Logika a přirozený jazyk

Mojmír Dočekal

2022-10-20

Pravdivostní tabulky

Platnost

- platnost je vlastností argumentů;

(1) $\neg$A v B, $\neg$(A $\wedge$ B) $\models$ B $\rightarrow$ A neplatný

(2) E $\rightarrow$ F $\models$ $\neg$F $\rightarrow$ $\neg$E platný

(3) D $\rightarrow$ (B $\wedge$ C) $\models$ B $\rightarrow$ (C $\rightarrow$ D) neplatný

(4) (P $\rightarrow$ Q) $\rightarrow$ R $\models$ P $\rightarrow$ (Q $\rightarrow$R) platný

Platnost

- platnost je vlastností argumentů;
- opakování;

(1) $\neg$A v B, $\neg$(A $\wedge$ B) $\models$ B $\rightarrow$ A neplatný

(2) E $\rightarrow$ F $\models$ $\neg$F $\rightarrow$ $\neg$E platný

(3) D $\rightarrow$ (B $\wedge$ C) $\models$ B $\rightarrow$ (C $\rightarrow$ D) neplatný

(4) (P $\rightarrow$ Q) $\rightarrow$ R $\models$ P $\rightarrow$ (Q $\rightarrow$R) platný

Platnost

- platnost je vlastností argumentů;
- opakování;
- pro argument:

(1) $\neg A$ v $B, \neg(A \wedge B) \models B \rightarrow A$ neplatný

(2) $E \rightarrow F \models \neg F \rightarrow \neg E$ platný

(3) $D \rightarrow (B \wedge C) \models B \rightarrow (C \rightarrow D)$ neplatný

(4) $(P \rightarrow Q) \rightarrow R \models P \rightarrow (Q \rightarrow R)$ platný

Kontradikce, tautologie, kontingence

- kontradikce = výrok, který je nutně nepravdivý;

(5) Buď Brno je nejhezčí město na světě nebo Brno není nejhezčí město na světě.

Kontradikce, tautologie, kontingence

- kontradikce = výrok, který je nutně nepravdivý;
- tautologie = výrok, který je nutně pravdivý;

(5) Buď Brno je nejhezčí město na světě nebo Brno není nejhezčí město na světě.

Kontradikce, tautologie, kontingence

- kontradikce = výrok, který je nutně nepravdivý;
- tautologie = výrok, který je nutně pravdivý;
- kontingentní výrok = výrok, který může být 1 i 0;

(5) Buď Brno je nejhezčí město na světě nebo Brno není nejhezčí město na světě.

Kontradikce, tautologie, kontingence

- kontradikce = výrok, který je nutně nepravdivý;
- tautologie = výrok, který je nutně pravdivý;
- kontingentní výrok = výrok, který může být 1 i 0;

(5) Buď Brno je nejhezčí město na světě nebo Brno není nejhezčí město na světě.

- tabulka;

Kontradikce, tautologie, kontingence

- kontradikce = výrok, který je nutně nepravdivý;
- tautologie = výrok, který je nutně pravdivý;
- kontingentní výrok = výrok, který může být 1 i 0;

(5) Buď Brno je nejhezčí město na světě nebo Brno není nejhezčí město na světě.

- tabulka;
- logické pravdy = nutné pravdy = tautologie;

(6) Starobrno je dobré pivo, ale Starobrno není dobré pivo.

- argument, který má jako jednu z premis kontradikci, je nutně deduktivně platný, proto je kontradikce tak nepříjemná;

(7) $P \vee \neg Q$

(8) $(P \wedge Q) \wedge (\neg P \wedge Q)$ kontr.

(9) $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow Q)$ konting.

(6) Starobrno je dobré pivo, ale Starobrno není dobré pivo.

- argument, který má jako jednu z premis kontradikci, je nutně deduktivně platný, proto je kontradikce tak nepříjemná;
- a naopak, je-li v závěru tautologie, tak je argument taky nutně deduktivně platný;

(7) $P \vee \neg Q$

(8) $(P \wedge Q) \wedge (\neg P \wedge Q)$ kontr.

(9) $(P \rightarrow Q) \wedge (\neg P \rightarrow Q)$ konting.

(10) $P \wedge (P \rightarrow (\neg P \wedge Q))$ kontr.

(11) $P \wedge (Q \rightarrow Q)$ konting.

Konzistence

- je-li někdo nekonzistentní, pak ne všechno, co říká, je pravda;

(12) $\{P \rightarrow Q,\ Q \rightarrow (R \wedge \neg S),\ \neg S \rightarrow \neg P,\ P\}$ nekonz.

(13) $\{(P \wedge Q) \text{ v } \neg R,\ R \rightarrow (\neg Q \rightarrow P)\}$ konz.

(14) $\{P \rightarrow (R \text{ v } \neg T),\ \neg P \rightarrow (\neg R \text{ v } T),\ R \wedge \neg T\}$ konz.

(10) $P \wedge (P \rightarrow (\neg P \wedge Q))$ kontr.

(11) $P \wedge (Q \rightarrow Q)$ konting.

Konzistence

- je-li někdo nekonzistentní, pak ne všechno, co říká, je pravda;
- tzn. v pravdivostní tabulce musí být alespoň jeden řádek, kde jsou všechny výroky 1;

(12) $\{P \rightarrow Q, Q \rightarrow (R \wedge \neg S), \neg S \rightarrow \neg P, P\}$ nekonz.

(13) $\{(P \wedge Q) \text{ v } \neg R, R \rightarrow (\neg Q \rightarrow P)\}$ konz.

(14) $\{P \rightarrow (R \text{ v } \neg T), \neg P \rightarrow (\neg R \text{ v } T), R \wedge \neg T\}$ konz.

Logická ekvivalence

- je to vztah mezi dvěma výroky;

(15) Dva výroky jsou logicky ekvivalentní, pokud jsou jejich pravdivostní tabulky shodné.

