KVAZISTACIONÁRNÍ STAVY
a
RELACE $\Delta E.\Delta t \geq \hbar$

5.10. 2005

15.12.2004: $\Delta\mathcal{E}.\Delta t \geq \hbar$

instrumentalisté

Bohr

↓

Landau& Peierls

↓

Landau&Lifshitz

↓

Fock&Krylov

↓

Aharonov&Bohm

↓

Aharonov&*al.*

formalisté

Schrödingerův obraz

$$\langle 0|t\rangle = \int \mathrm{d}\,E\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\,A(E)$$

$$A(E) = \langle 0|\delta(E-H)|0\rangle$$

$$= \sum_{\lambda}\langle 0|\lambda\rangle\delta(E-E_{\lambda})\langle\lambda|0\rangle$$

dává: .

- Rabiho oscilace (v diskrétním spektru)
- rozpad kvazistacionárních stavů (ve spojitém spektru)

Fock&Krylov

Heisenbergův obraz

$$\Delta H \frac{\Delta A}{\left|\langle A^{\bullet}\rangle\right|} \geq \hbar$$

$$\Delta H\, \Delta T_A \geq \hbar$$

no comment

Mandelstam&Tamm

15.12.2004: $\Delta \mathcal{E}.\Delta t \geq \hbar$

instrumentalisté

Bohr

↓

Landau& Peierls

↓

Landau&Lifshitz

↓

Fock&Krylov

↓

Aharonov&Bohm

↓

Aharonov&*al.*

formalisté

Schrödingerův obraz

$$\langle 0|t\rangle = \int \mathrm{d}\,E\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\,A(E)$$

$$A(E) = \langle 0|\delta(E-H)|0\rangle$$

$$= \sum_\lambda \langle 0|\lambda\rangle \delta(E-E_\lambda)\langle \lambda|0\rangle$$

dává: .

- •Rabiho oscilace (v diskrétním spektru)
- •rozpad kvazistacionárních stavů (ve spojitém spektru)

Fock&Krylov

Heisenbergův obraz

$$\Delta H \frac{\Delta A}{|\langle A^\bullet \rangle|} \geq \hbar$$

$$\Delta H\, \Delta T_A \geq \hbar$$

no comment

Mandelstam&Tamm

15.12.2004: $\Delta\mathcal{E}.\Delta t \geq \hbar$

instrumentalisté

Boh

Landau& Pe

Landau&Lifs

Fock&Kryl

Aharonov&B

Aharonov&

formalisté

$|0\rangle$

)

tavů

UČEBNICOVÝ POSTUP

vlastně jen interpretace vztahu

$$\Delta H\, \Delta A \geq \left|\langle [A, H] \rangle\right|$$

pomocí operátoru změny

$$A^{\bullet} = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar}[A, H]$$

Heisenbergův obraz

$$\Delta H \frac{\Delta A}{\left|\langle A^{\bullet} \rangle\right|} \geq \hbar$$

$$\Delta H\, \Delta T_A \geq \hbar$$

no comment

Mandelstam&Tamm

15.12.2004: $\Delta E.\Delta t \geq \hbar$

instrumentalisté

Bohr

↓

Landau& Peierls

↓

Landau&Lifshitz

↓

Fock&Krylov

↓

Aharonov&Bohm

↓

Aharonov&*al.*

formalisté

Schrödingerův obraz

$$\langle 0|t\rangle = \int \mathrm{d}E\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}/\hbar \cdot Et}\, A(E)$$

$$A(E) = \langle 0|\delta(E-H)|0\rangle$$

$$= \sum_\lambda \langle 0|\lambda\rangle \delta(E-E_\lambda)\langle\lambda|0\rangle$$

dává: .

