Opakovaní

Proudění plynu

- turbulentní (vířivé)
- laminární (viskozní)
- molekulární

Hranice mezi turbulentním a laminárním prouděním

Reynoldsovo číslo R_e

$$R_e = \frac{D\varrho u}{\eta}$$

$R_e > 2200$ **nastává turbulentní proudění**

$R_e < 1200$ **nastává laminární proudění**

$1200 \leq R_e \leq 2200$ **přechodová oblast**

Hranice mezi laminárním a molekulárním prouděním

Knudsenovo číslo K_n

$$K_n = \frac{D}{\lambda}$$

$K_n > 100$ **nastává turbulentní, nebo laminární proudění**

$K_n < 1$ **nastává molekulární proudění**

$1 \leq K_N \leq 100$ **přechodová oblast (Knudsenovo proudění)**

Proud plynu

$$I = p\left(\frac{dV}{dt}\right)_{p=konst} = kT\nu'$$

$$I = p\left(\frac{dV}{dt}\right)_{p} = pS$$

Vodivost vakuového systému

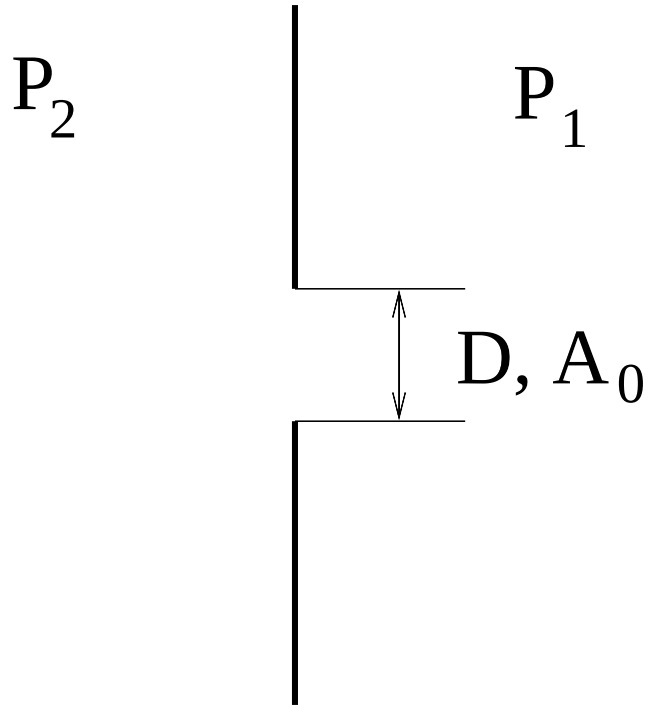
$$G = \frac{I}{p_2 - p_1} \ [m^3 s^{-1}]$$