(16) Není pravda, že Petr a Karel přišli. =? Buď Petr nepřišel, nebo Karel nepřišel.

(17) $\neg(p \wedge q) =? \neg p \vee \neg q$

(18) $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$, $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ ekv.

(19) $(P \vee Q) \vee R$, $\neg(\neg P \vee \neg Q) \wedge \neg R$

(20) $A \rightarrow (B \rightarrow C)$, $\neg C \rightarrow \neg A$

(21) $(P \wedge Q) \rightarrow L$, $P \rightarrow (Q \rightarrow L)$

Cvičení

(22) Je-li plod osobou, pak má plod právo na život. Má-li plod nárok na život, pak není pravda, že má právo jeho život ukončit. Nicméně, jsou-li potraty morální, má někdo právo na to, aby ukončil život plodu. Z toho vyplývá: jsou-li plody osobami, pak jsou potraty nemorální.

(23) $\mathsf{P} \rightarrow \mathsf{R}, \mathsf{R} \rightarrow \neg\mathsf{S}, \mathsf{A} \rightarrow \mathsf{S} \models \mathsf{P} \rightarrow \neg\mathsf{A}$

(24) Plicní rakovina není způsobena kouřením, protože: rakovina plic je častější mezi kouřícími muži než mezi kouřícími ženami. Bylo-li by kouření příčinou rakoviny plic, nemohlo by toto být pravda. Fakt, že plicní rakovina je obvyklejší mezi kuřáky než mezi kuřačkami implikuje, že je způsobena něčím v mužské genetické výbavě. Ale je-li způsobena genomem, pak není způsobena kouřením.

(25) $\mathsf{M}, \mathsf{L} \to \neg \mathsf{M}, \mathsf{M} \to \mathsf{U}, \mathsf{U} \to \neg \mathsf{L} \models \neg \mathsf{L}$

Problémy výrokové logiky

- existuje mnoho intuitivně deduktivně platných argumentů, které jsou z pohledu výrokové logiky deduktivně neplatné:

(26) a. Všichni psi jsou smrtelní.
b. Alík je pes.
c. $\models$ Alík je smrtelný.

(27) a. Všichni filozofové mají fousy.
b. Někteří filozofové jsou Češi.
c. $\models$ Někteří Češi mají fousy.

- záleží to na struktuře argumentu, ale ta není ve výrokové logice zachytitelná;

Singulární termy

- záleží to na struktuře argumentu, ale ta není ve výrokové logice zachytitelná;
- tři nové typy: singulární termy, predikáty a kvantifikátory;

Singulární termy

- záleží to na struktuře argumentu, ale ta není ve výrokové logice zachytitelná;
- tři nové typy: singulární termy, predikáty a kvantifikátory;

Singulární termy

- singulární termy mohou referovat k jednotlivým objektům;

- záleží to na struktuře argumentu, ale ta není ve výrokové logice zachytitelná;
- tři nové typy: singulární termy, predikáty a kvantifikátory;

Singulární termy

- singulární termy mohou referovat k jednotlivým objektům;
- jsou to jazykově vlastní jména, určité deskripce, demonstrativa a zájmena;

- záleží to na struktuře argumentu, ale ta není ve výrokové logice zachytitelná;
- tři nové typy: singulární termy, predikáty a kvantifikátory;

Singulární termy

- singulární termy mohou referovat k jednotlivým objektům;
- jsou to jazykově vlastní jména, určité deskripce, demonstrativa a zájmena;
- mohou být podmětem;

- záleží to na struktuře argumentu, ale ta není ve výrokové logice zachytitelná;
- tři nové typy: singulární termy, predikáty a kvantifikátory;

Singulární termy

- singulární termy mohou referovat k jednotlivým objektům;
- jsou to jazykově vlastní jména, určité deskripce, demonstrativa a zájmena;
- mohou být podmětem;
- používá se malých písmen: a, b, c, d, ...;

Predikáty vlastností

- ty jsou aplikovány na objekty;

(28) Predikáty vzniknou, vynecháme-li z výroku singulární termy.

(29) Alík je pes: $P^1a/P(a)$

Predikáty vlastností

- ty jsou aplikovány na objekty;
- připisují jim vlastnosti;

(28) Predikáty vzniknou, vynecháme-li z výroku singulární termy.

(29) Alík je pes: $P^1a/P(a)$

Predikáty vlastností

- ty jsou aplikovány na objekty;
- připisují jim vlastnosti;
- predikát v logice = predikát (sloveso) a všechny jeho objekty

(28) Predikáty vzniknou, vynecháme-li z výroku singulární termy.

(29) Alík je pes: $P^1a/P(a)$

Predikáty vlastností

- ty jsou aplikovány na objekty;
- připisují jim vlastnosti;
- predikát v logice = predikát (sloveso) a všechny jeho objekty

(28) Predikáty vzniknou, vynecháme-li z výroku singulární termy.

- singulární termy referují k jednotlivinám, predikáty k množinám (potenciálně);

(29) Alík je pes: $P^1a/P(a)$

Predikáty vlastností

- ty jsou aplikovány na objekty;
- připisují jim vlastnosti;
- predikát v logice = predikát (sloveso) a všechny jeho objekty

(28) Predikáty vzniknou, vynecháme-li z výroku singulární termy.

