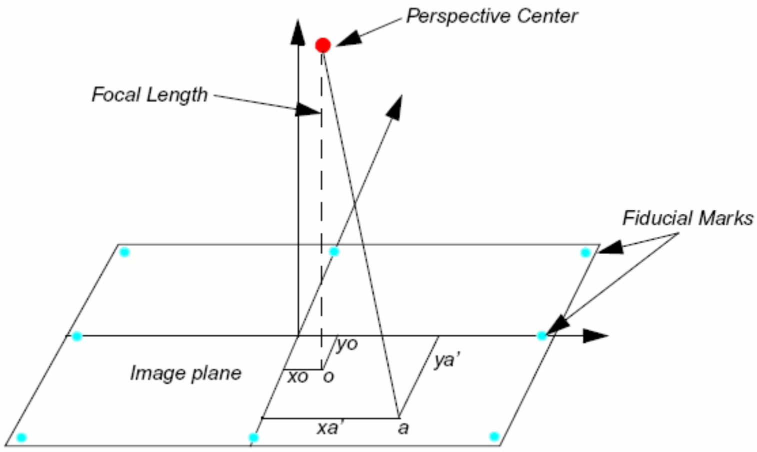
5. Snímkové orientace a vztahy mezi souřadnicovými soustavami

Fotogrammetrie řeší přepočet polohy jakéhokoliv bodu ze snímkových souřadnic do reálných souřadnic požadovaného systému. Před vlastní transformací souřadnic a následným vyhodnocováním LMS je nutné provést rekonstrukci polohy snímacího zařízení v době pořízení snímku – tzv. **orientaci snímků**. Pro měřické úkoly a pro následnou tvorbu map je nezbytné přesně znát polohu středu promítání vzhledem k rovině snímku (tzv. vnitřní orientaci) ale i polohu středu promítání k vnějším souřadnicím a orientaci osy záběru v prostoru (tzv. vnější orientaci). Tuto polohu definují **prvky vnitřní a vnější orientace**.

Prvky vnitřní orientace

Prvky vnitřní orientace přesně definují polohu středu promítání vzhledem k rovině snímku. Umožňují rekonstruovat svazek paprsků, který v okamžiku expozice vytvořil měřický snímek (obr. 5.1).



Obr. 5.1 Prvky vnitřní orientace snímku

K prvkům vnitřní orientace patří:

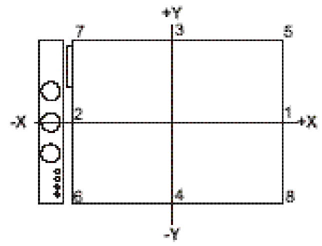
- konstanta komory f – určuje se s přesností na setiny mm.
- poloha hlavního snímkového bodu, který lze ztotožnit se středem snímku jako průsečíkem rámových značek (u správně seřízené komory)
- distorze objektivu - je udána výrobcem pro danou komoru či objektiv

K určení prvků vnitřní orientace je potřebné znát konstantu komory (f) a souřadnice rámových značek. Tyto údaje lze získat většinou z tzv. **kalibračního protokolu**. Protože na každé fotografii se zobrazí také rámové značky, které jsou vyznačeny na rámu komory a ohnisková vzdálenost je vyznačena na kalibračním okraji fotografie, lze vnitřní orientaci přímo určit i ze samotné fotografie přesným změřením jejích rozměrů – je to však méně přesné, protože fotografie zvláště v pozitivu podléhá např. srážce papíru apod. Z laboratorních kalibračních měření či ze změřených vzdáleností rámových značek je přesně známa jejich vzdálenost nebo jejich snímkové souřadnice – tedy velikost fotografie. Z těchto souřadnic a z ohniskové vzdálenosti je poté možné přesně rekonstruovat polohu středu promítání.

Prvky vnitřní orientace by měly být dopředu známy a umožňují rekonstruovat trs paprsků, který v okamžiku expozice vytvořil měřický snímek. Pro umístění trsu paprsků v prostoru definovanému vůči požadovanému geodetickému systému souřadnic je nutné znát ještě prvky tzv. vnější orientace.