Odpor vakuového systému

$$R = \frac{1}{G} \ [m^{-3} s]$$

Vodivost vakuových spojů

Vodivost otvorů



$P_2 > P_1$

Molekulární proudění

$$\lambda > D$$

$$G = \frac{1}{4} v_a A_0$$

$$T = 293\,K, M_0 = 29\ (vzduch)$$

$$G = 115.6 A_0\ [m^3 s^{-1}]$$

Otvor ve stěně konečných rozměrů

Plocha stěny: A

Plocha otvoru: A_0

Plochu A_0 nahradíme efektivní plochou

$$A_0' = \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}} A_0$$

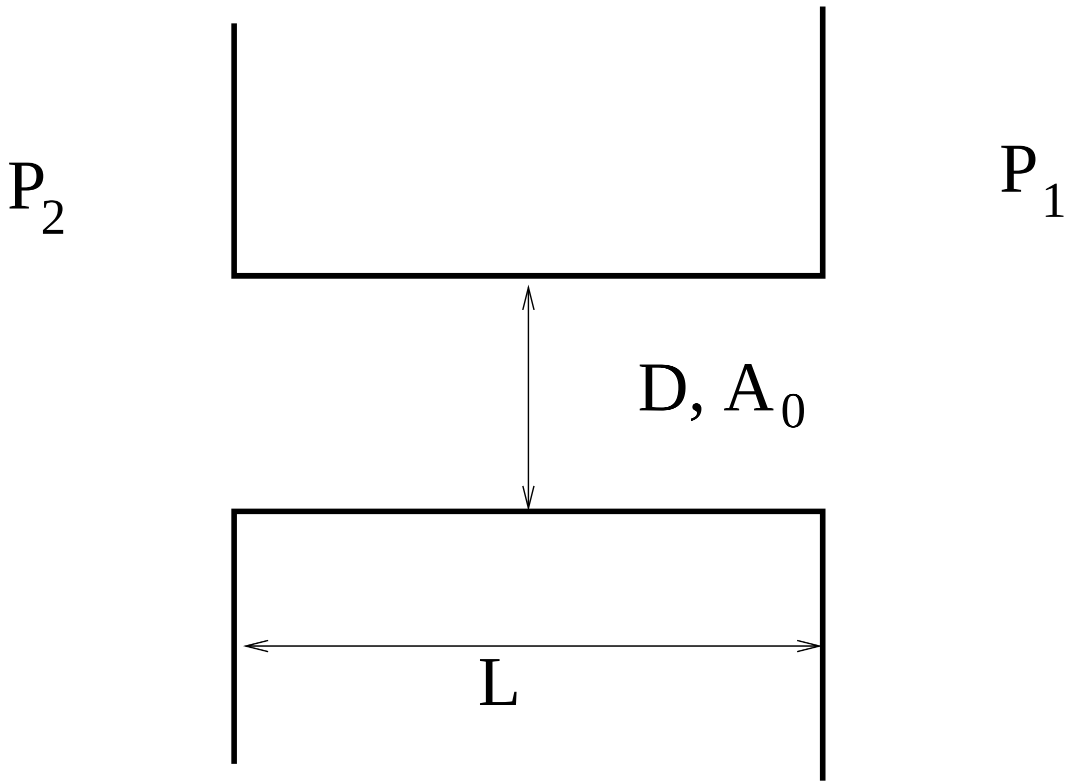
$$G_0' = \frac{1}{4} v_a A_0 \frac{1}{1 - \frac{A_0}{A}}$$

Laminární proudění

$$G = A_0 \frac{1}{1-\beta} \beta^{\frac{1}{\kappa}} (1 - \beta^{\frac{\kappa-1}{\kappa}})^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{m_0}{kT} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\beta = \frac{P_1}{P_2} \; , \; \kappa = \frac{C_P}{C_V}$$

Vodivost trubic



Molekulární proudění

Dlouhá trubice s kruhovým průřezem

$$L \gg D \ , \ \lambda \gg L$$

$$G = \frac{CkT}{\sqrt{2\pi m_0 kT}} = C\sqrt{\frac{kT}{2\pi m_0}} = \frac{\pi}{3}\frac{D^3}{L}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m_0}}$$

Pro vzduch, $T = 293\ K,\ M_0 = 29$

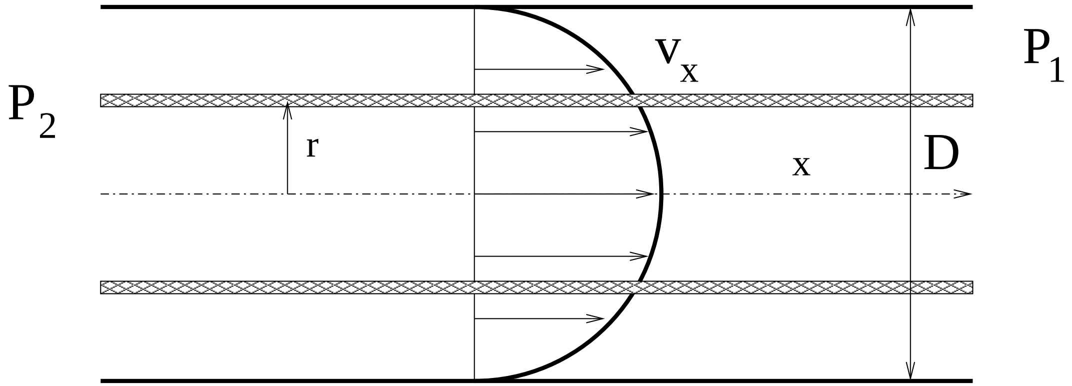
$$G = 121\frac{D^3}{L}\ [m^3 s^{-1}]$$

Známeli vodivost trubice pro vzduch, pak vodivost pro molekulární proudění pro plyn X je dána vztahem:

$$\boldsymbol{G_X = \sqrt{\frac{M_{0(vz)}}{M_{0(X)}}}\, G_{vz}}$$

Laminární proudění

rozdělení rychlostí má osovou symetrii, sloupec plynu ve válci s poloměrem r se pohybuje působením síly $F_+ = \pi r^2 (P_2 - P_1)$
třecí síla působí na ploše $2\pi r L$ a je rovna $F_- = -\eta 2\pi r L \frac{dv_x}{dr}$



$$F_+ = F_- \Rightarrow \pi r^2 (P_2 - P_1) = -\eta 2 \pi r L \frac{dv_x}{dr}$$

$$dv_x = -\frac{P_2 - P_1}{2\eta L} r dr$$

$$v_x = -\frac{P_2 - P_1}{4\eta L} r^2 + konst.$$

$$pro\, r = \frac{D}{2}\, je\, v_x = 0 \Rightarrow konst. = \frac{P_2 - P_1}{4\eta L}\,\frac{D^2}{4}$$

