

$$a) \quad y = y_m \cdot \sin[k(x - v \cdot t)] = y_m \sin\left(\underbrace{kx}_{\omega} - \underbrace{k \cdot v \cdot t}_{\omega} - \right) =$$

$$v = \frac{\omega}{k} \Rightarrow \omega = v \cdot k \quad = y_m \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$b) \quad y = y_m \cdot \sin\left[\omega \cdot \left(\frac{x}{v} - t\right)\right] = y_m \cdot \sin\left(\underbrace{\omega \cdot \frac{x}{v}}_{\omega \cdot \frac{x}{v}} - \underbrace{\omega t}_{\omega t}\right) =$$

$$\frac{\omega}{v} \cdot x \quad \frac{\omega}{v} = k \quad = y_m \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$c) \quad y = y_m \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - f \cdot t\right)\right] = y_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x - 2\pi f \cdot t\right) =$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad 2\pi f = \omega \quad = y_m \cdot \sin(k \cdot x - \omega t)$$

$$d) \quad y = y_m \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] = y_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x - \frac{2\pi}{T} t\right) =$$

$$= y_m \cdot \sin(kx - \omega t)$$

HRW 17, KONTROLA 2

Uvažte tři vlny, popsané rovnicemi

$$(1) y(x, t) = 2 \sin(4x - 2t),$$

$$(2) y(x, t) = \sin(3x - 4t),$$

$$(3) y(x, t) = 2 \sin(3x - 3t)$$

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$\rightarrow +x \begin{cases} (1) y_m = 2 \text{ m} & k = 4 \frac{\text{rad}}{\text{m}} & \omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \end{cases}$$

$$(2) y_m = 1 \text{ m} & k = 3 \frac{\text{rad}}{\text{m}} & \omega = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$(3) y_m = 2 \text{ m}; k = 3 \frac{\text{rad}}{\text{m}}; \omega = 3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Uspořádejte tyto vlny sestupně (a) podle rychlosti vlny, (b) podle největší příčné rychlosti kmitajících částic.

$$v_p(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t}$$

$$a) v = \frac{\omega}{k}$$

$$(1) v = \frac{2}{4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = \frac{1}{2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(2) v = \frac{4}{3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(3) v = \frac{3}{3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(2) > (3) > (1)$$

$$b) v_p = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = \underbrace{-\omega y_m}_{\text{max}} \cos(kx - \omega t)$$

$$v_{pm} = \omega \cdot y_m$$

$$(1) v_{pm} = 2 \cdot 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(2) v_{pm} = 4 \cdot 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(3) v_{pm} = 3 \cdot 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$(3) > (1) = (2)$$

HRW 17.13Ú

a) Napište rovnici příčné postupné sinusové vlny, šířící se ve vlákně ve směru $+x$, má-li tato vlna vlnovou délku 10 cm, frekvenci 400 Hz a amplitudu 2,0 cm. (b) jaká je největší příčná rychlost částic vlákna? (c) Jaká je rychlost vlny?

$$\rightarrow +x \quad ; \quad \lambda = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m} \quad ; \quad f = 400 \text{ Hz} \quad ; \quad y_m = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$a) \quad y(x,t) = y_m \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$y_m \cdot \sin(\omega t - kx)$$

$$y(x,t) = 0,02 \cdot \sin\left(\frac{20\pi}{\dots} x - \frac{800\pi}{\dots} t\right)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,1} = 20\pi \text{ m}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 400 = 800\pi \text{ s}^{-1}$$

$$y = 0,02 \sin(62,8x - 2513t)$$

$$b) \quad v_{pm} = \omega \cdot y_m = 800\pi \cdot 0,02 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 50,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$c) \quad v = \frac{\omega}{k} = \frac{800\pi}{20\pi} = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Příklad 1.

a) Napište rovnici příčné postupné harmonické vlny šířící se proti směru osy x .

b) Pro vlnu o amplitudě 4 mm, vlnové délce 0,5 m a frekvenci 6 Hz zapište vztah pro příčnou rychlost částic struny v závislosti na x a t a určete maximální hodnotu příčné rychlosti.

