

## Opakování

**Počet částic dopadajících na jednotku plochy za jednotku času**

$$\nu = \frac{1}{4} n v_a$$

**Vztahy pro tlaku**

$$p = \frac{1}{3} n m_0 v_e^2$$

$$p = nkT$$

## koeficient samodifuze

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda \quad [m^2 s^{-1}]$$

kde

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

## koeficient vzájemné difuze

$$D_{ab} = D_{ba} = D_a \frac{n_a}{n_a + n_b} + D_b \frac{n_b}{n_a + n_b}$$

$$D_a = \frac{1}{3} v_{a(a)} \lambda_a, \quad D_b = \frac{1}{3} v_{a(b)} \lambda_b$$

## Koeficient akomodace

$$d = \frac{T'_2 - T_1}{T_2 - T_1}$$

kde  $T_1$  je teplota molekuly dopadající na povrch s teplotou  $T_2$  a

$T'_2$  je teplota odražené molekuly

Úhlové rozdělení molekul plynu odražených, nebo startujících z povrchu

$$P(\vartheta) = P_0 \cos \vartheta$$

## Koeficient viskozity plynu

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \lambda v_a \quad [N \, s \, m^{-2}]$$

## Koeficient tepelne vodivosti plynu

$$\Lambda = \frac{1}{3} \rho v_a \lambda c_v \quad [W \, m^{-1} \, K^{-1}]$$

$$\Lambda = \eta c_v$$

$c_v$  je měrné teplo plynu při stálém objemu

## Proudění plynu

**Proudění vzniká při rozdílu tlaků(koncentrací).**

**Typy proudění:**

- **turbulentní (vířivé)**
- **laminární (viskozní)**
- **molekulární**

## Turbulentní proudění

Nastává při velkých rychlostech, tj. při velkém rozdílu tlaků a velkých objemech.

Proudnice vytváří víry.

## Laminární proudění

Plyn proudí v rovnoběžných vrstvách s rozdílnou rychlostí jednotlivých vrstev

- u stěn má nulovou rychlost. plyn se pohybuje unášivou rychlostí na kterou je superponován tepelný pohyb molekul.

## Molekulární proudění

Plyn neproudí jako celek, molekuly se pohybují nezávisle na sobě.

**Rozdělení vakua**

<b>vakuum</b>	<b>nízké</b>	<b>střední</b>	<b>vysoké</b>	<b>extrémně vysoké</b>
<b>tlak [<math>Pa</math>]</b>	$10^5 - 10^2$	$10^2 - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^{-5}$	$< 10^{-5}$
<b>koncentrace [<math>cm^{-3}</math>]</b>	$10^{19} - 10^{16}$	$10^{16} - 10^{13}$	$10^{13} - 10^9$	$< 10^9$
<b>střední dráha <math>\lambda</math> [<math>cm</math>]</b>	$< 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^1$	$10^1 - 10^5$	$> 10^5$
<b>monovrstva <math>\tau</math> [<math>s</math>]</b>	$< 10^{-5}$	$10^{-5} - 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^2$	$> 10^2$
<b>typ proudění</b>	<b>viskózní</b>	<b>Knudsenovo</b>	<b>molekulární</b>	<b>molekulární</b>

## Hranice mezi turbulentním a laminárním prouděním

Reynoldsovo číslo  $R_e$

$$R_e = \frac{D \rho u}{\eta}$$

$R_e > 2200$  nastává turbulentní proudění

$R_e < 1200$  nastává laminární proudění

$1200 \leq R_e \leq 2200$  přechodová oblast



## Hranice mezi laminárním a molekulárním prouděním

Knudsenovo číslo  $K_n$

$$K_n = \frac{D}{\lambda}$$

$K_n > 100$  nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$K_n < 1$  nastává molekulární proudění

$1 \leq K_n \leq 100$  přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}, \quad p = nkT$$

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \Rightarrow K_n = \frac{pD\sqrt{2}\pi d^2}{kT}$$

$$T = 300 \text{ K}, \quad k = 1.38032 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$$

$$d = 3.75 \cdot 10^{-10} \text{ m (vzduch)}$$

$pD > 0.662$  nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$pD < 6.62 \cdot 10^{-3}$  nastává molekulární proudění

$6.62 \cdot 10^{-3} \leq pD \leq 0.662$  přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