$$v_x = \frac{P_2 - P_1}{4\eta L}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right)$$

označme $P_s = \frac{1}{2}(P_2 + P_1)$

$$dI = P_s d\left(\frac{dV}{dt}\right)_{P_s} = P_s v_x dA_r = 2P_s \pi v_x r dr$$

$$dI = P_s \frac{\pi(P_2 - P_1)}{2\eta L}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right) r dr$$

$$I = P_s \frac{\pi(P_2 - P_1)}{2\eta L}\int_0^{\frac{D}{2}}\left(\frac{D^2}{4} - r^2\right) r dr$$

$$I = P_s \frac{\pi}{128\eta}\,\frac{D^4}{L}(P_2 - P_1) \Rightarrow G = \frac{\pi}{128\eta} P_s \frac{D^4}{L}$$

Pro vzduch, $T = 293\ K,\ M_0 = 29$

$$G = 1358 P_s \frac{D^4}{L}\ [m^3 s^{-1}]$$

pro jiný plyn a teplotu $T = 293\ K$

$$G_x = G_{vz} \frac{d_{0(x)}^2}{d_{0(vz)}^2} \sqrt{\frac{M_{0(vz)}}{M_{0(x)}}}$$

Molekulárně-laminární(Knudsenovo) proudění

$$G_{ML} = G_L + a.G_M$$

kde a je koeficient pro vzduch určený empirickým vztahem

$$a = \frac{1 + 1.88 P_s D}{1 + 2.33 P_s D} \;\; [Pa; cm]$$

$$a \in < 0.8, 1 > \quad ; \;\; a \approx 0.9$$

$$G_{ML} = 1358 P_s \frac{D^4}{L} + 109 \frac{D^3}{L}$$

Proudění plynu kapilárou

$P_1 = 0\ Pa$, $P_2 = 10^5\ Pa$, **element** dL **má tlakový spád** dP **a odpor** dR**,** **překpokládáme Knudsenovo proudění**

$$I = \frac{dP}{dR},\ R = \frac{1}{G} \Rightarrow dR = \frac{1}{D^3}\,\frac{dL}{109 + 1358PD}$$

$$I = D^3(109 + 1358PD)\frac{dP}{dL}$$

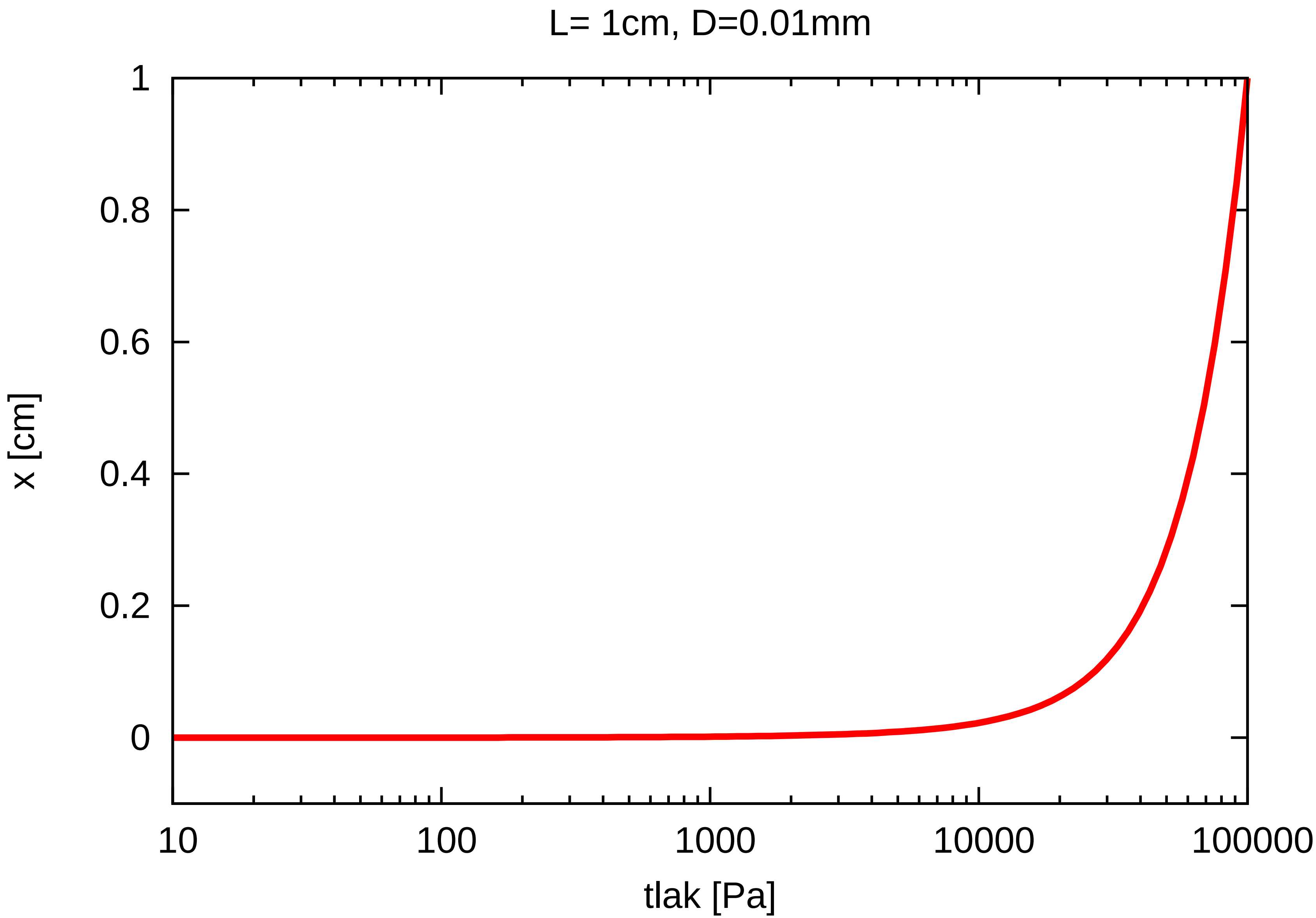
$$I\int_0^L dL = IL = D^3\int_0^{P_2}(109 + 1358PD)dP$$

