3. Popis časových řad

3.1. Motivace

Ke srovnání hodnot ukazatelů ve dvou obdobích slouží metody indexní analýzy. Chceme-li však poznat určité zákonitosti ve vývoji daného ukazatele, musíme mít k dispozici jeho hodnoty za více období ve formě časové řady. Časové řady vznikají v přírodních vědách nebo technice (např. seismický záznam v geofyzice, údaje o průměrných ročních teplotách v klimatologii), v biologických vědách (četnosti výskytu určitého škůdce v několika po sobě jdoucích letech), v sociologii (vývoj rozvodovosti), v ekonomii (objem zemědělské produkce v několika po sobě jdoucích letech, vývoj směnného kurzu) atd.

3.2. Pojem časové řady, její druhy a grafické znázornění

3.2.1. Pojem časové řady: *Časovou řadou* rozumíme řadu hodnot $y_{t_1},\dots,y_{t_n}$ určitého ukazatele uspořádanou podle přirozené časové posloupnosti $t_1 < \dots < t_n$. Přitom je nutné dbát na to, aby věcná náplň ukazatele i jeho prostorové vymezení byly shodné v celém sledovaném časovém období. Jsou-li časové intervaly $(t_1, t_2), \dots, (t_{n-1}, t_n)$ stejně dlouhé (ekvidistantní), zjednodušeně zapisujeme časovou řadu jako $y_1, \dots, y_n$.

3.2.2. Druhy časových řad
a) *Časová řada okamžiková*: příslušný ukazatel udává, kolik jevů existuje v daném časovém okamžiku (např. počet obyvatelstva k určitému dnu).
b) *Časová řada intervalová*: příslušný ukazatel udává, kolik jevů vzniklo či zaniklo v určitém časovém intervalu (např. počet sňatků během roku). Nejsou-li jednotlivé časové intervaly ekvidistantní, musíme provést očištění časové řady od důsledků kalendářních variací.

Příklad 1.: Máme k dispozici údaje o tržbě obchodní organizace (v tis. Kč) v jednotlivých měsících roku 1995: 2400, 2134, 2407, 2445, 2894, 3354, 3515, 3515, 3225, 3063, 2694, 2600. Vypočtěte očištěné údaje.

Řešení: Průměrná délka měsíce je 365/12 dne. Očištěná hodnota pro leden je tedy $y_1^{(o)} = 2400 \cdot \dfrac{365}{12 \cdot 31} = 2354{,}84$, pro únor $y_2^{(o)} = 2134 \cdot \dfrac{365}{12 \cdot 28} = 2318{,}18$. Pro ostatní měsíce analogicky dostaneme 2361,71; 2478,96; 2839,54; 3400,58, 3448,86; 3448,86; 3269,79; 3005,36; 2731,42; 2551,08.

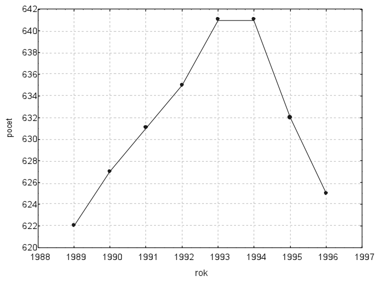
3.2.3. Grafické znázornění časové řady
a) Okamžikovou časovou řadu graficky znázorňujeme pomocí *spojnicového diagramu*. Na vodorovnou osu vynášíme časové okamžiky $t_1, \dots, t_n$, na svislou osu odpovídající hodnoty $y_1, \dots, y_n$. Dvojice bodů (t_i, y_i), $i = 1, \dots, n$ spojíme úsečkami.

Příklad 2.: Časová řada obsahuje údaje o počtu zaměstnanců určité akciové společnosti v letech 1989 – 1996 vždy k 31.12.

1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
622	627	631	635	641	641	632	625

Znázorněte tuto časovou řadu graficky.