## Proud plynu

### Hmotnostní proud plynu

$$I_m = \frac{m}{t} = \frac{dm}{dt}$$

### Objemový proud plynu

$$I_V = \frac{pV}{t} = \frac{d(pV)}{dt} \quad [Pam^3s^{-1} = W]$$

**Proud plynu můžeme vyjádřit pomocí počtu molekul  $\nu'$ ,  
které rocházejí daným průřezem za 1s**

$$m_0 \nu' = \frac{dm}{dt}, \quad pV = kT \frac{m}{m_0}$$

$$V = k \frac{m T}{m_0 p}$$

$$\left( \frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = k \frac{T}{p} \frac{1}{m_0} \frac{dm}{dt} = k \frac{T}{p} \nu'$$

$$I_V = I = p \left( \frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = kT \nu'$$

## Specifický proud plynu

$$I_1 = \frac{I}{A}$$

## Objemová rychlost proudění $S$

$$\left( \frac{dV}{dt} \right)_{p=\text{konst}} = S \text{ [m}^3\text{s}^{-1}\text{]}$$

$$I = p \left( \frac{dV}{dt} \right)_p = pS$$

## Změna tlaku při $V = konst$

Mějme nádobu objemu  $V$  s plynem o tlaku  $p$ , chceme změnit tlak.

$$I = \frac{d(pV)}{dt} = V \left( \frac{dp}{dt} \right)_V$$

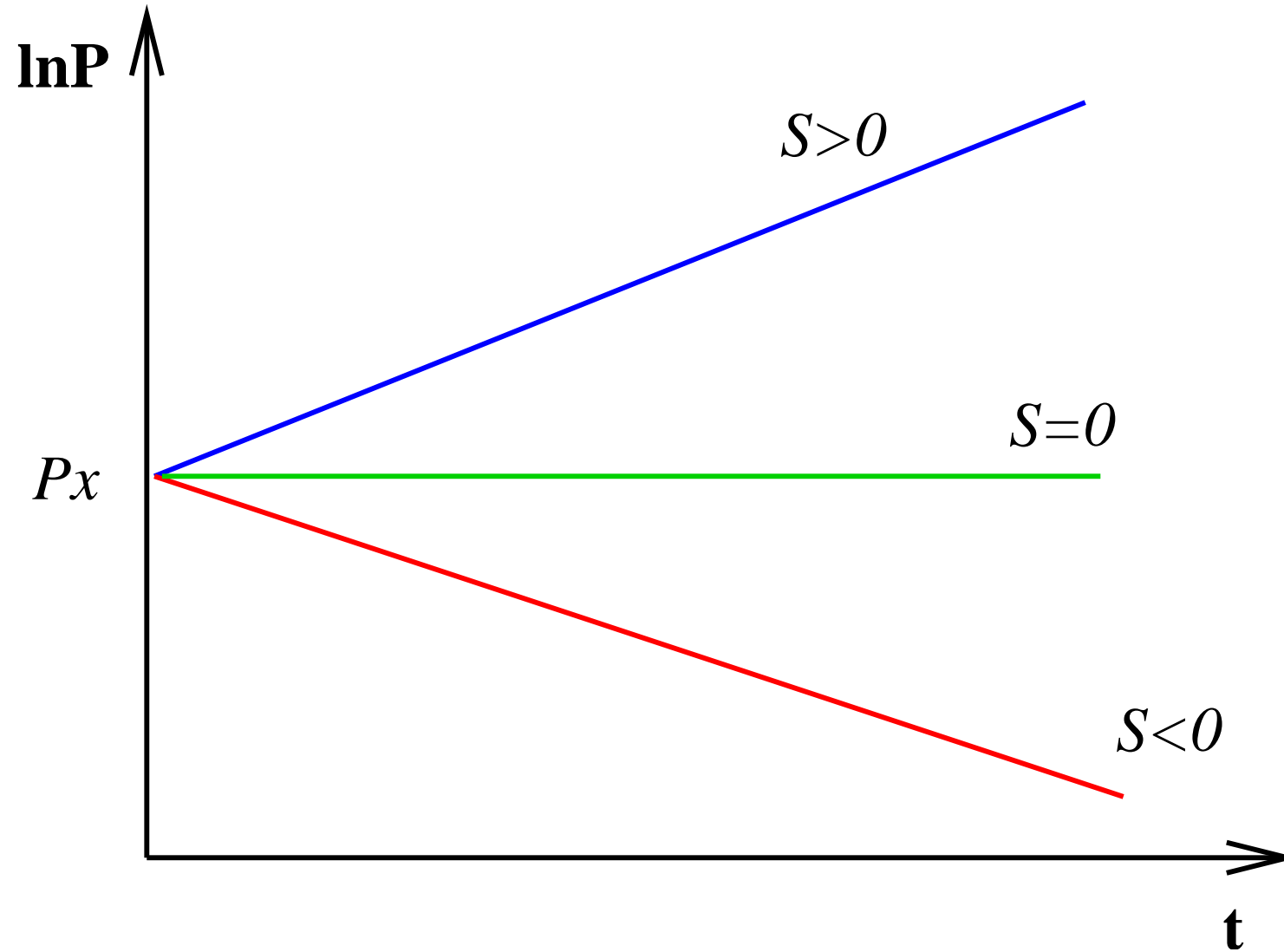
$$V \left( \frac{dp}{dt} \right)_V = pS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{S}{V} dt$$