$$I = P_2\frac{D^3}{L}(109 + 679P_2D)$$

tlak ve vzdálenosti x od konce s tlakem P_1

$$I\int_0^x dL = Ix = D^3\int_0^{P_x}(109 + 1358PD)dP$$

$$x = \frac{D^3}{I}P_x(109 + 679P_xD)$$


L= 1cm, D=0.01mm
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
x [cm]
10
100
1000
10000
100000
tlak [Pa]

Čerpací rychlost

Čerpací rychlostí se rozumí množství plynu, odčerpaného vývěvou z daného prostoru za jednotku času při daném tlaku.

$$S = -\frac{dV}{dt}$$

$$pV = (p - dp)(V + dV) \Rightarrow p\frac{dV}{dt} = V\frac{dp}{dt}$$

$$S = -\frac{dV}{dt} = -\frac{V}{p}\frac{dp}{dt}$$

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}p$$

označme p_0 **mezní tlak**

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}(p - p_0)$$

$$ln(p - p_0) = -\frac{S}{V}t + konst,\ pro\, t = 0\ s,\ p = p_1$$

$$konst = ln(p_1 - p_0) \Rightarrow ln\left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0}\right) = -\frac{S}{V}t$$

$$p - p_0 = (p_1 - p_0)e^{\left(-\frac{S}{V}t\right)}$$

pro $p_0 \ll p_1$

$$p = p_0 + p_1 e^{\left(-\frac{S}{V} t\right)}$$

tento vztah udává hodnotu tlaku v čase t pro S=konst

Průměrná čerpací rychlost

v čase od t_1 do t_2

$$ln\left(\frac{p - p_0}{p_1 - p_0}\right) = -\frac{S}{V}t$$

$$S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} ln\left(\frac{p_{t1} - p_0}{p_{t2} - p_0}\right)$$

$$pro\, p_0 \ll p_{t1}\; a\; p_0 \ll p_{t_2} \Rightarrow S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} ln\left(\frac{p_{t1}}{p_{t2}}\right)$$

doba potřebná k snížení tlaku z p_{t1} na p_{t2} , při konstantní čerpací rychlosti S

$$t = t_2 - t_1 = \frac{V}{S} ln\left(\frac{p_{t1}}{p_{t2}}\right)$$

Okamžitá čerpací rychlost

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}(p - p_0)$$

$$-\frac{dp}{dt} = \frac{S}{V}\left(1 - \frac{p_0}{p}\right)p = \frac{S_p}{V}p$$

$$S_p = S\left(1 - \frac{p_0}{p}\right)$$

je okamžitá čerpací rychlost při tlaku p.