- singulární termy referují k jednotlivinám, predikáty k množinám (potenciálně);
- predikáty vlastností se označují $A^1, \ldots$;

(29) Alík je pes: $P^1a/P(a)$

Kvantifikátory

- syntakticky se chovají stejně jako singulární termy: *každá ryba, žádný chlapec, každý dům*;

Kvantifikátory

- syntakticky se chovají stejně jako singulární termy: *každá ryba, žádný chlapec, každý dům*;
- sémanticky jde o zcela jiné výrazy;

Kvantifikátory

- syntakticky se chovají stejně jako singulární termy: *každá ryba, žádný chlapec, každý dům*;
- sémanticky jde o zcela jiné výrazy;
- kvantifikátory vypadají jako adjektiva;

Kvantifikátory

- syntakticky se chovají stejně jako singulární termy: *každá ryba, žádný chlapec, každý dům*;
- sémanticky jde o zcela jiné výrazy;
- kvantifikátory vypadají jako adjektiva;
- klasická predikátova logika si vystačí s pouze dvěma kvantifikátory: existenčním a obecným;

Jednoduché výroky s existenčním kvantifikátorem

(30) a. Něco je psem.
b. Alespoň jedna věc je psem.
c. There are dogs.

- je to existenční kvantifikátor, protože explicitně nebo implicitně tvrdí existenci nějaké věci;

Symbolizace existenčních výroků

- kvantifikátory nejsou singulární termy;

(31) Někdo se ztratil

a. – můžu se zeptat, kdo, ale

b. Josef se ztratil – nelze

Symbolizace existenčních výroků

- kvantifikátory nejsou singulární termy;
- co by se stalo, kdyby byly?

(31) Někdo se ztratil

a. – můžu se zeptat, kdo, ale

b. Josef se ztratil – nelze

Symbolizace existenčních výroků

- kvantifikátory nejsou singulární termy;
- co by se stalo, kdyby byly?
- symbolizace: D^1s

(31) Někdo se ztratil

a. – můžu se zeptat, kdo, ale

b. Josef se ztratil – nelze

Symbolizace existenčních výroků

- kvantifikátory nejsou singulární termy;
- co by se stalo, kdyby byly?
- symbolizace: D^1s
- kvantifikátory nejsou singulární, ale obecné výrazy: nic není vyčleněno:

(31) Někdo se ztratil

a. – můžu se zeptat, kdo, ale

b. Josef se ztratil – nelze

- stejně tak *nikdo* – je to obecný výraz, který nereferuje k nějakému objektu;

(32) D[1]

- stejně tak *nikdo* – je to obecný výraz, který nereferuje k nějakému objektu;
- symbolizace:

(32) D^1

Jednoduché obecné výroky

- každý následující výrok je jednoduchý obecný výrok:

(33) a. Všechno je psem.
b. Každá věc je psem.

Jednoduché obecné výroky

- každý následující výrok je jednoduchý obecný výrok:

(33) a. Všechno je psem.
b. Každá věc je psem.

- stejně jako existenční kvantifikátor, není ani obecný singulárním termem;

- argument vázáním:

(34) a. Jedině Petr Novák miluje Petra Nováka.
b. Jedině Petr Novák se miluje.

(35) a. Každý miluje každého.
b. Každý miluje sebe.

- argument z kontradikce: $p \wedge \neg p$ je kontradikce:

(36) a. Petr je horolezec a Petr není horolezec.
b. Někteří lidé jsou horolezci a někteří lidé nejsou horolezci.

(37) a. Petr je horolezec nebo Petr není horolezec.
b. Každý člověk je horolezec nebo každý člověk není horolezec.

- argument z kontradikce: $p \wedge \neg p$ je kontradikce:

(36) a. Petr je horolezec a Petr není horolezec.
b. Někteří lidé jsou horolezci a někteří lidé nejsou horolezci.

- argument z tautologie: $p \vee \neg\, p$ je tautologie:

(37) a. Petr je horolezec nebo Petr není horolezec.
b. Každý člověk je horolezec nebo každý člověk není horolezec.

- každopádně kvantifikátory nereferují;

(38) D^1

- každopádně kvantifikátory nereferují;
- zápis:

(38) D^1

Komplexní predikáty

(39) a. Alík je buď kočka, nebo pes.
b. Jestli Alík není ovce, tak je psem.

- bez problémů, s kvantifikátory se problematizuje:

(40) a. Něco je buď kočka, nebo pes.
b. Jestli něco není ovce, tak je to pes.

(41) a. $(K^1 \vee P^1)$
b. $(K^1 \rightarrow P^1)$

Komplexní predikáty

(39) a. Alík je buď kočka, nebo pes.
b. Jestli Alík není ovce, tak je psem.

- bez problémů, s kvantifikátory se problematizuje:

(40) a. Něco je buď kočka, nebo pes.
b. Jestli něco není ovce, tak je to pes.

- nutno zapsat:

(41) a. $(K^1 \vee P^1)$
b. $(K^1 \rightarrow P^1)$

Komplexní predikáty

(39) a. Alík je buď kočka, nebo pes.
b. Jestli Alík není ovce, tak je psem.

- bez problémů, s kvantifikátory se problematizuje:

(40) a. Něco je buď kočka, nebo pes.
b. Jestli něco není ovce, tak je to pes.

- nutno zapsat:

(41) a. $(K^1 \vee P^1)$
b. $(K^1 \rightarrow P^1)$

Komplexní predikáty

(39) a. Alík je buď kočka, nebo pes.
b. Jestli Alík není ovce, tak je psem.

- bez problémů, s kvantifikátory se problematizuje:

(40) a. Něco je buď kočka, nebo pes.
b. Jestli něco není ovce, tak je to pes.

- nutno zapsat:

(41) a. $(K^1 \vee P^1)$
b. $(K^1 \rightarrow P^1)$

Definice

Kvantifikátory modifikující obecné termy

- v češtině jsou kvantifikátory vždycky omezené nějakým jménem;

(42) Některé dívky jsou vysoké.

(43) $\mathsf{V}^1{}_D$

Definice

Kvantifikátory modifikující obecné termy

- v češtině jsou kvantifikátory vždycky omezené nějakým jménem;

(42) Některé dívky jsou vysoké.

- intuitivní strategie:

(43) $V^1{}_D$

- to není dobře, pravidlo:

(44) Má-li subjekt-predikátový výrok v subjektu α (α je jméno) a β jako predikát, tak tento výrok má v predikátové logice podobu $(\alpha \wedge \beta)$.