Údaje o rámových značkách a radiálním zkreslení kamery.

kalibrace dne 08.12.2003



Základní údaje:

Typ kamery	Číslo kamery	Číslo objektivu	Konstanta kamery
LMK 15	263790 A	7381668C	152,135

Souřadnice rámových značek:

Číslo RZ	1	2	3	4	5	6	7	8
X	+110,033	-109,968	+0,030	+0,043	+110,036	-109,958	-109,969	+110,039
Y	+0,011	+0,024	+110,017	-109,998	+109,998	-109,981	+110,022	-109,998

Souřadnice středů:

		x/mm	y/mm
Hlavní bod autokolimace	PPA	+0,015	+0,006
Předpokládaný střed	FC	+0,036	+0,018
Průsečík spojnic rohových RZ	FCC	+0,039	+0,008

Radiální zkreslení:

s/mm	0	20	40	60	80	100	120	140
5	0	1	1	-2	-7	-4	1	5
6	0	1	1	2	0	2	5	1
7	0	2	1	0	-3	-2	2	3
8	0	1	1	0	-2	-1	3	2
průměr	0	1	1	0	-3	-1	3	3

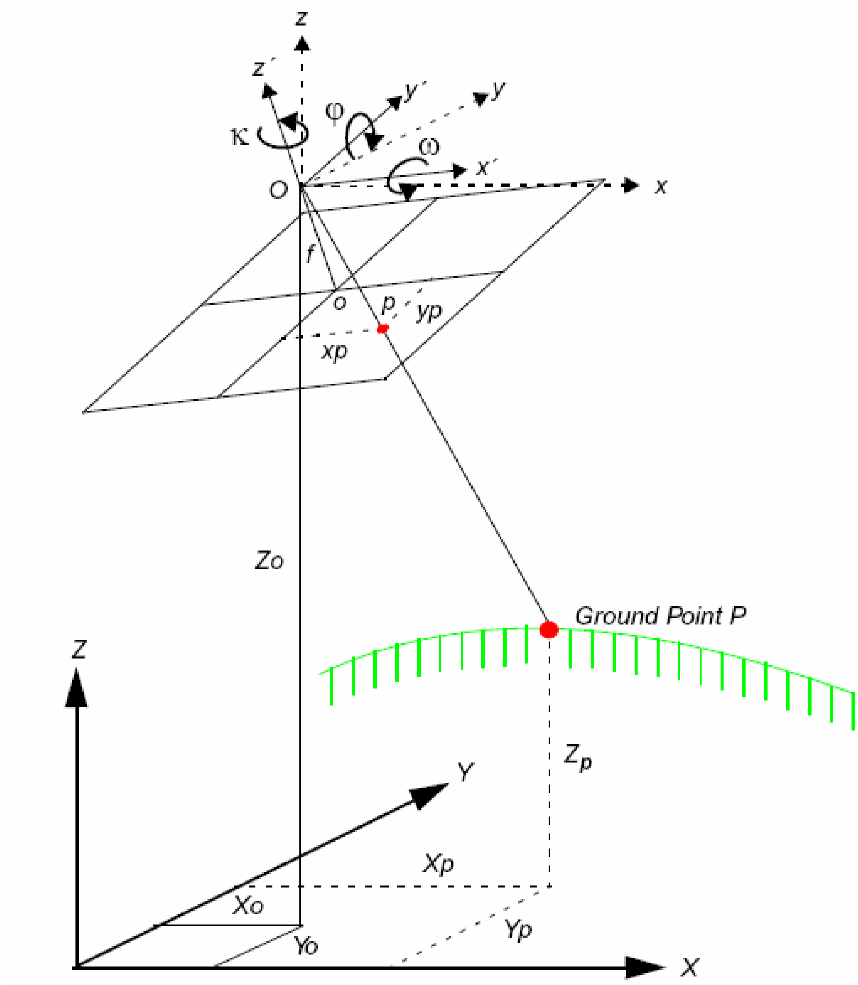
Obr. 5.2 Příklad kalibračního protokolu s prvky vnitřní orientace