Řešení:



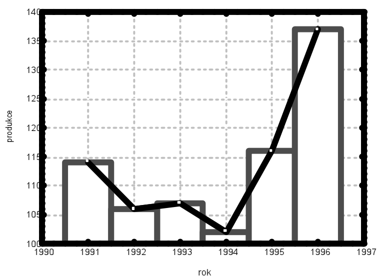
b) Intervalovou časovou řadu nejčastěji znázorňujeme *sloupkovým diagramem*. Je to soustava obdélníků, kde šířka obdélníku je rovna délce intervalu a výška odpovídá hodnotě ukazatele v daném intervalu. Ke znázornění intervalové časové řady lze použít i spojnicový diagram, přičemž na vodorovnou osu vynášíme středy příslušných intervalů.

Příklad 3.: Máme k dispozici údaje o produkci určitého podniku (v tisících výrobků) v letech 1991-1996.

1991	1992	1993	1994	1995	1996
114	106	107	102	116	137

Znázorněte tuto časovou řadu graficky.

Řešení:



3.3. Popisné charakteristiky časových řad

3.3.1. Průměr okamžikové časové řady

Nejprve vypočteme průměry pro jednotlivé dílčí intervaly (t_1, t_2), (t_2, t_3), ..., (t_{n-1}, t_n):
$\frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{y_2 + y_3}{2}, \ldots, \frac{y_{n-1} + y_n}{2}$. Jsou-li všechny tyto intervaly stejně dlouhé, vypočteme *prostý chronologický průměr okamžikové časové řady*:

$$\bar{y} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=2}^{n} \frac{y_{i-1} + y_i}{2} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{y_1}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i + \frac{y_n}{2} \right).$$

Nemají-li intervaly stejnou délku, vypočteme $d_i = t_i - t_{i-1}$, $i = 2, \ldots, n$ a použijeme *vážený chronologický průměr okamžikové časové řady*:

$$\bar{y} = \frac{1}{\sum_{i=2}^{n} d_i} \sum_{i=2}^{n} \frac{y_{i-1} + y_i}{2} \cdot d_i \, .$$

Příklad 4.: Časová řada vyjadřuje počet obyvatelstva ČSSR (v tisících) v letech 1965 až 1974 vždy ke dni 31.12.

Rok	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
počet	14194	14271	14333	14387	14443	14345	14419	14576	14631	14738

Charakterizujte tuto časovou řadu chronologickým průměrem.

Řešení: $\bar{y} = \frac{1}{9}\left(\frac{14194}{2} + 14271 + \ldots + 14631 + \frac{14738}{2}\right) = 14430$.

3.3.2. Průměr intervalové časové řady

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \,.$$

Příklad 5.: Vypočtěte průměrnou hodnotu roční časové řady HDP ČR (v miliardách Kč) v letech 1994 až 2000.

1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
1303,6	1381,1	1447,7	1432,8	1401,3	1390,6	1433,8

Řešení: $\bar{y} = \frac{1}{7}(1303{,}6 + \ldots + 1433{,}8) = 1398{,}7$.

3.4. Dynamické charakteristiky časových řad

3.4.1. Absolutní přírůstky

1. diference: $\Delta y_i = y_i - y_{i-1}, i = 2, \ldots, n$

2. diference: $\Delta^{(2)} y_i = \Delta y_i - \Delta y_{i-1} = y_i - 2y_{i-1} + y_{i-2}, i = 3, \ldots, n$

atd.

(Diferencování má velký význam při odhadu trendu časové řady regresními metodami.)

Průměrný absolutní přírůstek: $\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=2}^{n} \Delta y_i}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$

3.4.2. Relativní přírůstek

$$\delta_i = \frac{\Delta y_i}{y_{i-1}}, i = 2, \ldots, n$$

(Relativní přírůstek po vynásobení 100 udává, o kolik procent se změnila hodnota v čase t_i oproti času t_{i-1}.)

3.4.3. Koeficient růstu (tempo růstu)

$$k_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}, i = 2, \ldots, n$$

(Koeficient růstu po vynásobení 100 udává, na kolik procent hodnoty v čase t_{i-1} vzrostla či poklesla hodnota v čase t_i.)