(45) a. Některé dívky jsou vysoké.
b. Něco je dívka a vysoké

(46) a. Některá zvířata jsou psi.
b. Něco je zvířetem a psem.

(47) $(\mathsf{Z}^1 \wedge \mathsf{P}^1)$

- to není dobře, pravidlo:

(44) Má-li subjekt-predikátový výrok v subjektu α (α je jméno) a β jako predikát, tak tento výrok má v predikátové logice podobu $(\alpha \wedge \beta)$.

- to tvrdí ekvivalenci mezi a a b:

(45) a. Některé dívky jsou vysoké.
b. Něco je dívka a vysoké

(46) a. Některá zvířata jsou psi.
b. Něco je zvířetem a psem.

(47) $(\mathsf{Z}^1 \wedge \mathsf{P}^1)$

Univerzální kvantifikátory a obecné termy

(48) a. Všechny kočky jsou černé.

b. Každý muž je vysoký.

- co by se stalo, kdybychom použili stejnou spojku?

(49) $(K^1 \wedge C^1)$

Univerzální kvantifikátory a obecné termy

(48) a. Všechny kočky jsou černé.
b. Každý muž je vysoký.

- co by se stalo, kdybychom použili stejnou spojku?

(49) $(K^1 \wedge C^1)$

- to tvrdí, že všechno je kočka a je to černé, což je cosi jiného, než je význam původní věty;

(50) Má-li subjekt-predikátový výrok v subjektu α (kde α je jméno) a β jako predikát, pak tento výrok má v predikátové logice formu $(\alpha \rightarrow \beta)$.

- většina výroků přirozeného jazyka má omezenou kvantifikaci;

(51) a. Všichni rabíni jsou moudří.
b. Pro jakýkoliv objekt platí, že je-li rabínem, tak je moudrý.

(50) Má-li subjekt-predikátový výrok v subjektu α (kde α je jméno) a β jako predikát, pak tento výrok má v predikátové logice formu $(\alpha \rightarrow \beta)$.

- většina výroků přirozeného jazyka má omezenou kvantifikaci;
- tato ekvivalence tedy tvrdí, že a a b jsou stejné:

(51) a. Všichni rabíni jsou moudří.
b. Pro jakýkoliv objekt platí, že je-li rabínem, tak je moudrý.

Cvičení

(52) a. Petr mluví rychle.
b. Někteří Italové mluví německy.
c. Každý rabín není Ital.
d. !Každý strom nemá listy.
e. Každý člověk má ruce a nohy.
f. Každé číslo je buď sudé nebo liché.
g. Všichni muzikanti zahráli a všichni muzikanti odešli.
h. Jestli Petr odejde, tak se všechno rozpadne.

(53) a. Petr mluví rychle. M^1p

b. Někteří Italové mluví německy.

c. Každý rabín není Ital. $(R^1 \rightarrow \neg I^1)$

d. !Každý strom nemá listy. $(S^1 \rightarrow \neg L^1)/\neg(S^1 \rightarrow L^1)$

e. Každý člověk má ruce a nohy. $(C^1 \rightarrow (R^1 \wedge N^1))$

f. Každé číslo je buď sudé nebo liché. $(C^1 \rightarrow (S^1 \vee L^1))$

g. Všichni muzikanti zahráli a všichni muzikanti odešli. $(M^1 \rightarrow Z^1) \wedge (M^1 \rightarrow O^1)$

h. Jestli Petr odejde, tak se všechno rozpadne. $O^1p \rightarrow R^1$

(54) a. Žádní psi nejsou kočky.

b. Alík není kočka.

c. $\models$ Alík je pes.

(55) a. $\neg\,(P^1 \wedge K^1)$

b. $\neg K^1 a$

c. $\models P^1 a$

(56) a. Žádní akrobati nejsou nešikovní.

b. Jestli je Karel číšník, pak jestli jsou všichni číšníci nešikovní, tak Karel není akrobat.

(57) a. $\neg(A^1 \wedge \neg S^1)$

b. $C^1 k \rightarrow ((C^1 \rightarrow \neg S^1) \rightarrow \neg A^1 k)$

(58) a. Všechny kočky jsou savci.

b. $\models$ Všechny kočky jsou buď savci, nebo hlodavci.

(59) a. $(\mathsf{K}^1 \rightarrow \mathsf{S}^1)$

b. $\models (\mathsf{K}^1 \rightarrow (\mathsf{S}^1 \vee \mathsf{H}^1))$

Kompozicionalita

- univerzální/existenční kvantifikace i bez jazykového vyjádření kvantifikátoru:

(60) a. Lvi jsou masožravci.
b. V budově byli lvi.

(61) a. $\forall(L^1 \rightarrow M^1)$
b. $\exists(L^1 \wedge B^1)$

Kompozicionalita

- univerzální/existenční kvantifikace i bez jazykového vyjádření kvantifikátoru:

(60) a. Lvi jsou masožravci.
     b. V budově byli lvi.

- formalizace = ujasnění významu

(61) a. $\forall(L^1 \rightarrow M^1)$
     b. $\exists(L^1 \wedge B^1)$

- Princip kompozicionality zní ve své nejznámější podobě takto:

(62) *Význam celého výrazu je funkcí významů jeho částí.*

- Princip kompozicionality zní ve své nejznámější podobě takto:

(62) *Význam celého výrazu je funkcí významů jeho částí.*

- intuitivně přitažlivý, nicméně není nekontroverzní se k němu (při analýze přirozeného jazyka) přihlásit

- Princip kompozicionality zní ve své nejznámější podobě takto:

(62) *Význam celého výrazu je funkcí významů jeho částí.*

- intuitivně přitažlivý, nicméně není nekontroverzní se k němu (při analýze přirozeného jazyka) přihlásit
- v predikátové logice je význam celé formule pravdivostní hodnota, která vznikla aplikací jednotlivých operátorů a spojek na zbytek částí formule (např. tautologie $(\forall x Rx) \rightarrow \neg\exists x \neg Rx$ je pravdivá pro libovolný unární predikát R a její tautologičnost vyplývá ze standardních definicí predikátové logiky)