V čase $t = 0\ s$ a při $p \gg p_0$ je $S_p \approx S$

V čase $t \to \infty$, $p = p_0$ je $S_p = 0$

Měření čerpací rychlosti

- **Metoda stálého objemu**
- **Metoda stálého tlaku**
- **Metoda stálého množství plynu**

Metoda stálého objemu

Je založena na měření závislosti $p = f(t)$ pro $V = konst$

$$S_{t_2-t_1} = \frac{V}{t_2 - t_1} ln\left(\frac{p_{t1} - p_0}{p_{t2} - p_0}\right)$$

Metoda stálého tlaku

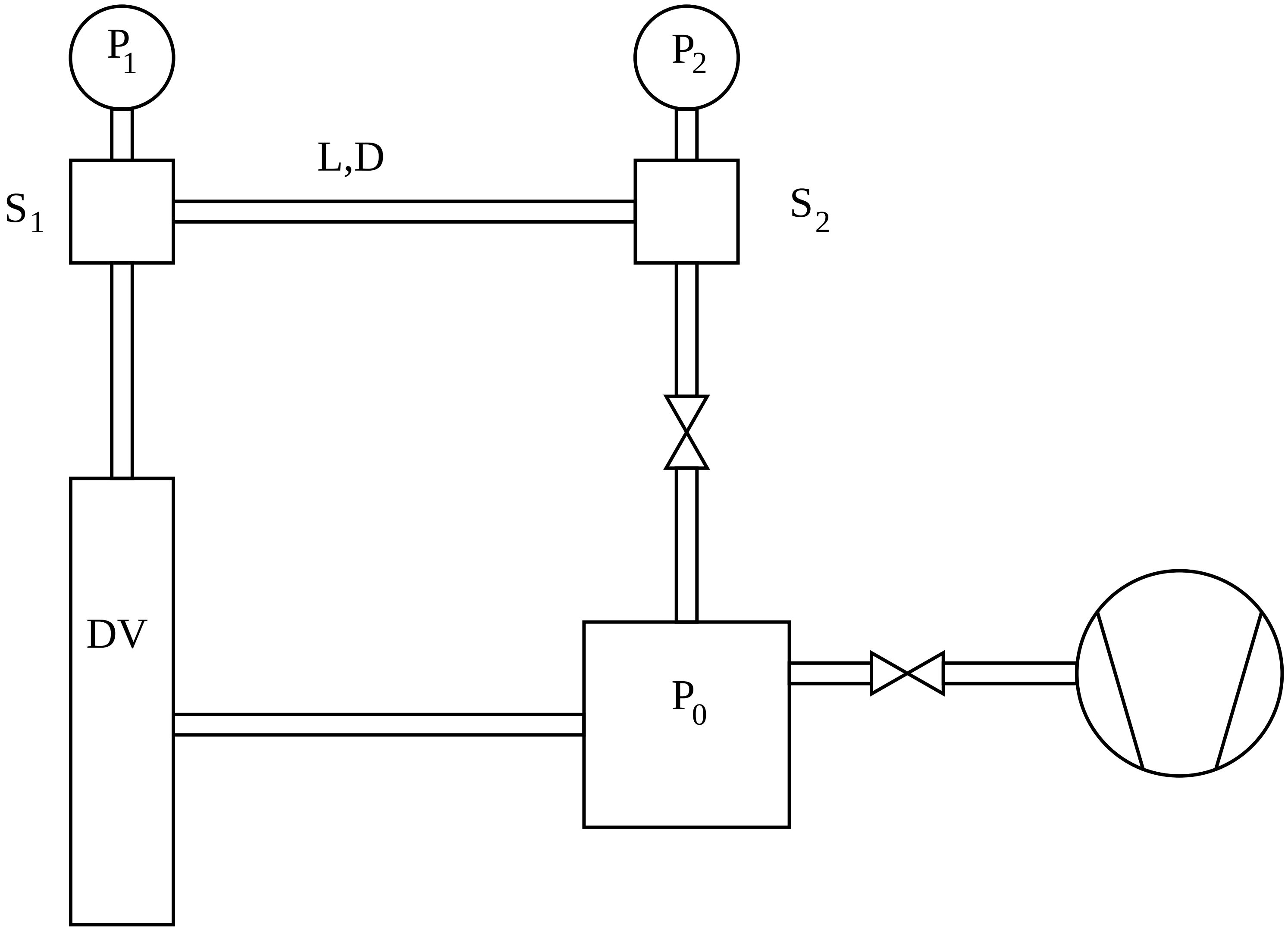
Je založena na měření proudu plynu na vstupu do vývěvy při daném tlaku

$$S = \frac{I}{p}$$

Metoda stálého množství plynu

Plyn cirkuluje v uzavřeném okruhu

$$I = G(P_2 - P_1) = p_1 S \Rightarrow S = G\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right)$$


P1
P2
L,D
S1
S2
DV
P0

Získávání nízkých tlaků

- **vytvořit dostatečně nízký tlak**
- **udržet nízký tlak po dostatečně dlouhou dobu**

Vývěva - zařízení snižující tlak plynu v uzavřeném objemu.