- Rabiho oscilace (v diskrétním spektru)
- rozpad kvazistacionárních stavů (ve spojitém spektru)

Fock&Krylov

Heisenbergův obraz

$$\Delta H \frac{\Delta A}{|\langle A^{\bullet}\rangle|} \geq \hbar$$

$$\Delta H\, \Delta T_A \geq \hbar$$

no comment

Mandelstam&Tamm

15.12.2004: $\Delta E . \Delta t \geq \hbar$

instrumentalisté

Bohr

↓

Landau& Peierls

↓

Landau&Lifshitz

↓

Fock&Krylov

↓

Aharonov&Bohm

↓

Aharonov&*al.*

formalisté

Schrödingerův obraz

$\langle 0 | t \rangle =$

$A(E) =$

$=$

da

•R

(v

•ro

kv

(v

Heisenbergův obraz

$\Delta H \frac{\Delta A}{|\langle A^{\bullet} \rangle|} \geq \hbar$

$\Delta H \, \Delta T_A \geq \hbar$

no comment

tam&Tamm

FYSIKÁLNÍ POSTUP

- relace neurčitosti souvisejí s principem komplementarity
- ten je výrazem vztahu systému k okolí – měřicímu přístroji **proto ...**
  instrumentalisté
- ***To je samostatné thema***

15.12.2004: $\Delta E . \Delta t \geq \hbar$

instrumentalisté

Bohr

↓

Landau& Peierls

↓

Landau&Lifshitz

↓

Fock&Krylov

↓

Aharonov&Bohm

↓

Aharonov&*al.*

formalisté

Schrödingerův obraz

$$\langle 0|t\rangle = \int \mathrm{d}E\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}/\hbar \cdot Et}\, A(E)$$

$$A(E) = \langle 0|\delta(E-H)|0\rangle = \sum_{\lambda} \langle 0|\lambda\rangle \delta(E-E_{\lambda}) \langle \lambda|0\rangle$$

dává: .

- Rabiho oscilace (v diskrétním spektru)
- rozpad kvazistacionárních stavů (ve spojitém spektru)

Fock&Krylov

Heisenbergův obraz

$$\Delta H \frac{\Delta A}{|\langle A^{\bullet}\rangle|} \geq \hbar$$

$$\Delta H\, \Delta T_A \geq \hbar$$

no comment

Mandelstam&Tamm

15.12.2004: $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$

instrumentalisté

Bohr

↓

Landau& Peierls

↓

Landau&Lifshitz

↓

Fock&Krylov

↓

Aharonov&Bohm

↓

Aharonov&*al.*

Schrödinge

$$\langle 0|t\rangle = \int \mathrm{d}E\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}/\hbar \cdot Et}$$

$$A(E) = \langle 0|\delta(E -$$

$$= \sum_\lambda \langle 0|\lambda\rangle \delta$$

dává:

•Rabiho osc

(v diskrétní

•rozpad

kvazistacion

(ve spojitén

Fock&Krylov

obraz

$\geq \hbar$

$\geq \hbar$

nt

Mandelstam&Tamm

FUNDAMENTÁLNÍ POSTUP

- kvantová dynamika nestacionárních stavů
- OTÁZKA: rychlost rozpadu připraveného stavu
- MÍRA: pravděpodobnost přežití
- NEURČITOSTI jsou tím definovány

sekundární pojem

$$\Delta E . \Delta t \geq \hbar$$

… není dobře prosazovat apriorní představy

KVAZISTACIONÁRNÍ STAVY

Schrödingerův obraz:
EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

Greenova funkce

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle = \langle 0 | \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle$$

amplituda přežití

dává: .

- Rabiho oscilace
(v diskrétním spektru)
- rozpad kvazistacionárních stavů
(ve spojitém spektru)

Fock&Krylov

KVAZISTACIONÁRNÍ STAVY

Schrödingerův obraz:
EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

"Greenova funkce"

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle = \langle 0 | \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle$$

pravdě-podobnosti

amplituda přežití

ve skutečnosti

$$GF = \frac{1}{\mathrm{i}\hbar} \langle 0 | t \rangle \vartheta(t)$$

dává: .

- •Rabiho oscilace (v diskrétním spektru)
- •rozpad kvazistacionárních stavů (ve spojitém spektru)

Fock&Krylov

NEURČITOST ENERGIE

- dána jen počátečním stavem
- je mírou jeho stacionárnosti
- nezávisí na čase (*integrál pohybu*)

$$\overline{H} = \langle \hat{H} \rangle = \langle 0 | \hat{H} | 0 \rangle$$

$$= \langle t | \hat{H} | t \rangle$$

$$\Delta^2 H = \langle 0 | \left(\hat{H} - \overline{H} \right)^2 | 0 \rangle$$

$$= \langle t | \left(\hat{H} - \overline{H} \right)^2 | t \rangle$$

Krátkočasový rozvoj

Schrödingerův obraz:
EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

Greenova funkce

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle = \langle 0 | \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle$$

amplituda přežití

Taylorův rozvoj podle času?