Prvky vnější orientace

Při leteckém snímkování je měřická komora umístěna na nosiči, který je v pohybu a je vystaven meteorologickým vlivům, není známo místo a směr pořízení snímku. Proto se definuje také tzv. vnější orientace pro každý snímek. Její prvky jsou většinou neznámé. Vnější orientace určuje polohu snímacího systému v reálných souřadnicích. K prvkům vnější orientace patří šest následujících hodnot (obr 5.3):

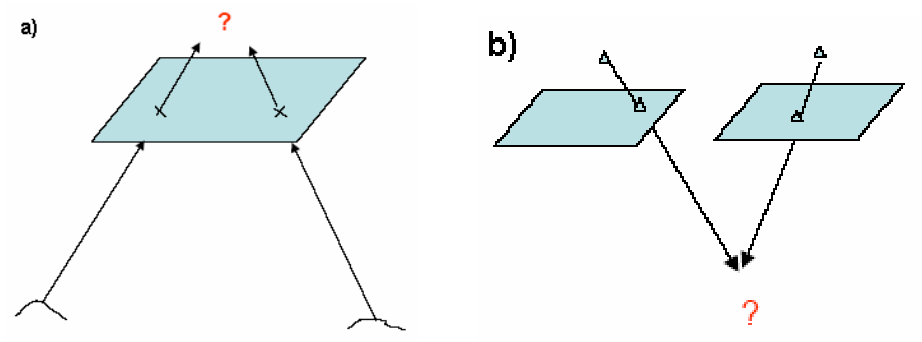
- tři souřadnice středu optického systému v dané souřadné soustavě – *Xo, Yo, Zo*
- tři úhly definující polohu osy záběru vůči souřadnicovým osám (směr osy záběru, sklon osy záběru a pootočení snímku - ω,φ, κ)

V pozemní fotogrammetrii, u které je stanovisko pevné, jsou prvky vnější orientace bez potíží změřitelné. Při leteckém snímkování je letadlo během expozice snímku v pohybu a prvky vnější orientace se určují dodatečně. V současnosti se toto provádí nejčastěji pomocí tzv. vlícovacích bodů (GCP). V závislosti na konkrétních postupech orientace snímků je pro každý snímek zapotřebí mít jistý minimální počet bodů, u nichž je známa poloha alespoň rovinných souřadnic x, y či všech tří souřadnic x,y,z v požadovaném souřadném systému. Vlícovací body se zaměřují pomocí GPS v terénu a to buďto jako význačné body, přesně lokalizovatelné na snímku i v terénu, či jako body v terénu přímo vyznačené (signalizační kříž). Musí to být body na povrchu, ne komín na budově. Polohu vlícovacích bodů lze odečíst také jinými způsoby, například: z vektorové databáze (méně přesné – např. křížení komunikací) či z již transformovaného snímku.



Obr. 5.3 Prvky vnější orientace snímku

Výrazný pokrok v určování prvků vnější orientace představují GPS. Pomocí GPS se určí souřadnice středu promítání. V současné době se přesnost určení polohy středu promítání pohybuje kolem 15 cm. Tři úhly rotace se určují z měření IMS (inertial measuring unit). Cílem je znát prvky vnější orientace v reálném čase.



Obr. 5.4 Princip prostorového protínání zpět – space resection (a) a protínání vpřed- space intersection (b)

Vnější orientace modelu za pomoci vlícovacích bodů je tedy založena nejprve na procesu prostorového protínání zpět (z vlícovacích bodů do modelu – obr. 5.4). Po vypočtení prvků vnější orientace a obnovení modelu je potom možno určovat polohu všech ostatních bodů prostorovým protínáním vpřed. Prvky vnější orientace se určují početně (analytické metody), lze je však určovat i empiricky.

Relativní a absolutní orientace

Především u zpracování snímků analytickými postupy na stereoplotrech se určení prvků vnější orientace provádí ve dvou krocích.