Typy vyvěv

1. **Vývěvy s transportem molekul z čerpaného prostoru**
2. **Vývěvy bez transportu molekul z čerpaného prostoru**

Vývěvy s transportem molekul z čerpaného prostoru

- **Mechanické vývěvy**
  - **Vývěvy s periodicky se měnícím pracovním prostorem**
    - **Pístové vývěvy**
    - **Rotační olejové vývěvy**
    - **Membránové vývěvy**
    - **Scroll vývěvy**
  - **Vývěvy s neproměnným pracovním prostorem**
    - **Rootsovy vývěvy**
    - **Molekulární vývěvy**
    - **Turbomolekulární vývěvy**
- **Paroproudové vývěvy**
  - **Vodní vývěvy**
  - **Ejektorové a difúzní vývěvy**
- **Vývěvy založené na tepelné rychlosti molekul, nebo ionizaci molekul**

Vývěvy bez transportu molekul z čerpaného prostoru

- **Kryosorpční vývěvy**
- **Getrové vývěvy**
- **Iontové vývěvy**
- **Zeolitové vývěvy**

Charakteristické parametry vývěv

1. **Výstupní tlak vývěvy**
2. **Pracovní tlak vývěvy**
3. **Mezní tlak vývěvy**
4. **Čerpací rychlost vývěvy**