Krátkočasový rozvoj

Schrödingerův obraz:
EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

Greenova funkce

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle = \langle 0 | \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle$$

amplituda přežití

~~Taylorův rozvoj podle času?~~

Krátkočasový rozvoj

Schrödingerův obraz: EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

Greenova funkce

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle = \langle 0 | \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle$$

amplituda přežití

~~Taylorův rozvoj podle času?~~

Odečteme ***mean field***

Krátkočasový rozvoj

Schrödingerův obraz: EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

Greenova funkce

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle = \langle 0 | \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle$$

amplituda přežití

~~Taylorův rozvoj podle času?~~

Odečteme ***mean field***

$$\overline{H} = \langle \hat{H} \rangle = \langle 0 | \hat{H} | 0 \rangle$$

$$\varDelta^2 H = \langle 0 | \left(\hat{H} - \overline{H} \right)^2 | 0 \rangle = \left\| \left(\hat{H} - \overline{H} \right) | 0 \rangle \right\|^2$$

$$\varDelta H \cdot | \perp \rangle \equiv \left(\hat{H} - \overline{H} \right) | 0 \rangle, \quad \boxed{\langle 0 | \perp \rangle = 0, \langle \perp | \perp \rangle = 1}$$

$$\hat{H} | 0 \rangle = \overline{H} | 0 \rangle + \varDelta H | \perp \rangle$$

malá vložka se zavedením těch vektorů podle minulého semináře

Krátkočasový rozvoj

Schrödingerův obraz: EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

Greenova funkce

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle = \langle 0 | \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle$$

amplituda přežití

~~Taylorův rozvoj podle času?~~

Odečteme ***mean field***

$$\overline{H} = \langle \hat{H} \rangle = \langle 0 | \hat{H} | 0 \rangle$$

$$\Delta^2 H = \langle 0 | (\hat{H} - \overline{H})^2 | 0 \rangle = \| (\hat{H} - \overline{H}) | 0 \rangle \|^2$$

$$\Delta H \cdot | \perp \rangle \equiv (\hat{H} - \overline{H}) | 0 \rangle, \quad \boxed{\langle 0 | \perp \rangle = 0, \langle \perp | \perp \rangle = 1}$$

$$\hat{H} | 0 \rangle = \overline{H} | 0 \rangle + \Delta H | \perp \rangle$$

malá vložka se zavedením těch vektorů podle minulého semináře

Renormalisovaný rozvoj

$$\mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \overline{H}\, t} \cdot \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot (\hat{H} - \overline{H}) t} | 0 \rangle$$

Mean Field evoluce × kvant. fluktuace

Taylor

$$= \cdots \times \left(| 0 \rangle - \mathrm{i}/\hbar \cdot (\hat{H} - \overline{H}) t | 0 \rangle - 1/2\hbar^2 \cdot (\hat{H} - \overline{H})^2 t^2 | 0 \rangle + \ldots \right)$$

$$= \cdots \times \left(\underbrace{[1 - 1/2\hbar^2 \cdot \Delta^2 H \cdot t^2] | 0 \rangle - \mathrm{i}/\hbar \cdot \Delta H \cdot t | \perp \rangle}_{\text{rozklad do základních směrů}} + \ldots \right)$$

odchylky

Krátkočasový rozvoj pro Greenovu funkci

Schrödingerův obraz: EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

Greenova funkce

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle = \langle 0 | \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle =$$

Krátkočasový rozvoj GF

$$= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \overline{H}\, t} \cdot [1 - \tfrac{1}{2} \varDelta^2 H \cdot t^2 / \hbar^2 + O(t^3)]$$

K INTERPRETACI

- z počátku energie je "mean field" $\overline{H} = \langle \hat{H} \rangle$
  … částice reaguje na bezčasové stř. pole, fluktuace ještě neměly čas se zformovat
- amplituda kvadraticky klesá: vektor $| t \rangle$ se otáčí s úhlovou rychlostí $\mathrm{i} \cdot \varDelta H / \hbar$
- **jen pro tyto počáteční časy se uplatní neurčitost energie, jak bychom si představovali**

Krátkočasový rozvoj pro Greenovu funkci

... školská "přesná" definice neurčitosti energie se hodí jen při krátkých časech a s dobou života stavu nemá <u>nic</u> společného