- ve formální sémantice je princip kompozicionality přijímán jako metodologický postulát i při analýze libovolného přirozeného jazyka

- ve formální sémantice je princip kompozicionality přijímán jako metodologický postulát i při analýze libovolného přirozeného jazyka
- sémantická kreativita a nekonečnost, tj. schopnost člověka porozumět (za pomocí konečných prostředků) nekonečnému (potenciálně) množství vět

- ve formální sémantice je princip kompozicionality přijímán jako metodologický postulát i při analýze libovolného přirozeného jazyka
- sémantická kreativita a nekonečnost, tj. schopnost člověka porozumět (za pomocí konečných prostředků) nekonečnému (potenciálně) množství vět
- člověk musí znát jen konečný počet jednotek a několik základních pravidel, kterými se kombinují jejich významy, aby byl schopen porozumět i větám, které nikdy neslyšel

- ve formální sémantice je princip kompozicionality přijímán jako metodologický postulát i při analýze libovolného přirozeného jazyka
- sémantická kreativita a nekonečnost, tj. schopnost člověka porozumět (za pomocí konečných prostředků) nekonečnému (potenciálně) množství vět
- člověk musí znát jen konečný počet jednotek a několik základních pravidel, kterými se kombinují jejich významy, aby byl schopen porozumět i větám, které nikdy neslyšel
- význam vět se může lišit buď různými základními jednotkami

- význam vět *Petr uviděl Marii* a *Karel uviděl Marii* se liší tím, že v první větě zařazujeme individuum *Petr* do množiny individuí, která viděla Marii: $Petr' \in \{x|x \textit{ viděl Marii'}\}$

- význam vět *Petr uviděl Marii* a *Karel uviděl Marii* se liší tím, že v první větě zařazujeme individuum *Petr* do množiny individuí, která viděla Marii: $Petr' \in \{x|x \textit{ viděl Marii'}\}$
- zatímco v druhé větě zařazujeme jako prvek do stejné množiny jiné individuum, Karel: $Karel' \in \{x|x \textit{ viděl Marii'}\}$ nebo způsobem jejich spojení (význam částí zůstává stejný, ale funkce/množina se mění: *Marie viděla Petra* je v množinové notaci interpretovatelné tak, že Mari patří do množiny individuí, která viděla Petra: $Marie' \in \{x|x \textit{ viděl Petra'}\}$)

- Historie pojmu kompozicionality: tento princip je běžně přičítán Fregovi (srov. diskusi v @janssen_compositionality_1997), nicméně v jeho díle se zpočátku objevuje opak principu kompozicionality, tj. “princip kontextuality”, srov. @frege_grundlagen_1959, překlad MD:

(63) Na význam slova bychom se měli ptát pouze v kontextu věty, nikdy izolovaně.

- princip kontextuality (opakovaně užitý ve Fregově díle) se zdá mu odporovat. Nicméně v pozdější tvorbě se Frege přiklání k zmírnění principu kontextuality a tvrdí téměř cosi obdobného jako princip kompozicionality

(64) Je omračující, co jazyk dokáže dělat. S pár slabikami dokáže vyjádřit nespočitatelné množství myšlenek, takže i myšlenka, která se poprvé objevila v hlavě nějakého člověka, může dostat podobu slov, která jsou srozumitelná pro někoho jiného, který danou myšlenku před tím neznal. Toto by nebylo možné, pokud bychom nemohli rozlišit části myšlenek, které odpovídají částem vět, takže struktura vět zrcadlí strukturu myšlenek.

- princip kontextuality (opakovaně užitý ve Fregově díle) se zdá mu odporovat. Nicméně v pozdější tvorbě se Frege přiklání k zmírnění principu kontextuality a tvrdí téměř cosi obdobného jako princip kompozicionality
- srov. @frege_logische_1963, překlad MD:

(64) Je omračující, co jazyk dokáže dělat. S pár slabikami dokáže vyjádřit nespočitatelné množství myšlenek, takže i myšlenka, která se poprvé objevila v hlavě nějakého člověka, může dostat podobu slov, která jsou srozumitelná pro někoho jiného, který danou myšlenku před tím neznal. Toto by nebylo možné, pokud bychom nemohli rozlišit části myšlenek, které odpovídají částem vět, takže struktura vět zrcadlí strukturu myšlenek.

- klasické protipříklady ke kompozicionalitě:

(65) a. Anyone can join.
b. Everyone can join.

(66) $\forall(P^1 \rightarrow J^1)$

vs.

(67) a. If everyone can join, then David can.
b. If anyone can join, then David can.

(68) a. $\forall(O^1 \rightarrow J^1) \rightarrow J^1 d$
b. $\exists(O^1 \wedge J^1) \rightarrow J^1 d$

- v některých kontextech jsou *everyone* a *anyone* synonymní

(69) a. Not everyone can join.
b. Not anyone can join.

symbolizace:

(70) a. $\neg\forall(P^1 \rightarrow J^1)$
b. $\neg\exists(P^1 \wedge J^1)$

- v některých kontextech jsou *everyone* a *anyone* synonymní
- v jiných jsou synonymní *anyone* a *someone*

(69) a. Not everyone can join.

b. Not anyone can join.

symbolizace:

(70) a. $\neg\forall(P^1 \rightarrow J^1)$

b. $\neg\exists(P^1 \wedge J^1)$

- v některých kontextech jsou *everyone* a *anyone* synonymní
- v jiných jsou synonymní *anyone* a *someone*

(69) a. Not everyone can join.
b. Not anyone can join.

symbolizace:

(70) a. $\neg\forall(P^1 \rightarrow J^1)$
b. $\neg\exists(P^1 \wedge J^1)$

- někdy univerzální, někdy existenční

- příklady z češtiny:

(71) Kdokoliv dokáže vyřešit tento problém

(72) Jestli kdokoliv dokáže vyřešit tento problém, tak snad jedině Petr

a. $[\exists x \diamond [resit'(x, tento\_problem')] \rightarrow$
$[resit'(Petr', tento\_problem')]]$

- příklady z češtiny:

(71) Kdokoliv dokáže vyřešit tento problém

- má interpretaci FCI univerzální:
$\forall x[osoba'(x) \rightarrow \diamond[resit'(x, tento\_problem')]]$

(72) Jestli kdokoliv dokáže vyřešit tento problém, tak snad jedině Petr

a. $[\exists x \diamond [resit'(x, tento\_problem')] \rightarrow [resit'(Petr', tento\_problem']]$

- příklady z češtiny:

(71) Kdokoliv dokáže vyřešit tento problém

- má interpretaci FCI univerzální:
  $\forall x[osoba'(x) \rightarrow \diamond[resit'(x, tento\_problem')]]$
- Nicméně zanoříme-li tuto větu do kontextu operátoru vyplývajícího dolů (např. implikace), interpretace FCI se změní na existenční:

(72) Jestli kdokoliv dokáže vyřešit tento problém, tak snad jedině Petr

a. $[\exists x \diamond [resit'(x, tento\_problem')] \rightarrow$
$[resit'(Petr', tento\_problem']]$

Restriktivní relativní věty

- kvantifikátor + NP + relativní věta

(73) Každá žena, která je vdaná, řídí.

(74) $\forall((Z^1 \wedge V^1) \rightarrow R^1)$

(75) α + který/která/… $+ \beta = \alpha \wedge \beta$

Restriktivní relativní věty

- kvantifikátor + NP + relativní věta

(73) Každá žena, která je vdaná, řídí.

- predikátová konjunkce:

(74) $\forall((Z^1 \wedge V^1) \rightarrow R^1)$

(75) α + který/která/... + $\beta = \alpha \wedge \beta$

Restriktivní relativní věty

- kvantifikátor + NP + relativní věta

(73) Každá žena, která je vdaná, řídí.

- predikátová konjunkce:

(74) $\forall((Z^1 \wedge V^1) \rightarrow R^1)$

- obecně:

(75) α + který/která/... $+ \beta = \alpha \wedge \beta$

(76) a. Každý student, který se připravoval, prošel.
b. Všichni studenti, kteří se připravovali, prošli.

- oproti tomu nerestriktivní relativní věty:

(77) a. Petr, kterého mám rád, je vysoký.
b. Klára přišla pozdě, což rozzlobilo Báru.

oproti restriktivním:

(78) a. Dívky, které mám rád, jsou vysoké.
b. Každý, koho mám rád, šel do kina.
c. Každý student, který hlasoval pro Karla, je idiot.

- restriktivní relativní věty nejdou k vlastním jménům:

(79) ???Umberto Ecco, kterého mám rád, nedávno umřel.

(80) Petr říkal, že odstoupí, což považuju za moudré.

- restriktivní relativní věty nejdou k vlastním jménům:

(79) ???Umberto Ecco, kterého mám rád, nedávno umřel.

- nerestriktivní relativní věty modifikují celé věty:

(80) Petr říkal, že odstoupí, což považuju za moudré.

Nerestriktivní relativní věty

- z (81-a) plyne (81-b) a (81-c)

(81) a. Petr, kterého mám moc rád, je vysoký.
b. Petr je vysoký.
c. Mám rád Petra.

(82) Každý, koho mám rád, odešel do kina.
a. Mám rád každého.
b. Každý odešel do kina.

Nerestriktivní relativní věty

- z (81-a) plyne (81-b) a (81-c)

(81) a. Petr, kterého mám moc rád, je vysoký.
b. Petr je vysoký.
c. Mám rád Petra.

- u restriktivních to neplyne:

(82) Každý, koho mám rád, odešel do kina.
a. Mám rád každého.
b. Každý odešel do kina.

Nerestriktivní relativní věty

- z (81-a) plyne (81-b) a (81-c)

(81) a. Petr, kterého mám moc rád, je vysoký.
     b. Petr je vysoký.
     c. Mám rád Petra.

- u restriktivních to neplyne:

(82) Každý, koho mám rád, odešel do kina.
     a. Mám rád každého.
     b. Každý odešel do kina.

- restriktivní relativní věta zužuje denotaci subjektu

- obecná formalizace:

(83) a. Není pravda, že Karel, kterýho mám rád, je vysoký.
b. Jestli Karel, kterýho mám rád, je vysoký, tak je Pavel šťastný.
c. Buď Karel, kterýho mám rád, je vysoký, nebo je Pavel šťastný.

(84) a. $R \wedge \neg V$
b. $R \wedge (V \rightarrow S)$
c. $R \wedge (V \vee S)$

- obecná formalizace:

(83) a. Není pravda, že Karel, kterýho mám rád, je vysoký.
b. Jestli Karel, kterýho mám rád, je vysoký, tak je Pavel šťastný.
c. Buď Karel, kterýho mám rád, je vysoký, nebo je Pavel šťastný.

(84) a. $R \wedge \neg V$
b. $R \wedge (V \rightarrow S)$
c. $R \wedge (V \vee S)$

- nerestriktivní relativní věty dodávají informaci, která se připojuje ke spojce s nejširším skopem

- podobně pro epiteta:

(85) a. Karel, ten idiot, nepřišel.
b. Jestli Karel, ten idiot, přijde pozdě, tak budu naštvaný.
c. Buď Karel, ten idiot, přijde pozdě, nebo budu naštvaný.

(86) a. $I \wedge \neg P$
b. $I \wedge (P \rightarrow N)$
c. $I \wedge (P \vee N)$

- zájmena/anafory lze použít buď deikticky, nebo anaforicky:

(87) a. Ona se najedla doma.
b. On je prezident.