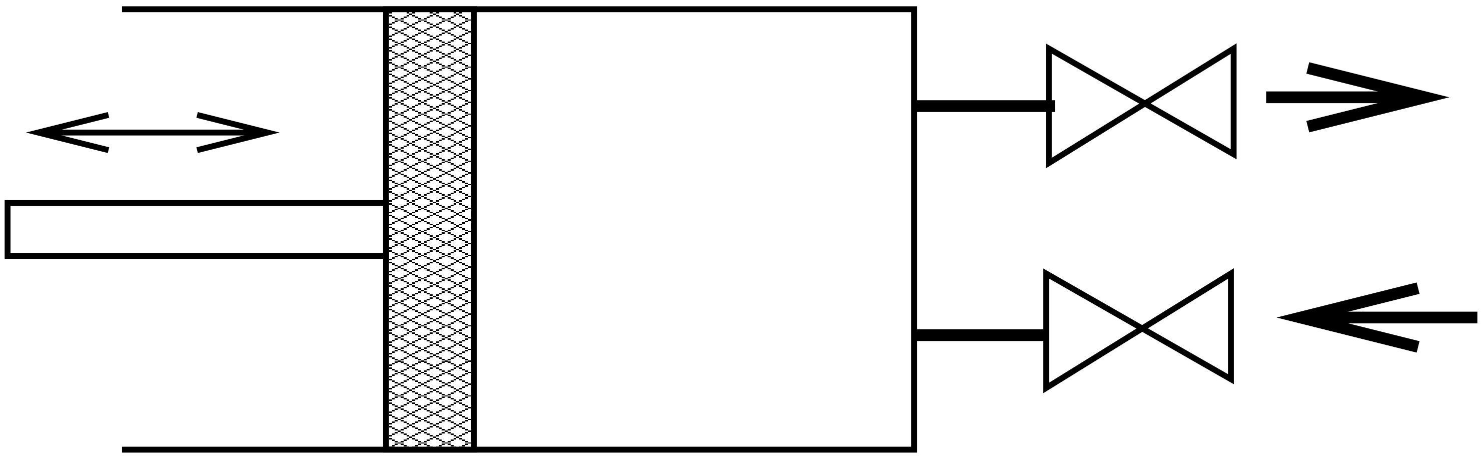
Vývěvy s transportem molekul plynu

Mechanické vývěvy

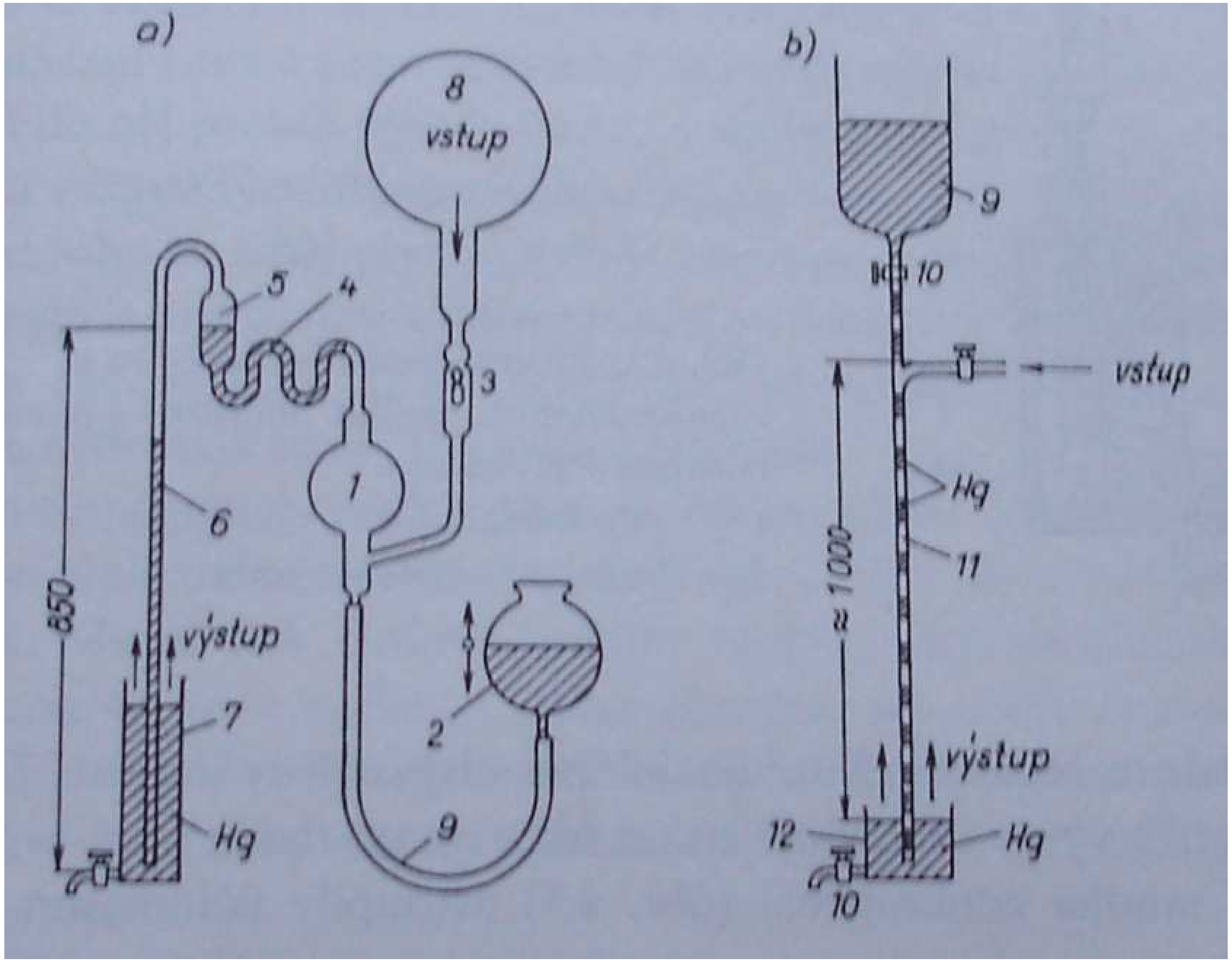
Vývěvy s periodicky se měnícím pracovním prostorem