Průměrný koeficient růstu

$$\overline{k} = \sqrt[n-1]{k_2 \cdot k_3 \cdot \ldots \cdot k_n} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

Průměrný relativní přírůstek

$$\overline{\delta} = \overline{k} - 1$$

Příklad 6.: Pro časovou řadu HDP ČR v letech 1994 až 2000 (v miliardách Kč) vypočtěte základní charakteristiky dynamiky a graficky znázorněte 1. diference a koeficienty růstu.

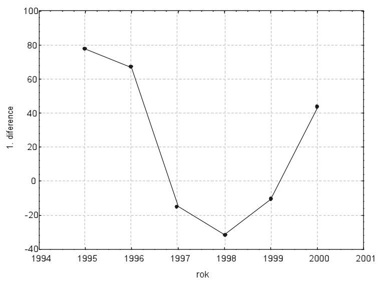
Řešení:

rok	HDP	Δy_i	k_i	δ_i
1994	1303,6	x	x	x
1995	1381,1	77,5	1,059	0,059
1996	1447,7	66,6	1,048	0,048
1997	1432,8	-14,7	0,990	-0,010
1998	1401,3	-31,5	0,978	-0,022
1999	1390,6	-10,7	0,992	-0,008
2000	1433,8	43,2	1,031	0,031

Průměrný absolutní přírůstek: $\overline{\Delta} = \frac{1433{,}8 - 1303{,}6}{6} = 21{,}7$, tzn., že v období 1994 – 2000 rostl HDP průměrně o 21,7 miliard Kč ročně.

Průměrný koeficient růstu: $\overline{k} = \sqrt[6]{\frac{1433{,}8}{1303{,}6}} = 1{,}016$, tzn., že v období 1994 – 2000 rostl HDP průměrně o 1,6% ročně.

Graf 1. diferencí:



Graf koeficientů růstu:

3.5. Odhad trendu časové řady pomocí regrese

3.5.1. Aditivní model časové řady

Předpokládejme, že pro časovou řadu $y_1, \ldots, y_n$ platí model $y_t = f(t) + \varepsilon_t$, $t = 1, \ldots, n$, kde f(t) je neznámá trendová funkce (trend), kterou považujeme za systematickou (deterministickou) složku časové řady (popisuje hlavní tendenci dlouhodobého vývoje časové řady) a ε_t je náhodná složka časové řady zahrnující odchylky od trendu. Náhodná složka splňuje předpoklady $E(\varepsilon_t) = 0$, $D(\varepsilon_t) = \sigma^2$, $C(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+h}) = 0$, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ (říkáme, že ε_t je bílý šum).

3.5.2. Cíl regresní analýzy trendu

Regresní analýza trendu má objasnit vztah mezi závisle proměnnou veličinou y_t a časem t. Předpokládáme, že trend f(t) závisí (lineárně či nelineárně) na neznámých parametrech $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$ a známých funkcích $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \ldots, \varphi_k(t)$, které již neobsahují žádné neznámé parametry, tj. $f(t) = g(\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k; \varphi_0(t), \varphi_1(t), \ldots, \varphi_k(t))$. Odhady $b_0, b_1, \ldots, b_k$ neznámých parametrů $\beta_0, \beta_1, ..., \beta_k$ lze získat např. metodou nejmenších čtverců a pak vyjádřit odhad $\widehat{f}(t)$ neznámého trendu v bodě t pomocí odhadů $b_0, b_1, ..., b_k$ a funkcí $\varphi_0(t), \varphi_1(t), ..., \varphi_k(t)$, tj. $\widehat{f}(t) = g(b_0, b_1, ..., b_k; \varphi_0(t), \varphi_1(t), ..., \varphi_k(t))$.

