

# Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory

I

Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita  
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic  
xkovar3@fi.muni.cz

část 1

## Obsah přednášky

Informace o předmětu

Motivace

Principy matematiky

## Informace o předmětu

- ▶ **Obsah předmětu**
  - ▶ průřez vysokoškolskou matematikou
  - ▶ forma srozumitelná studentům s humanitním zaměřením (lingvistika)
- ▶ **Ukončení předmětu**
  - ▶ zkouška formou 2 písemek
  - ▶ vnitrosestrální písemka 8.11. → 25 bodů
  - ▶ zkoušková písemka → 75 bodů
  - ▶ úspěšné ukončení → alespoň 60 bodů z písemek
- ▶ **Odpadající přednášky**
  - ▶ 4.10., 15.11. (reading week)

## Obsah předmětu

- ▶ **Okruhy**
  - ▶ výroková logika, důkazy, indukce
  - ▶ základy teorie množin, čísla, relace, funkce
  - ▶ ekvivalence, uspořádání
  - ▶ úvod do formální lingvistiky, jazyk jako množina, formální gramatika
  - ▶ kombinatorika, popisná statistika

## Obsah předmětu

- ▶ **Zdroje informací**
  - ▶ slidy a příklady ve studijních materiálech
  - ▶ studijní text k předmětu
  - ▶ literatura na stránce předmětu (přesahuje rámec předmětu)
  - ▶ osobní konzultace (naživo i on-line)
  - ▶ přednášky na YouTube z minulých semestrů  
<https://youtube.com/playlist?list=PLifvhlXnhUAKVIN2Hub4BfKGzBQEjF4d>
  - ▶ diskusní fórum – současně i z časů lockdownu <https://is.muni.cz/auth/discussion/predmetove/phi1/podzim2020/PLIN004/?fakulta=1421;obdobi=7923;predmet=1298559>

## Rozdíl mezi SŠ a VŠ matematikou

- ▶ **Středoškolská matematika**
  - ▶ = počty s čísly:
  - ▶ → kolik budu platit v obchodě (sčítání)
  - ▶ → jaké daně budu mít (zlomky, procenta)
  - ▶ → proč, proč? (matice, integrály)
- ▶ **Vysokoškolská matematika**
  - ▶ = umění abstrakce + přemýšlení v obecnostech
  - ▶ → zásobárna abstraktních pojmů
  - ▶ → přesné definice
  - ▶ → spolehlivé vyvozování závěrů (důkazy)
  - ▶ → základ pro všechny technické obory

## Proč potřebují lingvisté matematiku?

- ▶ **Počítačová lingvistika**
  - ▶ zpracování jazyka na počítačích
  - ▶ potřeba spolupracovat s technicky zaměřenými lidmi
  - ▶ → pochopit jejich způsob myšlení
  - ▶ počítačové modely jazyka jsou založeny na matematických faktech
- ▶ **Abstraktní myšlení**
  - ▶ schopnost rozumově uchopit složité pojmy
  - ▶ → snazší pochopení lingvistických modelů
  - ▶ schopnost zobecňovat
  - ▶ schopnost rozkládat složité problémy na jednodušší
  - ▶ → nejsou tak důležité vědomosti samotné jako dovednosti, kterým se při jejich vstřebávání naučíte

## Principy vysokoškolské matematiky

- ▶ **Středoškolská matematika**
  - ▶ návody, jak něco spočítat
- ▶ **Vysokoškolská matematika**
  - ▶ soubor poznatků o abstraktních pojmech
  - ▶ styl **definice – věta – důkaz** :
  - ▶ **definice** = vymezení pojmu
    - ▶ " celé číslo  $x$  je **sudé**, pokud existuje takové celé  $y$ , že  $y * 2 = x$ "
  - ▶ **věta** = formulace poznatku o definovaných pojmech
    - ▶ "10 je sudé číslo"
  - ▶ **důkaz** = ověření pravdivosti věty krok za krokem
    - ▶  $10 = 5 * 2$  (zákl. aritmetika)
    - ▶ tedy existuje takové celé  $y$ , že  $y * 2 = x$  ( $y = 5$ )
    - ▶ tedy 10 je sudé

## Typy důkazů

- ▶ **Přímý důkaz**
  - ▶ použitím definic a známých faktů přímo odvodíme znění věty
- ▶ **Důkaz sporem**
  - ▶ předpokládáme, že věta neplatí (platí její **negace**)
  - ▶ použitím definic a známých faktů odvodíme **spor**
  - ▶ (např.  $1 = 0$  nebo neplatnost některého z předpokladů)
- ▶ **Důkaz indukcí**
  - ▶ dokazujeme něco pro posloupnost objektů
  - ▶ příště

## Ukázky důkazů

- ▶ **Mějme definováno (znáte ze SŠ)**
  - ▶ celá čísla  $(1, 2, 3, \dots, 0, -1, -2, \dots)$
  - ▶ sčítání, odčítání, násobení a dělení na celých číslech
  - ▶ dělitele ( $x$  je dělitelem  $a$ , pokud existuje takové celé  $y$ , že  $y * x = a$ )
  - ▶ racionální čísla ( $r/s$  taková, že  $r$  a  $s$  jsou celá a nemají společného dělitele jiného než 1 a -1)
  - ▶ druhou mocninu ( $a^2 = a * a$ )
  - ▶ druhou odmocninu ( $\sqrt{a} = n$ , pokud  $n * n = a$ )

## Ukázka důkazu

- ▶ **Věta**
  - ▶ pro libovolná celá  $x, y$  platí, že
  - ▶ pokud  $2 * x^2 = y^2$ , pak  $y$  je sudé

## Ukázka důkazu

- ▶ Pokud  $2 * x^2 = y^2$ , pak  $y$  je sudé
- ▶ **Důkaz (sporem)**
  - ▶ předpokládejme, že  $y$  je liché
  - ▶ tedy existuje celé  $k$  tak, že  $y = 2k + 1$
  - ▶ dosazením do původní věty dostáváme:
  - ▶  $2x^2 = (2k + 1)(2k + 1)$
  - ▶ dále roznásobíme závorku:
  - ▶  $2x^2 = 4k^2 + 4k + 1$
  - ▶ vytkneme 2 z části pravé strany:
  - ▶  $2x^2 = 2 * (2k^2 + 2k) + 1$
  - ▶ odečtením výrazu  $2 * (2k^2 + 2k)$  a vytknutím 2 z levé strany dostaneme:
  - ▶  $2 * (x^2 - (2k^2 + 2k)) = 1$
  - ▶ tedy 1 je sudé číslo, což je spor.

## Ukázka důkazu

- ▶ **Věta**
  - ▶  $\sqrt{2}$  není racionální číslo.

## Ukázka důkazu

- ▶ **Důkaz (sporem)**
  - ▶ předpokládejme, že  $\sqrt{2}$  je racionální číslo.
  - ▶ tedy  $\sqrt{2} = r/s$ , kde  $r$  a  $s$  jsou celá a nemají společného dělitele
  - ▶ úpravou dostaneme:  $\sqrt{2} * s = r$
  - ▶  $2 * s^2 = r^2$
  - ▶ tedy  $r$  je sudé, tj.  $r = 2 * c$  pro nějaké celé  $c$
  - ▶ nahrazením dostaneme:  $2 * s^2 = 2 * c * 2 * c$
  - ▶  $s^2 = 2 * c^2$
  - ▶ tedy  $s$  je také sudé
  - ▶  $r$  i  $s$  jsou sudá, tedy mají společného dělitele 2, což je spor s předpokladem.