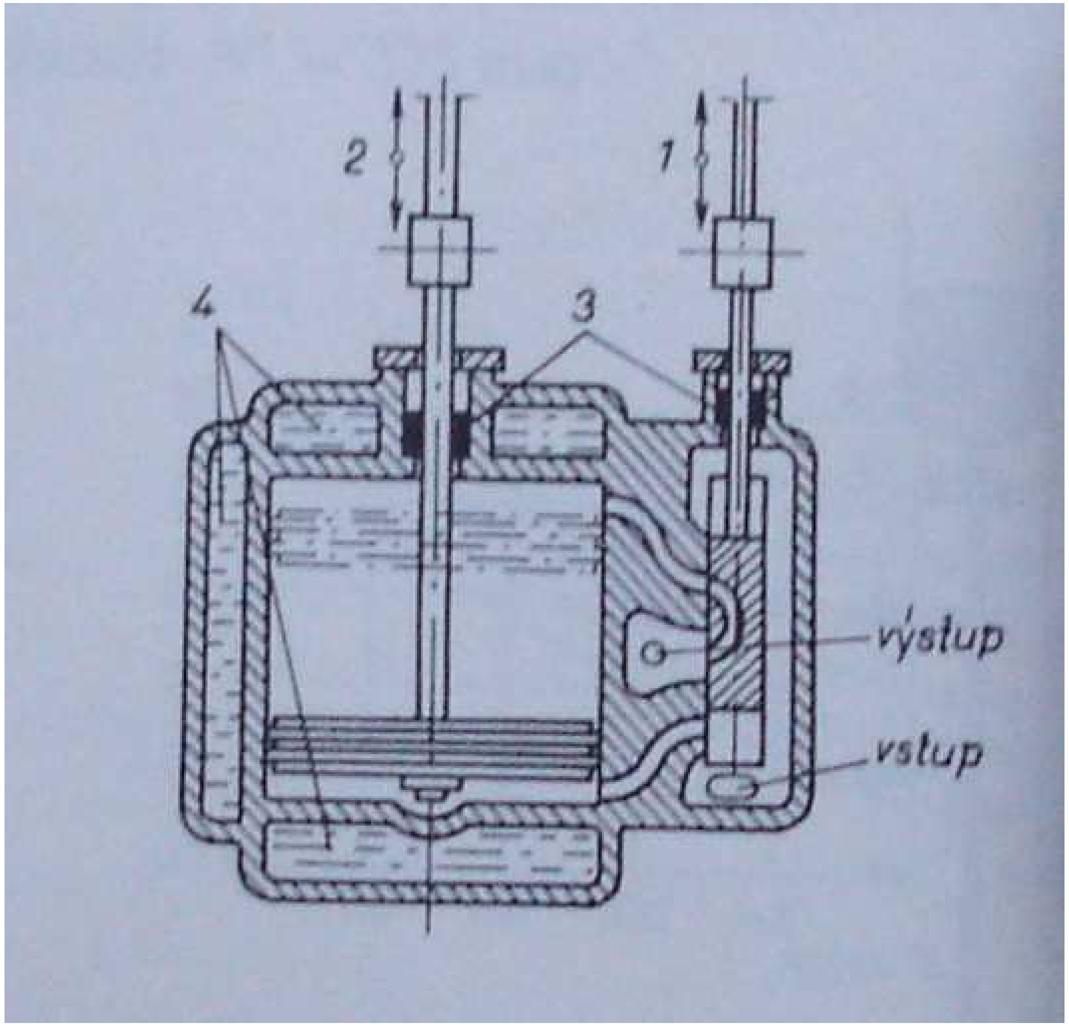
Pístové vývěvy

Tyto vývěvy pracují na základě Boyle-Mariottova zákona, při zvětšení objemu se sníží tlak. Proces zaplňování, proces vytlačování plynu



Toplerova a Sprenglerova vývěva




2
1
4
3
výstup
vstup

P_b - původní tlak plynu v recipientu, V - velikost čerpaného objemu, v - objem komory vývěvy

$$p_1(V+v) = p_b V$$

$$p_1 = \frac{V}{V+v} p_b$$

po n cyklech

$$p_n = K^n p_b\,,\ K = \frac{V}{V+v}$$

teoreticky $n \to \infty \Rightarrow p \to 0$

Prakticky existuje mezní tlak $p_0 > 0$ (zpětné proudění plynu, škodlivý prostor v')

Čerpací rychlost

Konstrukční čerpací rychlost

$$S_k = -\frac{dV}{dt} = n(v - v') = nv(1 - \frac{v'}{v})$$

n je počet zdvihů za 1s, v je objem pracovní komory, v' je škodlivý prostor

n je limitováno dobou naplnění komory

Teoretická čerpací rychlost

$$I_+ = pS_k = npv(1 - \frac{v'}{v})$$

Zpětný proud, p_v výstupní tlak

$$I_- = \beta n p_v v'$$

$$I = I_+ - I_- = nv(1 - \frac{v'}{v})p\left[1 - \frac{\beta p_v \frac{v'}{v}}{(1 - \frac{v'}{v})p}\right]$$

Uvážíme-li, že $\frac{v'}{v} \ll 1 \Rightarrow 1 - \frac{v'}{v} \approx 1$

$$S_T = \frac{I}{p} = S_k(1 - \beta\frac{v'p_v}{vp})$$

mezní tlak $p_0 = \beta\frac{v'}{v}p_v \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_T = S_k(1 - \frac{p_0}{p})$$

Pro $p \gg p_0 \Rightarrow S_T = S_k$

Pro $p \rightarrow p_0 \Rightarrow S_T \rightarrow 0$

Snížení mezního tlaku

- zmenšení v' (vhodnou konstrukcí)
- zmenšní β (např. zaplněním v' olejem)
- snížení výstupního tlaku p_v (předčerpání)

V olejových vývěvách k p_0 přispívá i tenze par oleje

$$p_0' = p_0 + P_p$$

Skutečná čerpací rychlost

Komora se nenaplní na tlak čerpaného prostoru (vakuový odpor spojů), proto je skutečná čerpací rychlost meší než teoretická čerpací rychlost

$$S_E = \beta' S_T$$

$\beta' = f(p, n) \leq 1$ **- koeficient naplnění**