$$\ln(p) = \frac{S}{V} t + konst$$

$$p = p_x e^{\frac{S}{V} t}$$

## Závislost tlaku na čase



## Vodivost vakuového systému

při rozdílu tlaků  $p_2 - p_1$  a proudu plynu  $I$

$$G = \frac{I}{p_2 - p_1} \quad [m^3 s^{-1}]$$

Rychlost odčerpávání vak. systému je rovna jeho vodivosti, je-li na jednom konci

$$p = 0 Pa, G = S$$

## Odpor vakuového systému

$$R = \frac{1}{G} \quad [m^{-3} s]$$



**Při paralelním spojení vakuových dílů**

$$G = \sum_i G_i = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

**Při seriovém spojení vakuových dílů**

$$R = \sum_i R_i = \sum_i \frac{1}{G_i}$$

## Objemová rychlost na výstupu z trubice

Mějme trubici s vodivostí  $G$ , protékanou plynem. Na koncích trubice mějme tlaky  $p_1$ ,  $p_2$  a objemové rychlosti  $S_1$ ,  $S_2$ .

$$I = G(p_2 - p_1)$$

$$I = p_1 S_1$$

$$I = p_2 S_2$$

$$p_2 - p_1 = \frac{I}{G}, \quad p_2 = \frac{I}{S_2}, \quad p_1 = \frac{I}{S_1}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1}$$