Zavedení spektrální hustoty a Krylovova representace

Schrödingerův obraz: EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

Greenova funkce

$$G(t) = \langle 0|t\rangle = \langle 0|\mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot\hat{H}\,t}|0\rangle =$$

Krátkočasový rozvoj GF

$$= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot\overline{H}\,t}\cdot[1 - \tfrac{1}{2}\cdot\Delta^2 H\cdot t^2/\hbar^2 + O(t^3)]$$

JINAK: Rozklad do vlastních funkcí $\hat{H}$

$$\langle 0|t\rangle = \sum_\lambda \langle 0|\lambda\rangle \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot E_\lambda t}\langle\lambda|0\rangle$$

$$= \sum_\lambda \langle 0|\lambda\rangle \int \mathrm{d}E\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\delta(E - E_\lambda)\langle\lambda|0\rangle$$

$$= \int \mathrm{d}E\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot Et} A(E)$$

Spektrální hustota

$$A(E) = \sum_\lambda \langle 0|\lambda\rangle\delta(E - E_\lambda)\langle\lambda|0\rangle$$

Zavedení spektrální hustoty a Krylovova representace

Schrödingerův obraz: EVOLUCE VLNOVÉ FUNKCE

Greenova funkce

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle = \langle 0 | \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \hat{H}\, t} | 0 \rangle =$$

Krátkočasový rozvoj GF

$$= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \bar{H}\, t} \cdot [1 - \tfrac{1}{2} \Delta^2 H \cdot t^2 / \hbar^2 + O(t^3)]$$

Rozklad do vlastních funkcí $\hat{H}$

$$\langle 0 | t \rangle = \sum_\lambda \langle 0 | \lambda \rangle \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot E_\lambda t} \langle \lambda | 0 \rangle$$

Kompaktní vyjádření pomocí spektrální hustoty

$$G(t) = \int \mathrm{d}\, E\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot E t}\, A(E)$$ Krylovova identita

$$A(E) = \sum_\lambda \langle 0 | \lambda \rangle \delta(E - E_\lambda) \langle \lambda | 0 \rangle$$ spektrální hustota

Vlastnosti spektrální hustoty -- universální

Fourierova transformace tam a zpět

$$\boxed{G(t) = \int \mathrm{d}\,E\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\,A(E) \quad \leftrightarrow \quad A(E) = \tfrac{1}{2\pi\hbar}\int \mathrm{d}\,t\,\mathrm{e}^{+\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\,G(t)}$$

Výraz pro spektrální hustotu

explicitní (definice)

$$A(E) = \sum_\lambda \langle 0|\lambda\rangle \delta(E - E_\lambda)\langle\lambda|0\rangle$$

invariantní

$$A(E) = \langle 0|\delta(E - \hat{H})|0\rangle$$

Dvě základní vlastnosti … a NIC víc

1 $A(E) \geq 0$ nezáporná

2 $\int \mathrm{d}\,E\,A(E) = 1$ sumační pravidlo

Výpočet momentů (vlastně kumulantů)

$$\int \mathrm{d}\,E\,A(E) \times E = \overline{H}$$

$$\int \mathrm{d}\,E\,A(E) \times (E - \overline{H})^2 = \Delta^2 H$$

Vlastnosti spektrální hustoty – universální II.

Lineární transformace

$$A(E) \quad \leftrightarrow \quad G(t) = \int \mathrm{d}\,E\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\,A(E)$$

$$\beta A(\,E_0 + \beta(E - E_0)\,) \equiv A_\beta(E) \quad \leftrightarrow \quad G_\beta(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot E_0(1-\beta^{-1})t} \times G\left(\beta^{-1}t\right)$$

roztažení

centrum

normování A

Vlastnosti spektrální hustoty – universální II.

Lineární transformace

$$A(E) \quad \leftrightarrow \quad G(t) = \int \mathrm{d}\,E\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot Et}\,A(E)$$

$$\beta A(\underbrace{E_0 + \beta(E - E_0)}_{\beta(E - E_0[1-\beta^{-1}])}) \equiv A_\beta(E) \quad \leftrightarrow \quad G_\beta(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot E_0(1-\beta^{-1})t} \times G(\beta^{-1}t)$$

Nejobecnější vztah komplementarity energie -- čas

Vlastnosti spektrální hustoty – universální II.