3.5.3. Nejdůležitější typy trendových funkcí

Volba typu trendové funkce se provádí
- na základě teoretických znalostí a zkušeností se zkoumanou veličinou y_t
- pomocí grafu časové řady
- pomocí informativních testů založených na jednoduchých charakteristikách časové řady

a) Lineární trend

Analytické vyjádření: $f(t) = \beta_0 + \beta_1 t$

Informativní test: 1. diference jsou přibližně konstantní

b) Kvadratický trend

Analytické vyjádření: $f(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$

Informativní test: 1. diference mají přibližně lineární trend, 2. diference jsou přibližně konstantní.

c) Exponenciální trend

Analytické vyjádření: $f(t) = \beta_0 \beta_1{}^t$.

Model lze linearizovat logaritmickou transformací: $\ln f(t) = \ln \beta_0 + t \ln \beta_1$

Informativní test: koeficienty růstu jsou přibližně konstantní.

d) Modifikovaný exponenciální trend

Analytické vyjádření: $f(t) = \alpha + \beta_0 \beta_1{}^t$.

Informativní test: řada podílů sousedních 1. diferencí je přibližně konstatní.

e) Logistický trend

Analytické vyjádření: $f(t) = \dfrac{\alpha}{1 + \beta_0 \beta_1{}^t}$

Informativní test: průběh 1. diferencí je podobný Gaussově křivce a podíly $\dfrac{1/y_{t+2} - 1/y_{t+1}}{1/y_{t+1} - 1/y_t}$ jsou přibližně konstantní.

f) Gompertzova křivka

Analytické vyjádření: $f(t) = \alpha \beta_0{}^{\beta_1{}^t}$

Informativní test: podíly $\dfrac{\ln y_{t+2} - \ln y_{t+1}}{\ln y_{t+1} - \ln y_t}$ jsou přibližně konstantní.

Modely (a), (b), (c) jsou lineární nebo se dají linearizovat a odhady parametrů získáme metodou nejmenších čtverců. Modely (d), (e), (f) jsou nelineární a odhady parametrů se získávají speciálními numerickými metodami.

3.5.4. Orientační ověřování kvality modelu

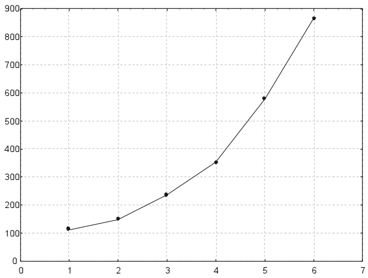
- Index determinace (tj. podíl vysvětlené a celkové variability závisle proměnné veličiny) by měl být blízký 1.
- Body grafu $\left(f(t), \hat{f}(t)\right)$, t = 1, 2, ..., n by se měly řadit do přímky se směrnicí 1.

Příklad 7.: Časová řada 112, 149, 238, 354, 580, 867 udává zisk (v tisících dolarů) jisté společnosti v prvních šesti letech její existence.

a) Graficky znázorněte průběh této časové řady.
b) Vypočtěte koeficienty růstu
c) Z grafu časové řady a chování koeficientů růstu lze usoudit, že časová řada má exponenciální trend $f(t) = \beta_0 \beta_1^{\,t}$. Odhadněte jeho parametry.
d) Najděte odhad zisku společnosti v 7. a 8. roce její existence.
e) Zjistěte index determinace a sestrojte graf $\left(f(t), \hat{f}(t)\right)$, t = 1, ..., 6.

Řešení:

ad a)

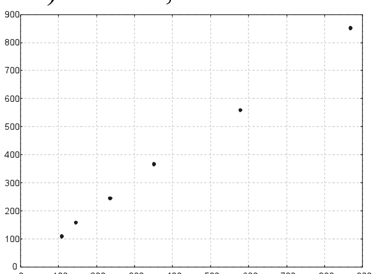


ad b) Koeficienty růstu: 149/112 = 1,33, 238/149 = 1,597, 354/238 = 1,487, 580/354 = 1,628, 867/580 = 1,495. Vidíme, že koeficienty růstu jsou přibližně konstantní.