$$S_2 = S_1 \frac{1}{1 + \frac{S_1}{G}} \Rightarrow S_2 < S_1$$

$$S_1 = S_2 \frac{1}{1 - \frac{S_2}{G}}$$

pouze když  $G \rightarrow \infty \Rightarrow S_2 = S_1$

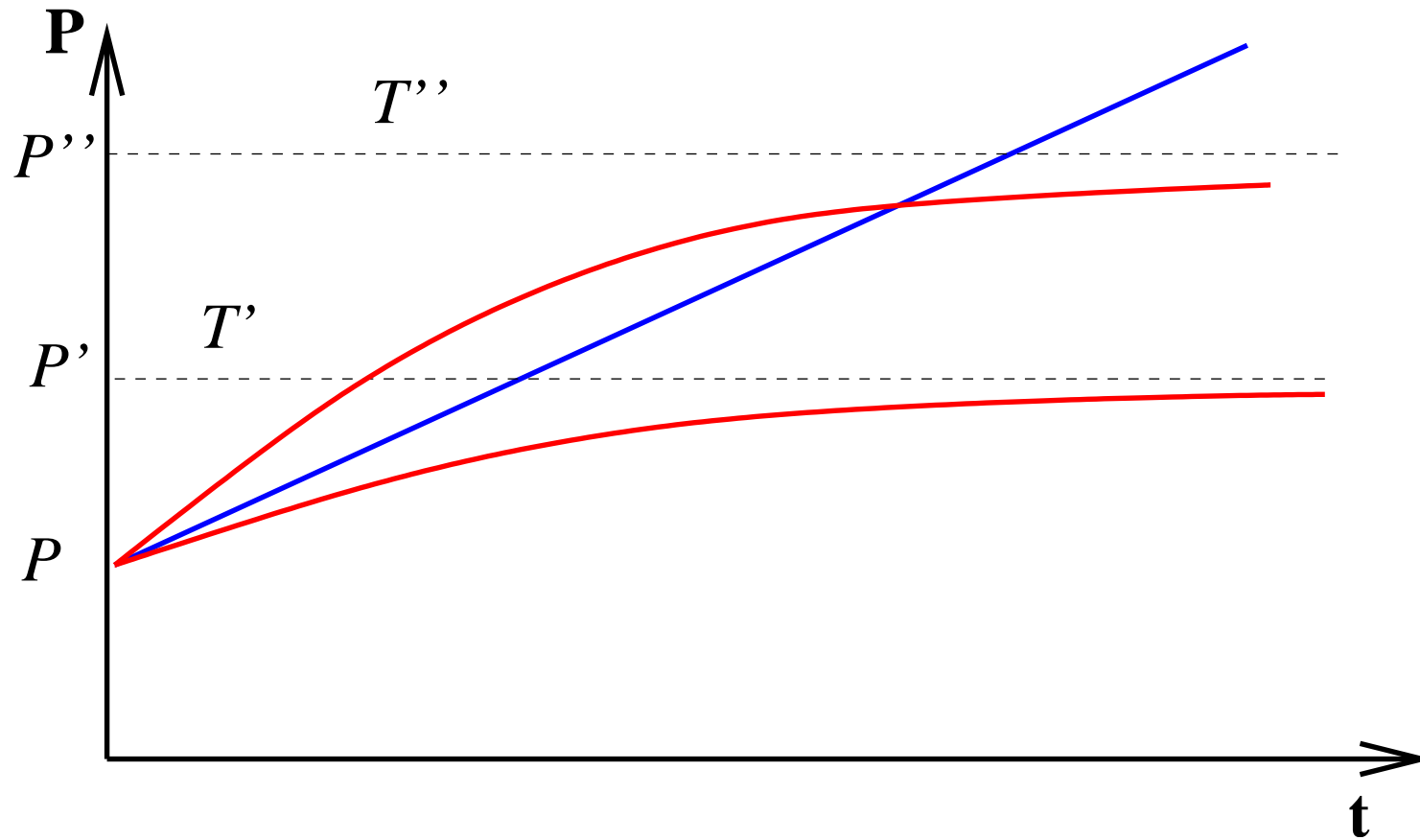
## Vliv netěsností

1. skutečné netěsnosti (netěsné spoje, dirky, vady materiálů,...)

$$I_N = V \frac{dp}{dt} = G_N (p_{atm} - p_1) \approx G_N p_{atm}$$

2. zdánlivé netěsnosti (desorpce plynů z povrchu), se vzrůstajícím tlakem se desorpce zmenšuje a je nulová při rovnováze dané tlakem a teplotou

## Vliv netěsností



## Mezní tlak

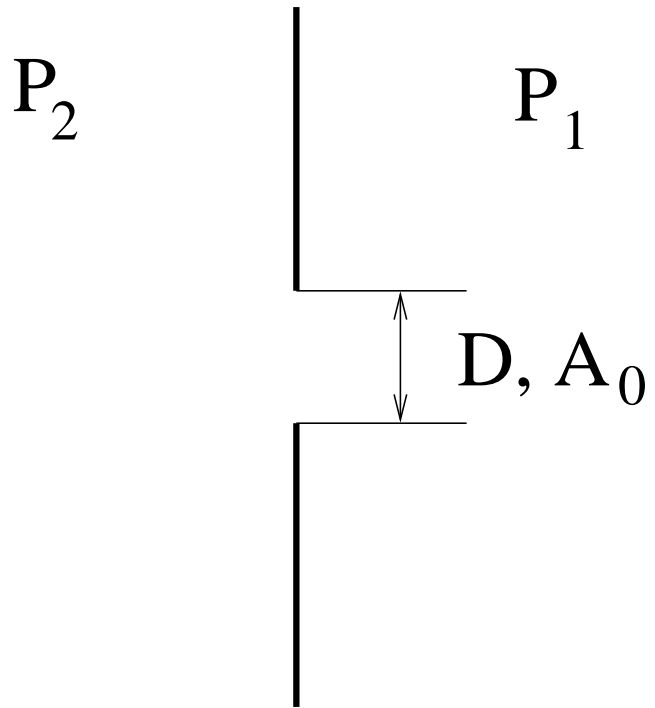
Při čerpání, objemová rychlost  $S < 0$  by mělo po nekonečně dlouhé době platit, že  $p = p_0 = 0 \text{ Pa}$ . Ve skutečnosti vždy platí  $p_0 > 0$  (netěsnosti, zdroje plynu, ... ).

$$p_0 = \frac{I_N}{S}$$

$$p = p_0 + p_x e^{\frac{S}{V}t}$$

## Vodivost vakuových spojů

### Vodivost otvorů



$$P_2 > P_1$$

## Molekulární proudění

$$\lambda > D$$

$$\nu_{2-1} = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_2}{kT} v_a$$

$$\nu_{1-2} = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{1}{4} \frac{P_1}{kT} v_a$$