$\leftarrow x$

$$a) \underline{y(x,t) = y_m \cdot \sin(kx + \omega t)}$$

$$b) y_m = 4 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \lambda = 0,5 \text{ m} \quad f = 6 \text{ Hz}$$

$$v_p = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \omega y_m \cdot \cos(kx + \omega t)$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 6 = \underline{12\pi \text{ s}^{-1}}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = \underline{4\pi \text{ m}^{-1}}$$

$$v_p = 12\pi \cdot 4 \cdot 10^{-3} \cos(4\pi \cdot x + 12\pi \cdot t) =$$
$$= \underline{0,15} \cos(4\pi x + 12\pi t)$$

$$v_{pm} = 0,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



$$x = 1 \text{ m} \quad t = 5 \text{ s}$$

$$v_p \left(\overset{x}{1}; \overset{t}{5} \right) = 0,15 \cdot \cos(4\pi \cdot 1 + 12\pi \cdot 5) =$$
$$= 0,15 \cdot \cos(4\pi + 60\pi) = 0,15 \cdot \underbrace{\cos(64\pi)}_{=1}$$
$$= 0,15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

HRW 17.17

Jaká je rychlost příčné postupné vlny na vlákně hmotnosti 60 g a délky 2 m, jestliže napětí ve vlákně činí 500 N?



$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

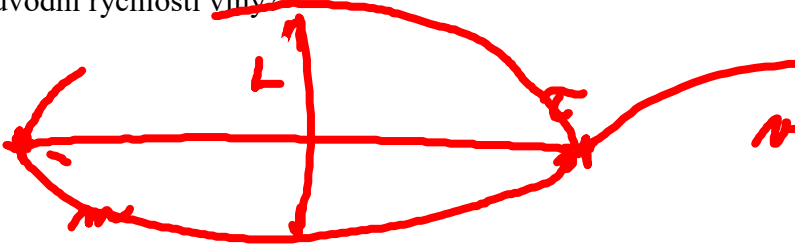
$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{60\text{ g}}{2\text{ m}} = 30\text{ g/m} = \underline{\underline{0,03\frac{\text{kg}}{\text{m}}}}$$

$$v = \sqrt{\frac{500}{0,03}} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} = \underline{\underline{129\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}}$$

HRW 17.20


U ocelového drátu, který je na obou koncích upevněn ve svorkách, jsme zdvojnásobili napětí, aniž se přitom znatelně změnila jeho délka. Jaký je poměr rychlosti šíření příčné vlny k původní rychlosti vlny?

1)



$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{\tau}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{\tau \cdot L}{m}}$$

2)



$$v' = \sqrt{\frac{\tau'}{\mu}} = \sqrt{\frac{2\tau}{\frac{m}{L}}} = \sqrt{\frac{2\tau \cdot L}{m}}$$

$$\frac{v'}{v} = \frac{\sqrt{\frac{2\tau \cdot L}{m}}}{\sqrt{\frac{\tau \cdot L}{m}}} = \sqrt{\frac{2\tau \cdot L}{m} \cdot \frac{m}{\tau \cdot L}} = \sqrt{\frac{2\tau}{\tau}} = \sqrt{2}$$

$$v' = \sqrt{2} \cdot v$$

$$\lambda_1 = 2L$$

$$\lambda_1 = v \cdot T = \frac{v}{f_1} \Rightarrow f = \frac{v}{\lambda_1}$$

$$f' = \frac{\sqrt{2} \cdot v}{\lambda} = \sqrt{2} \cdot f$$

HRW 17.22

Příčná vlna na struně je popsána rovnicí

$$y = (2,0 \text{ mm}) \sin[(20 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1})x - (600 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1})t]$$

Napětí ve struně je 15 N. (a) Určete rychlost vlny. (b) Vypočítejte délkovou hustotu struny v gramech na metr.

$$y_m = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad k = 20 \text{ m}^{-1} \quad \omega = 600 \text{ s}^{-1}$$

$$\tau = 15 \text{ N}$$

$$a) \quad v = \frac{\omega}{k} = \frac{600}{20} \text{ m s}^{-1} = 30 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$b) \quad \mu = ?$$

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \quad | \cdot 2$$

$$v^2 = \frac{\tau}{\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\tau}{v^2} = \frac{15}{30^2} \frac{\text{kg}}{\text{m}} =$$

$$= 0,016 \frac{\text{kg}}{\text{m}} = 16 \frac{\text{g}}{\text{m}}$$