ad c) Model $f(t) = \beta_0 \beta_1^{\,t}$ linearizujeme a metodou nejmenších čtverců získáme odhady ln b_0 = 4, 227983, ln b_1 = 0,420199. Odlogaritmováním dostaneme b_0 = 68,57875, b_1 = 1,522265.

ad d) $\hat{y}_7 = 68{,}57875 \cdot 1{,}522265^7 = 1299, \hat{y}_8 = 68{,}57875 \cdot 1{,}522265^8 = 1977$

ad e) $ID^2 = 0{,}996$



Jak index determinace, tak graf $\left(f(t), \hat{f}(t)\right)$ svědčí o tom, že model byl zvolen správně.

3.6. Odhad trendu časové řady pomocí klouzavých průměrů

3.6.1. Podstata klouzavých průměrů

Předpokládáme, že časová řada se řídí aditivním modelem popsaným v 3.5.1. Odhad trendu v bodě t získáme určitým zprůměrováním původních pozorování z jistého okolí uvažovaného časového okamžiku t. Můžeme si představit, že podél dané časové řady klouže okénko, v jehož rámci se průměruje. Nechť toto okénko zahrnuje d členů nalevo od bodu t a d členů napravo od bodu t. Hovoříme pak o vyhlazovacím okénku šířky h = 2d + 1. Prvních a posledních d hodnot trendu neodhadujeme, protože pro $t \in \{1, \ldots, d\} \cup \{n-d+1, \ldots, n\}$ není vyhlazovací okénko symetrické. Odhad trendu ve středu vyhlazovacího okénka je dán vztahem:

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{2d+1}\left(y_{t-d} + y_{t-d+1} + \ldots + y_{t+d}\right) = \frac{1}{2d+1}\sum_{k=0}^{2d} y_{t-d+k}\ ,\ t = d+1, \ldots, n-d.$$

3.6.2. Šířka vyhlazovacího okénka

Velmi důležitou otázkou je stanovení šířky vyhlazovacího okénka. Je-li okénko příliš široké, bude se odhad trendu blížit přímce (říkáme, že je přehlazen) a zároveň se ztratí velký počet členů na začátku a na konci časové řady. Je-li naopak okénko úzké, bude se odhad trendu blížit původním hodnotám (říkáme, že odhad je podhlazen). Nejčastěji se volí šířka okénka h = 3, 5, 7.

Příklad 8.: Časová řada 215, 219, 222, 235, 202, 207, 187, 204, 174, 172, 201, 272 udává roční objemy vývozu piva (v miliónech litrů) z Československa v letech 1980 až 1991.

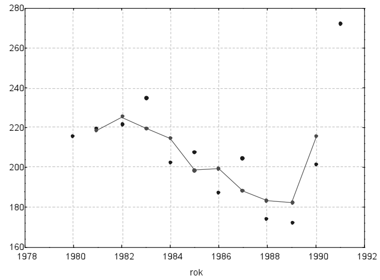
a) Odhadněte trend této časové řady pomocí klouzavých průměrů s vyhlazovacím okénkem šířky 3 a poté 5.
b) Graficky znázorněte průběh časové řady s odhadnutým trendem.

Řešení:

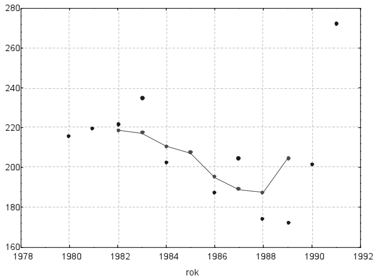
rok	vývoz	kp3	kp5
1980	215	x	x
1981	219	218,667	x
1982	222	225,333	218,6
1983	235	219,667	217
1984	202	214,667	210,6
1985	207	198,667	207
1986	187	199,333	194,8
1987	204	188,333	188,8
1988	174	183,333	187,6
1989	172	182,333	204,6
1990	201	215	x
1991	272	x	x

Grafické znázornění časové řady s odhadnutým trendem

h = 3



h = 5



Příklady ke 3. kapitole

Příklad 1. : V tabulce jsou uvedeny stavy pracovníků stavebního podniku v období od 1. ledna do 1. května. Vypočtěte průměrný stav pracovníků za toto období.

