Není-li stanoveno jinak, dostává první, kdo odevzdá správně vyřešený úkol, uvedený počet bodů, každý další vždy o bod méně než předchozí.

1. (5b.) Dokažte, že pro každé liché prvočíslo p existuje nekonečně mnoho přirozených čísel n, splňujících $p \mid n \cdot 2^n + 1$. (**body přiděleny**)

2. (2b. — *pouze pro prvního v pořadí*) Najděte nejmenší prvočíslo tvaru $n \cdot 2^n + 1$. (**vyřešeno —** $n = 141$)

3. (3b.) Nechť $a \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}$, kde $(a, m) = 1$. Dokažte, že je-li řád čísla a modulo m roven r, je pro libovolné $n \in \mathbb{N}$ řád čísla a^n modulo m roven $\frac{r}{(r,n)}$. (**body přiděleny**)

4. (5b.) Dokažte, že existuje nekonečně mnoho lichých přirozených čísel k s vlastností, že čísla $2^{2^n} + k$ jsou složená pro všechna $n \in \mathbb{N}$.

5. (10b. — *pouze pro prvního*) Dokažte, že pro každé celé číslo $k \neq 1$ existuje nekonečně mnoho přirozených čísel n s vlastností, že číslo $2^{2^n} + k$ je složené.

6. (5b.) Dokažte, že pro žádné $n \in \mathbb{N}, n > 1$ neplatí $n \mid 2^n - 1$.