Relativní orientace –orientace stereoskopického páru v přístroji tak, aby vytvořil stereomodel v relativních souřadnicích – libovolně prostorově orientovaný, bez vazby na geodetické souřadnice.

Absolutní orientace – pootočení (rotace) a posun stereomodelu do geodetických souřadnic pomocí vlícovacích bodů.

Vztahy mezi souřadnými soustavami

Fotogrammetrie řeší převod snímkových souřadnic objektu (x', y', z') na souřadnice geodetické (X, Y, Z). Tento převod zahrnuje obecně tři dílčí úkoly: postupnou změnu orientace soustavy snímkových souřadnic (tzv. **rotaci**), poté posunutí (tzv. **translaci**) počátku soustavy snímkových souřadnic a potom **změnu měřítka**. Celou transformaci lze řešit postupně po krocích, které zahrnují převod snímku do ideální polohy (kolmý snímek), poté převod do soustavy modelových souřadnic a konečně převod souřadnic modelových na geodetické.

Rotace

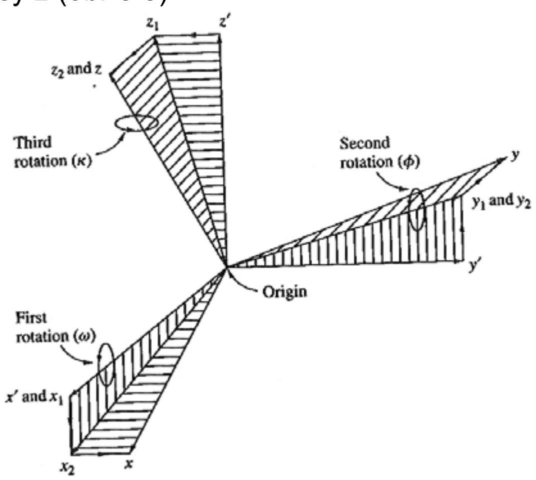
Tři z šesti prvků vnější orientace (úhly ω, φ, κ) definují rozdíl v orientaci reálného souřadného systému *X, Y, Z* a prostorového snímkového souřadného systému *x', y', z'*. Rotace jsou definovány jako kladné pokud jsou prováděny proti směru pohybu hodinových ručiček při pohledu z kladného směru každé z os. Pořadí rotací je dáno konvencemi ISPRS. Osa *z* je totožná s optickou osou (ohniskovou vzdáleností).

Smyslem rotace je pootočení snímkového souřadného systému tak, aby tento byl rovnoběžný se souřadným systémem geodetickým. Souřadnice *x, y, z* jsou souřadnice rovnoběžné se reálným systémem *X, Y, Z,* které získáme rotací z původního systému snímkových souřadnic *x', y', z'.* Ve vztazích mezi těmito souřadnými soustavami je rotace vyjádřena tzv. **rotační maticí M** o rozměru 3 x 3:

$$M = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix}$$

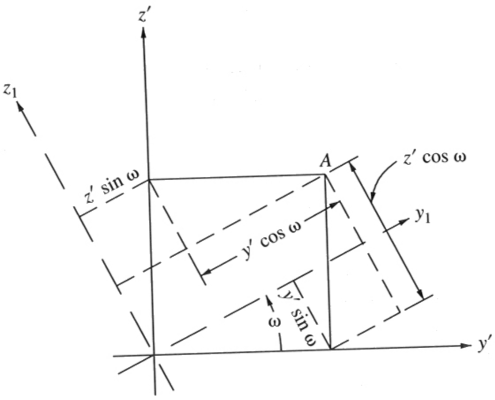
Odvození rotační matice

Rotace v trojrozměrném systému spočívá v trojím postupném pootočení vždy kolem jedné osy systému – nejprve se systém otočí o úhel - ω kolem osy *x*, poté o úhel φ kolem osy *y* a konečně o úhel κ kolem osy *z* (obr 5.5).