(88) a. Marie je na sebe dost naštvaná.
b. Karel doufá, že ho pozvou na ten večírek.

(89) Je-li něco vysoké, pak je to šťastné.
a. $\forall(V^1 \rightarrow S^1)$
b. s proměnnými: $\forall x(Vx \rightarrow Sx)$

Deixe a anafora

- zájmena/anafory lze použít buď deikticky, nebo anaforicky:

(87) a. Ona se najedla doma.
b. On je prezident.

(88) a. Marie je na sebe dost naštvaná.
b. Karel doufá, že ho pozvou na ten večírek.

- kvantifikátory a anafora:

(89) Je-li něco vysoké, pak je to šťastné.
a. $\forall(V^1 \rightarrow S^1)$
b. s proměnnými: $\forall x(Vx \rightarrow Sx)$

Pouze

- znovu otáčení jako u implikace

(90) Pouze muži jsou blázni.

a. $\forall(B^1 \rightarrow M^1)$

(91) Pouze α jsou $\beta = \forall(\beta \rightarrow \alpha)$

Pouze

- znovu otáčení jako u implikace

(90) Pouze muži jsou blázni.

a. $\forall(B^1 \rightarrow M^1)$

- obecně:

(91) Pouze α jsou $\beta = \forall(\beta \rightarrow \alpha)$

- komplikace s restriktivními větami:

(92) Pouze účastníci, kteří se zaregistrovali včas, dostali slevu.

(93) $\forall(S^1 \rightarrow (U^1 \wedge V^1))$

(94) $\forall((U^1 \wedge S^1) \rightarrow V^1)$

- komplikace s restriktivními větami:

(92) Pouze účastníci, kteří se zaregistrovali včas, dostali slevu.

- použitím:

(93) $\forall(S^1 \rightarrow (U^1 \wedge V^1))$

(94) $\forall((U^1 \wedge S^1) \rightarrow V^1)$

- komplikace s restriktivními větami:

(92) Pouze účastníci, kteří se zaregistrovali včas, dostali slevu.

- použitím:

(93) $\forall(S^1 \rightarrow (U^1 \wedge V^1))$

- ale spíše to znamená:

(94) $\forall((U^1 \wedge S^1) \rightarrow V^1)$

- obecně:

(95) Pouze β, kteří jsou α, jsou γ.

a. $\forall((\beta \wedge \gamma) \rightarrow \alpha)$

b. $\forall(\gamma \rightarrow (\beta \wedge \alpha))$

(96) Pouze lidé, kteří mají dítě, mohou vejít do parku.

(97) a. $\forall((C^1 \wedge V^1) \rightarrow D^1)$

- obecně:

(95) Pouze β, kteří jsou α, jsou γ.

a. $\forall((\beta \wedge \gamma) \rightarrow \alpha)$

b. $\forall(\gamma \rightarrow (\beta \wedge \alpha))$

- např.

(96) Pouze lidé, kteří mají dítě, mohou vejít do parku.

(97) a. $\forall((C^1 \wedge V^1) \rightarrow D^1)$

- obecně:

(95) Pouze β, kteří jsou α, jsou γ.

a. $\forall((\beta \wedge \gamma) \rightarrow \alpha)$

b. $\forall(\gamma \rightarrow (\beta \wedge \alpha))$

- např.

(96) Pouze lidé, kteří mají dítě, mohou vejít do parku.

- restrikce na lidi s dětmi:

(97) a. $\forall((C^1 \wedge V^1) \rightarrow D^1)$

- jiný scénář: velká fronta před parkem, děti, lidé bez dětí, zvířata:

(98) $\forall(V^1 \rightarrow (C^1 \wedge D^1))$

Restriktivní slova v přirozeném jazyce

- univerzální kvantifikace v přirozeném jazyce není nikdy nerestriktivní

(99) Všechno, co má hmotu, je viditelné.

a. $\forall(H^1 \rightarrow V^1)$

(100)
a. Všichni lidé jsou smrtelní.
b. Někteří chlapci jsou vysocí.
c. Každá ryba odplavala.
d. Žádné dítě nespalo.

- zájmena:

(101) každý, kdokoliv, nikdo, někdo, někde, někdy, ...

(102) a. Někdo odešel.
b. Nikde nepršelo.
c. Každý přišel.

(103) a. $\exists(O^1 \wedge D^1)$
b. $\neg\exists(P^1 \wedge R^1)$
c. $\forall(P^1 \rightarrow R^1)$

- prozatím jen jednomístné/jednovalenční predikáty:

(104) Petr přijel . . . P^1p

(105) a. Petr miluje Marii.
b. Marie miluje Petra.
c. Modré auto parkovalo mezi červeným a bílým autem.

(106) a. M^2pm
b. M^2mp
c. P^3mcb

- prozatím jen jednomístné/jednovalenční predikáty:

(104) Petr přijel . . . P^1p

- nicméně v přirozeném jazyce jsou i tranzitivní a ditranzitivní predikáty:

(105)
  a. Petr miluje Marii.
  b. Marie miluje Petra.
  c. Modré auto parkovalo mezi červeným a bílým autem.