Datum	1.1.	1.2.	1.3.	1.4.	1.5.
Počet pracovníků	178	170	180	150	162

(Průměr činí 167,41)

Příklad 2. : Pro časovou řadu hodnot měsíční hrubé mzdy v ČR v letech 1989 – 1997 vypočtěte a interpretujte průměrný absolutní přírůstek a průměrný koeficient růstu.

rok	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
mzda	3170	3286	3792	4644	5817	6894	8172	9676	10696

(Průměrný absolutní přírůstek je 940,75 Kč, tzn., že průměrná hrubá měsíční mzda stoupala v letech 1989 – 1997 průměrně o 940,75 Kč ročně. Průměrný koeficient růstu je 1,164, že průměrná hrubá měsíční mzda stoupala v letech 1989 – 1997 průměrně o 16,4% ročně.)

Příklad 3. : Je známa časová řada spotřeby mléka v ČR v letech 1989 – 1996 (v l na obyvatele za rok).

rok	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
spotřeba	91,4	91,5	87,2	74,4	72,8	77,3	64,6	58,5

a) Časovou řadu znázorněte graficky.
b) Vypočtěte 1. diference.
c) Z grafu časové řady a chování 1. diferencí lze usoudit na lineární trend $f(t) = \beta_0 + \beta_1 t$. Odhadněte jeho parametry. Pro úsporu času máte uvedeny tyto charakteristiky: $\sum_{t=1}^{8} y_t = 617{,}7, \sum_{t=1}^{8} t = 36, \sum_{t=1}^{8} t^2 = 204, \sum_{t=1}^{8} ty_t = 2581{,}6$.
d) Za předpokladu, že se dosavadní charakter vývoje spotřeby mléka nezmění, odhadněte spotřebu mléka v roce 2000.
e) Vhodnost modelu posuďte pomocí indexu determinace.

(ad c) Odhadnutý trend: $\widehat{f}(t) = 98{,}43 - 4{,}715t$, ad d) 41,85 , ad e) 0,8964)

Práce se systémem STATISTICA

Téma: popisné a dynamické charakteristiky časových řad, regresní odhad trendu, klouzavé průměry

Příklad 1.: **Grafické znázornění okamžikové časové řady**
Časová řada obsahuje údaje o počtu zaměstnanců určité akciové společnosti v letech 1989 – 1996 vždy k 31.12.

1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
622	627	631	635	641	641	632	625

Znázorněte tuto časovou řadu graficky.
Návod: Vytvoříme nový datový soubor o dvou proměnných a osmi případech. První proměnnou nazveme ROK, druhou POCET.
Graphs – Scatterplots – Variables X ROK, Y POCET – OK – vypneme Linear fit – OK. Format – All options – Plot: General – zaškrtneme Line – OK. Vznikne spojnicový diagram.

Příklad 2.: **Grafické znázornění intervalové časové řady**
Máme k dispozici údaje o produkci určitého podniku (v tisících výrobků) v letech 1991-1996.

1991	1992	1993	1994	1995	1996
114	106	107	102	116	137

Znázorněte tuto časovou řadu graficky.
Návod: Vytvoříme nový datový soubor o dvou proměnných a šesti případech. První proměnnou nazveme ROK, druhou PRODUKCE.
Graphs – Scatterplots – Variables X ROK, Y PRODUKCE – OK – vypneme Linear fit – OK. Format – All options – Plot: General – zaškrtneme Line – Add new plot – Type Bar plot – Name bar – OK. Do sloupců označených jako bar okopírujeme hodnoty proměnných ROK a PRODUKCE. V All Options Plot:bar upravíme šířku sloupce na 1.