Obr. 5.5 Postupná rotace trojrozměrného systému souřadnic o úhly - ω, φ, κ

Tímto postupem se problém rotace v trojrozměrném prostoru rozdělí do tří kroků, které řeší pootočení ve dvojrozměrném prostoru. Primární je tedy pootočení kolem osy *x* o úhel ω (obr. 5.6):



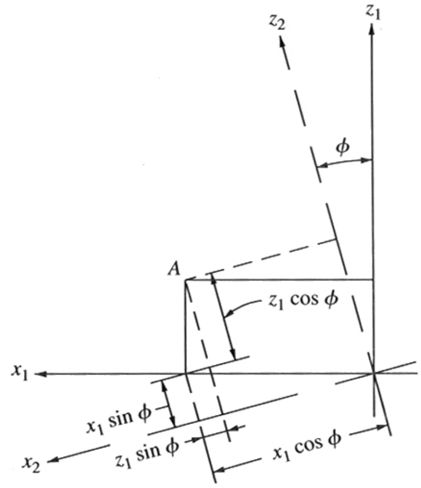
Obr. 5.6 Rotace 2D souřadného systému kolem osy x' o úhel ω

Jak je patrné z obrázku, vztah mezi souřadnicemi libovolného bodu *A* v původní souřadné soustavě *y', z'* a nové soustavě y_1, z_1 pootočené o úhel ω lze vyjádřit následujícími třemi rovnicemi:

$$x_1 = x'$$
$$y_1 = y'\cos\omega + z'\sin\omega$$
$$z_1 = -y'\sin\omega + z'\cos\omega$$

a v maticovém zápisu potom:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad \text{a nebo zkráceně} \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = M_x \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$



Obr. 5.7 Rotace 2D souřadného systému kolem osy y_1 *o úhel* φ

Sekundární je rotace kolem osy y_1 o úhel φ (obr. 5.7). Souřadnice bodu *A* v nyní již dvakrát rotovaném systému $x_2y_2z_2$ budou:

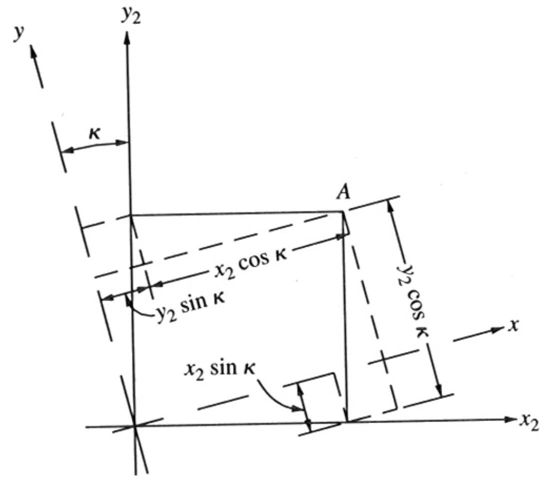
$$x_2 = x_1\cos\phi + z_1\sin\phi$$
$$y_2 = y_1$$
$$z_2 = -x_1\sin\phi + z_1\cos\phi$$

a v maticovém zápisu potom:

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi & 0 & \cos\phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} \quad \text{a nebo zkráceně} \quad \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = M_y \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$$

Při rotaci kolem osy y_1 budou osy y_1 a y_2 identické a tedy souřadnice y se nezmění.

Ve třetím kroku dojde k pootočení kolem osy z_2 o úhel κ, jak znázorňuje obr. 5.8.



Obr. 5.8 Rotace 2D souřadného systému kolem osy z_2 o úhel κ

Souřadnice bodu A v již třikrát rotovaném systému *x, y, z* budou následující:

$$x = x_2 \cos\kappa + y_2 \sin\kappa$$
$$y = -x_2 \sin\kappa + y_2 \cos\kappa$$
$$z = z_2$$

a analogicky předchozím případům:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\kappa & \sin\kappa & 0 \\ -\sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} \quad \text{nebo} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M_z \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$$