(106)
  a. M^2pm
  b. M^2mp
  c. P^3mcb

- **Konvence 1**: počet argumentů (viz výše)

(107) Petr miluje Marii, ale Marie Petra nemiluje.

a. $M^2pm \wedge \neg M^2mp$

(108) Petr políbil Marii včera na nádraží.

a. P^4pmvn

- **Konvence 1**: počet argumentů (viz výše)
- **Konvence 2**: pořadí

(107) Petr miluje Marii, ale Marie Petra nemiluje.

a. $M^2pm \wedge \neg M^2mp$

(108) Petr políbil Marii včera na nádraží.

a. P^4pmvn

- **Konvence 1**: počet argumentů (viz výše)
- **Konvence 2**: pořadí

(107) Petr miluje Marii, ale Marie Petra nemiluje.

a. $M^2pm \wedge \neg M^2mp$

- klasická predikátová logika nerozlišuje mezi komplementy a adjunkty:

(108) Petr políbil Marii včera na nádraží.

a. P^4pmvn

- **Konvence 3**: aktivum a pasivum

(109) a. Petr napsal tu knihu.
b. Ta kniha byla napsána Petrem.
c. N^2pk

Proměnné

- hodí se (nejen) pro symbolizaci zájmen/anafor

(110) Vlastní-li Petr něco, tak to bije.

a. $\forall x(V^2px \rightarrow B^2px)$

b. $\forall y(V^2py \rightarrow B^2py)$

c. $\forall z(V^2pz \rightarrow B^2pz)$

(111) Petr něco praštil, ale ono to neumřelo.

a. $\exists x[P^2px \wedge \neg U^1x]$

Proměnné

- hodí se (nejen) pro symbolizaci zájmen/anafor

(110) Vlastní-li Petr něco, tak to bije.

a. $\forall x(V^2px \rightarrow B^2px)$

b. $\forall y(V^2py \rightarrow B^2py)$

c. $\forall z(V^2pz \rightarrow B^2pz)$

- podobně:

(111) Petr něco praštil, ale ono to neumřelo.

a. $\exists x[P^2px \wedge \neg U^1x]$

- proměnná musí být ve skopu kvantifikátoru, (112) je špatně (volná proměnná):

(112) $\forall x(V^2px) \to B^2px$

(113) Někdo navštívil Petra.

a. $\exists x(O^1x \wedge N^2xp)$

- proměnná musí být ve skopu kvantifikátoru, (112) je špatně (volná proměnná):

(112) $\forall x(V^2px) \rightarrow B^2px$

- implicitní proměnné:

(113) Někdo navštívil Petra.

a. $\exists x(O^1x \wedge N^2xp)$

- standardní:

(114) Každý se ztratil.

a. $\forall x(P^1x \rightarrow Z^1x)$

(115) Každý muž miluje nějakou ženu.

a. $\forall x(M^1x \rightarrow \exists y(Z^1y \wedge M^2xy))$

- standardní:

(114) Každý se ztratil.

a. $\forall x(P^1x \rightarrow Z^1x)$

- složitější:

(115) Každý muž miluje nějakou ženu.

a. $\forall x(M^1x \rightarrow \exists y(Z^1y \wedge M^2xy))$

- obecně:

(116) Má-li n-místný predikát θ^n jako jeden ze svých argumentů NP $\forall\alpha$, přepiš tento predikát jako $\forall x(\alpha x \rightarrow \theta^n x)$.

(117) Každý návštěvník představil Karlovi Marii.

a. $\forall x(N^1 x \rightarrow P^3 xkm)$

- obecné pravidlo pro existenční kvantifikátor:

(118) Má-li n-místný predikát θ^n jako jeden ze svých argumentů NP $\exists\alpha$, přepiš tento predikát jako $\exists x(\alpha x \wedge \theta^n x)$.

(119) Každý muž miluje nějakou ženu.

a. $\forall x(M^1 x \rightarrow \exists y(Z^1 y \wedge M^2 xy))$

b. *$\forall x(M^1 x \rightarrow \exists x(Z^1 x \wedge M^2 xx))$

- obecné pravidlo pro existenční kvantifikátor:

(118) Má-li n-místný predikát θ^n jako jeden ze svých argumentů NP $\exists\alpha$, přepiš tento predikát jako $\exists x(\alpha x \wedge \theta^n x)$.

- jeden kvantifikátor nemůže vázat více než jednu proměnnou!

(119) Každý muž miluje nějakou ženu.

a. $\forall x(M^1 x \rightarrow \exists y(Z^1 y \wedge M^2 xy))$
b. $*\forall x(M^1 x \rightarrow \exists x(Z^1 x \wedge M^2 xx))$

- rozdíl mezi singulárními termy a indefinity!

(120) Každý muž dal každé ženě nějaký/jeden dárek.

a. $\forall x(M^1x \rightarrow \forall y(Z^1y \rightarrow \exists z(D^1z \wedge D^3xyz)))$

(121)

a. Každý muž dal nějaké ženě každý dárek.
b. Nějaký muž dal každé ženě každý dárek.
c. Nějaká žena dala každému muži každý dárek.
d. Každý muž dal každému muži každý dárek.
e. Každý miluje někdy někoho ale někdo miluje každého vždycky.
f. Petr miluje někoho v 10:00.
g. Všichni její obdivovatelé dali Marii ananas.

- rozdíl mezi singulárními termy a indefinity!

(120) Každý muž dal každé ženě nějaký/jeden dárek.

a. $\forall x(M^1 x \rightarrow \forall y(Z^1 y \rightarrow \exists z(D^1 z \wedge D^3 xyz)))$

- poměrně obtížné:

(121)

a. Každý muž dal nějaké ženě každý dárek.
b. Nějaký muž dal každé ženě každý dárek.
c. Nějaká žena dala každému muži každý dárek.
d. Každý muž dal každému muži každý dárek.
e. Každý miluje někdy někoho ale někdo miluje každého vždycky.
f. Petr miluje někoho v 10:00.
g. Všichni její obdivovatelé dali Marii ananas.

(122) Každý student pracuje na nějakém projektu s učitelem.

a. $\forall y(S^1 y \to \exists x(P^1 x \wedge \exists z(U^1 z \wedge P^3 yxz)))$

- někdy je lineární skopus interpretován nelineárně:

(123) Jedno jablko bylo shnilé v každém sudu.

a. ??$\exists x(J^1 x \wedge \forall y(S^1 \to S^2 xy))$

b. $\forall y(S^1 \to \exists x(J^1 x \wedge S^2 xy))$

References