$$\nu'_1 = \nu_{2-1} - \nu_{1-2} = \frac{1}{4} \frac{v_a}{kT} (P_2 - P_1)$$



$$I = kT\nu' = \frac{1}{4}v_a A_0 (P_2 - P_1)$$

$$G = \frac{I}{P_2 - P_1} = \frac{1}{4}v_a A_0$$

$$T = 293 \text{ K}, M_0 = 29(\text{vzduch})$$

$$G = 115.6 A_0 \text{ [m}^3 \text{s}^{-1}\text{]}$$

## Otvor ve stěně konečných rozměrů

Plocha stěny:  $A$

Plocha otvoru:  $A_0$

Plochu  $A_0$  nahradíme efektivní plochou

$$A'_0 = \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}} A_0$$

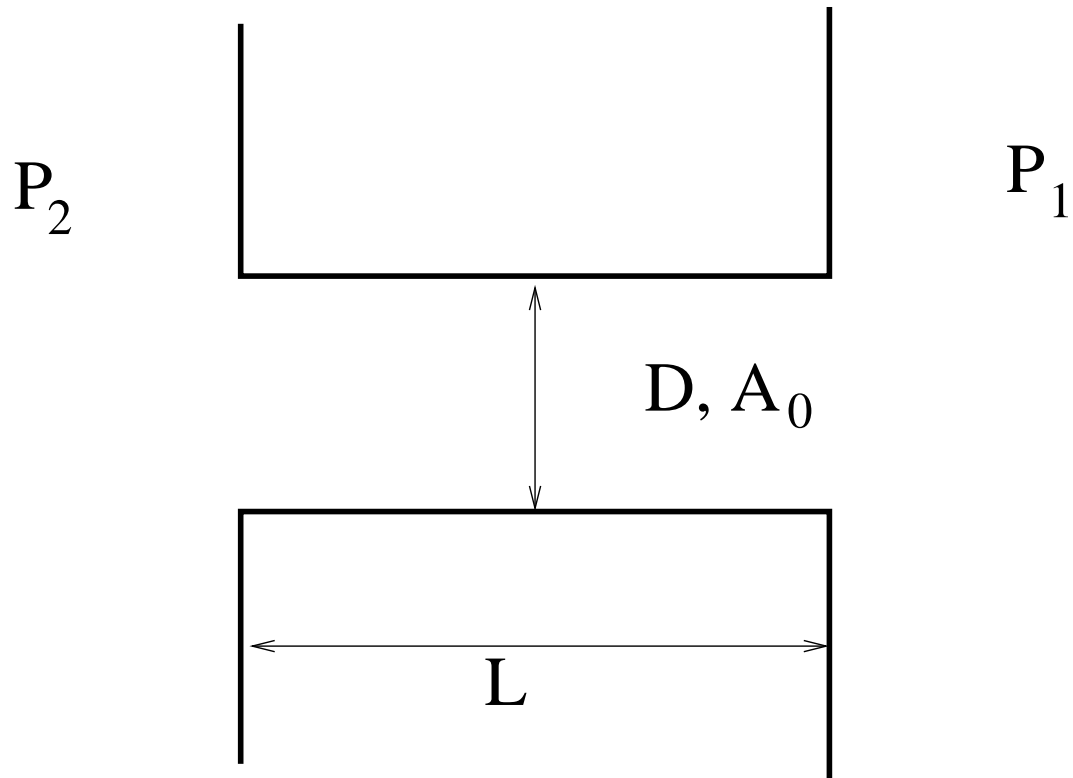
$$G'_0 = \frac{1}{4} v_a A_0 \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}}$$

## Laminární proudění

$$G = A_0 \frac{1}{1 - \beta} \beta^{\frac{1}{\kappa}} \left(1 - \beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2\kappa}{\kappa-1} \frac{m_0}{kT}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\beta = \frac{P_1}{P_2}, \quad \kappa = \frac{C_P}{C_V}$$

## Vodivost trubic



**Obecně platí**

$$R = R_T + R_O = \frac{1}{G_T} + \frac{1}{G_O}$$
$$L \rightarrow 0 \Rightarrow R_T \rightarrow 0 \Rightarrow R \rightarrow R_O$$

## Molekulární proudění

Dlouhá trubice s kruhovým průřezem

$$L \gg D, \lambda \gg L$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}, \quad P = nkT$$

$$\nu_1 = \frac{1}{4} n_1 v_a = \frac{P_1}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\nu_2 = \frac{1}{4} n_2 v_a = \frac{P_2}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$\omega = \nu_2 - \nu_1 = \frac{P_2 - P_1}{\sqrt{2\pi m_0 kT}}$$

$$I = kt\nu, \quad G = \frac{I}{P_2 - P_1}$$

$$I = CkT\omega \Rightarrow G = \frac{CkT}{\sqrt{2\pi m_0 kT}} = C \sqrt{\frac{kT}{2\pi m_0}}$$

Pro vzduch,  $T = 293 \text{ K}$

$$G = 121 \frac{D^3}{L} \text{ [m}^3 \text{s}^{-1}\text{]}$$