Celý proces postupných rotací z původního systému souřadnic (*x', y', z'*) do nového systému, který bude rovnoběžný se systémem geodetických souřadnic lze vyjádřit následovně:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M_z \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = M_z M_y \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = M_z M_y M_x \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

tedy

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \quad \text{a nebo zkráceně} \quad X = MX'$$

kde *M* se označuje jako rotační matice. Jednotlivé její prvky představují tzv. směrové cosiny rotace a jsou určeny z následujících vztahů:

$m_{11} = cos(\varphi)\ cos(\kappa)$
$m_{12} = -\ cos(\varphi)\ sin(\kappa)$
$m_{13} = sin(\varphi)$
$m_{21} = cos(\omega)\ sin(\kappa) + sin(\omega)\ sin(\varphi)\ cos(\kappa)$
$m_{22} = cos(\omega)\ cos(\kappa) - sin(\omega)\ sin(\varphi)\ sin(\kappa)$
$m_{23} = -sin(\omega)\ cos(\varphi)$
$m_{31} = sin(\omega)\ sin(\kappa) - cos(\omega)\ sin(\varphi)\ cos(\kappa)$
$m_{32} = sin(\omega)\ cos(\kappa) + cos(\omega)\ sin(\varphi)\ sin(\kappa)$
$m_{33} = cos(\omega)\ cos(\varphi)$

Rotační matice je maticí ortogonální, která má následující vlastnost

$$M^{-1} = M^T$$

tedy inverzní matice se rovná matici transponované. Tato vlastnost je ve fotogrammetrii důležitá pro sestavení vztahu určujícího snímkové souřadnice bodu.

$$X' = M^T X \qquad \text{a nebo} \qquad \begin{aligned} x' &= m_{11}x + m_{12}y + m_{13}z \\ y' &= m_{21}x + m_{22}y + m_{23}z \\ z' &= m_{31}x + m_{32}y + m_{33}z \end{aligned}$$

Podmínka kolinearity a rovnice kolinearity

Vztah mezi snímkovými a geodetickými souřadnicemi lze s využitím rotační matice určit na základě podmínky kolinearity. Tato podmínka říká, že bod na zemském povrchu, obraz tohoto bodu na snímku a střed promítání leží na jedné přímce.

Na obr. 5.3 jsou snímkové souřadnice libovolného bodu x'_p, y'_p. Optická osa je definovaná jako normála k rovině snímku. Snímkové souřadnice středu promítání jsou x'_O, y'_O, f. Geodetické souřadnice středu promítání jsou označeny X_O, Y_O, Z_O. Dále jako vektor a definujeme vektor ze středu promítání O do bodu p (na snímku) a vektor A potom jako vektor z bodu O do bodu P (na zemském povrchu). Podmínku kolinearity, kterou tyto vektory splňují můžeme vyjádřit následujícím způsobem:

$$a = k \cdot A$$

kde k je celočíselný násobek vyjadřující měřítkové číslo. Vektor a lze vyjádřit pomocí následujících souřadnic:

$$a = \begin{pmatrix} x'_p - x_o \\ y'_p - y_o \\ -f \end{pmatrix}$$

Obdobně můžeme vyjádřit skutečné souřadnice vektoru A:

$$A = \begin{pmatrix} X_p - X_o \\ Y_p - Y_o \\ Z_p - Z_o \end{pmatrix}$$

Nyní můžeme vyjádřit vztah mezi snímkovými souřadnicemi libovolného bodu a skutečnými (geodetickými) souřadnicemi tohoto bodu s pomocí rotační matice M. Tedy snímek v libovolné poloze převedeme na snímek, jehož souřadný systém je rovnoběžný s požadovaným výsledným geodetickým systémem. Podmínku kolinearity potom můžeme vyjádřit takto:

$$a = k \cdot M \cdot A$$

tj.maticově:

$$\begin{pmatrix} x'_p - x_0 \\ y'_p - y_0 \\ -f \end{pmatrix} = k \cdot M \cdot \begin{pmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{pmatrix}$$