Příklad 3.: **Výpočet chronologického průměru okamžikové časové řady**
Vypočtěte chronologický průměr časové řady počtu zaměstnanců akciové společnosti. Zadání viz příklad 1.
Návod: Použijeme datový soubor vytvořený v příkladě 1. Vymažeme proměnnou ROK a datový soubor transponujeme. K nově vzniklému souboru přidáme proměnnou PRUMER a do jejího Long Name napíšeme vzorec:
=(v1/2+sum(v2:v7)+v8/2)/7.

Výpočet průměru intervalové časové řady – použijeme volbu Mean z Descriptive statistics.

Příklad 4.: **Výpočet dynamických charakteristik časové řady**
Pro časovou řadu HDP ČR v letech 1994 – 2000 (v miliardách Kč) vypočtěte 1. diference, relativní přírůstky a koeficienty růstu. Tyto charakteristiky znázorněte graficky. Vypočtěte také průměrný absolutní přírůstek a průměrný koeficient růstu.

1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
1303,6	1381,1	1447,7	1432,8	1401,3	1390,6	1433,8

Návod: Vytvoříme nový datový soubor o dvou proměnných a šesti případech. První proměnnou nazveme ROK, druhou HDP.
Výpočet 1. diferencí: Statistics – Advanced Linear-Nonlinear Models – Time Series-Forecasting – Variables HDP – OK – OK(transformations, autocorelations, crosscorrelations, plots) – vybereme Difference, integrate – zaškrtneme Differencing, lag = 1 – OK(Transform selected series) – vykreslí se graf, vrátíme se do Transformations of Variables – Save varia-

bles. Otevře se nový spreadsheet, kde v proměnné HDP_1 jsou uloženy 1. diference. Pomocí Line Plots vykreslíme průběh 1. diferencí,

Výpočet relativních přírůstků: Vrátíme se do Transformations of Variables – vybereme Shift – zaškrtneme Shift (lag) series forward – lag = 1 - OK(Transform selected series) – vykreslí se graf, vrátíme se do Transformations of Variables – Save variables. Tato transformovaná veličina se uloží do spreadsheetu pod názvem HDP_1 (proměnná s 1. diferencemi se přejmenuje na HDP_2). Přidáme novou proměnnou RP a do jejího Long Name napíšeme vzorec =HDP_2/HDP_1. Pomocí Line Plots vykreslíme průběh relativních přírůstků.

Výpočet koeficientů růstu: Do spreadsheetu přidáme proměnnou KR a do jejího Long Name napíšeme vzorec =HDP/HDP_1. Pomocí Line Plots vykreslíme průběh koeficientů růstu.

Průměrný absolutní přírůstek a průměrný koeficient růstu vypočteme na kalkulačce.

Příklad 5.: **Regresní odhad trendu**

Časová řada 112, 149, 238, 354, 580, 867 udává zisk (v tisících dolarů) jisté společnosti v prvních šesti letech její existence.

a) Znázorněte časovou řadu graficky.
b) Vypočtěte koeficienty růstu této časové řady.
c) Předpokládejte, že časová řada má exponenciální trend. Odhadněte jeho parametry a graficky znázorněte průběh časové řady s odhadnutým trendem.
d) Sestrojte graf $\left(f(t), \hat{f}(t)\right)$
e) Najděte odhady zisku společnosti v následujících dvou letech.

Návod: Vytvoříme datový soubor o dvou proměnných CAS a ZISK a šesti případech. Úkoly (a) a (b) vypracujeme podle návodu ze vzorových příkladů 1 a 4. Úkol (c): Přidáme proměnnou LNZISK a do jejího Long Name napíšeme vzorec =log(ZISK). Statistics – Multiple Regression – Variables Dependent LNZISK, Independent CAS – OK – OK – Quick – Summary Regression Results. Ve výstupní tabulce ve sloupci B jsou odhady parametrů linearizovaného modelu. Přidáme novou proměnnou EXPB a do jejího Long Name napíšeme =exp(B). Tím získáme odhady parametrů exponenciálního trendu (b_0 = 68,579, b_1 = 1,522). Do původního datového souboru přidáme proměnnou ODHAD a do jejího Long Name napíšeme =68.579*1.522^CAS. Pomocí Scatterplots graficky znázorníme časovou řadu s proloženým exponenciálním trendem.