Uvedený vztah lze vyjádřit jako soustavu tří rovnic:

$$\begin{aligned} x'_P - x'_o &= k\left[m_{11}(X_P - X_O) + m_{12}(Y_P - Y_O) + m_{13}(Z_P - Z_O)\right] \\ y'_P - y'_o &= k\left[m_{21}(X_P - X_O) + m_{22}(Y_P - Y_O) + m_{23}(Z_P - Z_O)\right] \\ -f &= k\left[m_{31}(X_P - X_O) + m_{32}(Y_P - Y_O) + m_{33}(Z_P - Z_O)\right] \end{aligned}$$

Podělíme-li první a druhou rovnici rovnicí třetí, obdržíme tzv. **rovnice kolinearity:**

$$x'_P = x'_o - f\,\frac{m_{11}(X_P - X_O) + m_{12}(Y_P - Y_O) + m_{13}(Z_P - Z_O)}{m_{31}(X_P - X_O) + m_{32}(Y_P - Y_O) + m_{33}(Z_P - Z_O)}$$

$$y'_P = y'_o - f\,\frac{m_{21}(X_P - X_O) + m_{22}(Y_P - Y_O) + m_{23}(Z_P - Z_O)}{m_{31}(X_P - X_O) + m_{32}(Y_P - Y_O) + m_{33}(Z_P - Z_O)}$$

Tyto rovnice platí pro libovolný bod na snímku a definují vztah mezi jeho snímkovými a skutečnými souřadnicemi. Analogicky lze tento vztah vyjádřit inverzně také pro určení skutečných souřadnic bodu následovně:

$$X_p = X_o + (Z_P - Z_O)\frac{m_{11}(x'_P - x'_O) + m_{12}(y'_P - y'_O) + m_{13}(-f)}{m_{31}(x'_P - x'_O) + m_{32}(y'_P - y'_O) + m_{33}(-f)}$$

$$Y_p = Y_o + (Z_P - Z_O)\frac{m_{21}(x'_P - x'_O) + m_{22}(y'_P - y'_O) + m_{23}(-f)}{m_{31}(x'_P - x'_O) + m_{32}(y'_P - y'_O) + m_{33}(-f)}$$

Kolineárních rovnic je ve fotogrammetrii možné využít k určování prvků vnější orientace a dále především k transformaci souřadnic každého bodu na snímku do nové polohy vyjádřené v geodetickém souřadném systému – tedy např. k tvorbě ortofoto.

Způsoby určení prvků vnější orientace

Pokud nejsou dopředu známy prvky vnější orientace, jsou určovány pomocí lícovacích bodů (GCP) Jejich dostatečný počet a kvalita je problémem řady fotogrammetrických prací. V závislosti na počtu zpracovávaných snímků (jeden snímek či stereopár) a s tím souvisejícím potřebném počtu lícovacích bodů lze k fotogrammetrickým pracem využít následujících řešení, která využívají výše odvozených kolineárních rovnic:

- **zpětné promítání (space resection)** – určení prvků vnější orientace samostatně pro jeden snímek
- **prostorové protínání vpřed (space forward intersection)** – určení prvků vnější orientace společně pro dvojici překrývajících se snímků
- **blokové vyrovnání (bunde block adjustment)** – určení prvků vnější orientace bloku snímků metodami aerotriangulace

Podstata jednotlivých metod je objasněna dále. Ve fotogrammetrii existuje několik postupů k určení šesti neznámých prvků vnější orientace (X_o, Y_o, Z_o, ω,φ, κ). Tyto postupy lze podle Pavelky (1998) rozdělit na:

1) **Početní** - skládá se ze dvou kroků. Nejprve se provede relativní orientace, jejímž základem je změření tzv. vertikálních paralax na min. pěti bodech ve vyhodnocovacím přístroji. Poté následuje výpočet šesti neznámých prvků a tzv. absolutní orientace
2) **Analytické** – využívá se přímého vztahu mezi snímkovými a geodetickými souřadnicemi (základem je změření snímkových souřadnic).
3) **Empirické** – relativní orientace založená na postupném „ručním“ odstraňování vertikálních paralax na orientačních bodech a následná absolutní orientace (posun, otočení a určení měřítka).