Úkol (d): Graf $\left(f(t), \hat{f}(t)\right)$ vytvoříme pomocí Scatterplots proměnných ZISK a ODHAD.

Úkol (e): Odhady zisku společnosti v 7. a 8. roce její existence vypočteme na kalkulačce.

Příklad 6.: **Odhad trendu klouzavými průměry**

Časová řada 215, 219, 222, 235, 202, 207, 187, 204, 174, 172, 201, 272 udává roční objemy vývozu piva (v miliónech litrů) z Československa v letech 1980 až 1991.

c) Odhadněte trend této časové řady pomocí klouzavých průměrů s vyhlazovacím okénkem šířky 3 a poté 5.
d) Graficky znázorněte průběh časové řady s odhadnutým trendem.

Návod: Vytvoříme datový soubor o dvou proměnných CAS a VYVOZ a dvanácti případech. Statistics - Advanced Linear-Nonlinear Models – Time Series-Forecasting – Variables VYVOZ – OK – OK(transformations, autocorelations, crosscorrelations, plots) – vybereme Smoothing – zaškrtneme N-pts mov. averg., N = 3 – OK(Transform selected series) – vykreslí se graf, vrátíme se do Transformations of Variables – Save variables. Otevře se nový spreadsheet, kde v proměnné VYVOZ_1 jsou uloženy klouzavé průměry. Proměnnou VYVOZ_1 okopírujeme do původního datového souboru do nové proměnné ODHAD3 (pozor – roky 1980 a 1991 nemají přiřazený odhad). Grafické znázornění časové řady s odhadnutým trendem získáme pomocí Scatterplots, kde vybereme Graph type Multiple. Analogicky postupujeme pro pětičlenné klouzavé průměry.

Příklady k samostatnému řešení

1. Časová řada obsahuje údaje o počtu žen (v tisících) pracujících v národním hospodářství ČSSR v letech 1967 – 1974. Údaje jsou uvedeny vždy k 1.1.

1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
2997	3053	3141	3211	3286	3346	3400	3450

   a) Znázorněte tuto časovou řadu graficky.
   b) Vypočtěte chronologický průměr.
   c) Vypočtěte a graficky znázorněte 1. diference, relativní přírůstky a koeficienty růstu.
   d) Zjistěte průměrný absolutní přírůstek a průměrný koeficient růstu.

   Výsledky: chronologický průměr = 3234,6, průměrný absolutní přírůstek = 64,714, průměrný relativní přírůstek = 1,02.

2. V tabulce jsou uvedeny údaje o počtu sňatků v ČR v letech 1990 – 1999.

1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
90943	71973	74060	66033	58440	54956	53896	57804	55027	53523

   a) Znázorněte tuto časovou řadu graficky.
   b) Vypočtěte průměr.
   c) Vypočtěte a graficky znázorněte 1. diference, relativní přírůstky a koeficienty růstu.
   d) Zjistěte průměrný absolutní přírůstek a průměrný koeficient růstu.

   Výsledky: průměr = 63666,5, průměrný absolutní přírůstek = -4158,9, průměrný koeficient růstu = 0,943.

3. Je dána časová řada potratů (v tisících) v ČR v letech 1986 až 1996: 99,5 126,7 129,3 126,5 126,1 120,1 109,3 85,4 67,4 61,6 60. Předpokládejte, že tato časová řada má kvadratický trend. Odhadněte parametry trendové funkce a graficky znázorněte průběh časové řady s odhadnutým trendem.

4. Máte k dispozici údaje o počtu bytů předaných do užívání v Československu v letech 1960 až 1970: 73 766   86 032   85 221   82 189   77 301   77 818   75 576   79 297   86 571   85 656   112 135. Odhadněte trend této časové řady pomocí klouzavých průměrů s vyhlazovacím okénkem šířky 5 a graficky znázorněte...