Lineární transformace

$$A(E) \quad \leftrightarrow \quad G(t) = \int \mathrm{d}\, E\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot Et}\, A(E)$$

$$\beta A(\overbrace{E_0 + \beta(E - E_0)}^{\beta(E - E_0[1-\beta^{-1}])}) \equiv A_\beta(E) \quad \leftrightarrow \quad G_\beta(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot E_0 (1-\beta^{-1})t} \times G\left(\beta^{-1} t\right)$$

Nejobecnější vztah komplementarity energie -- čas

Vlastnosti spektrální hustoty – universální II.

Lineární transformace

$$A(E) \quad \leftrightarrow \quad G(t) = \int \mathrm{d}\,E\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\,A(E)$$

$$\beta A(\overbrace{E_0 + \beta(E - E_0)}^{\beta(E - E_0[1-\beta^{-1}])}) \equiv A_\beta(E) \quad \leftrightarrow \quad G_\beta(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot E_0(1-\beta^{-1})t} \times G\left(\beta^{-1}t\right)$$

Nejobecnější vztah komplementarity energie -- čas

Krátkočasový rozvoj naposled

$$G(t) = \int \mathrm{d}\,E\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\,A(E) =$$

$$= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot \overline{H}t} \times \int \mathrm{d}\,E(1 - \mathrm{i}/\hbar\cdot(E - \overline{H})t + \tfrac{1}{2}[\mathrm{i}/\hbar\cdot(E - \overline{H})t]^2 + \ldots)A(E)$$

Vlastnosti spektrální hustoty – universální II.

Lineární transformace

$$\beta(E - E_0[1-\beta^{-1}])$$

$$A(E) \quad \leftrightarrow \quad G(t) = \int \mathrm{d}\, E\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot Et}\, A(E)$$

$$\beta A(\underbrace{E_0 + \beta(E - E_0)}) \equiv A_\beta(E) \quad \leftrightarrow \quad G_\beta(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot E_0(1-\beta^{-1})t} \times G(\beta^{-1} t)$$

Nejobecnější vztah komplementarity energie -- čas

Krátkočasový rozvoj naposled

$$G(t) = \int \mathrm{d}\, E\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot Et}\, A(E) =$$

$$= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot \overline{H} t} \times \int \mathrm{d}\, E (1 - \mathrm{i}/\hbar \cdot (E - \overline{H})t + \tfrac{1}{2}[\mathrm{i}/\hbar \cdot (E - \overline{H})t]^2 + \ldots) A(E)$$

$$\int \mathrm{d}\, E\, A(E) \times (E - \overline{H}) = 0$$

$$\int \mathrm{d}\, E\, A(E) \times (E - \overline{H})^2 = \Delta^2 H$$

Vlastnosti spektrální hustoty – universální II.

Lineární transformace

$$\underbrace{\beta(E-E_0[1-\beta^{-1}])}$$

$$A(E) \quad \leftrightarrow \quad G(t) = \int \mathrm{d}\,E\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\,A(E)$$

$$\beta A(\,E_0 + \beta(E-E_0)\,) \equiv A_\beta(E) \quad \leftrightarrow \quad G_\beta(t) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot E_0(1-\beta^{-1})t} \times G\left(\beta^{-1}t\right)$$

Nejobecnější vztah komplementarity energie -- čas

Krátkočasový rozvoj naposled

$$G(t) = \int \mathrm{d}\,E\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot Et}\,A(E) =$$

$$= \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar\cdot\overline{H}t} \times \int \mathrm{d}\,E(1-\mathrm{i}/\hbar\cdot(E-\overline{H})t + \tfrac{1}{2}[\mathrm{i}/\hbar\cdot(E-\overline{H})t]^2 + \ldots)A(E)$$

$$\int \mathrm{d}\,E\,A(E)\times(E-\overline{H}) = 0$$

o.k.

$$\int \mathrm{d}\,E\,A(E)\times(E-\overline{H})^2 = \Delta^2 H$$

o.k.

Zavedení spektrální hustoty a Krylovova representace

... převedení GF na spektrální hustotu --- dá se lépe porozumět

... nízké momenty se Fourierovou transformací přenášejí do krátkých časů. Neurčitost energie je 2. moment spektr. hustoty.

Dlouhé časy

$G(t)$ závisí jen na $A(E)$, ne na specifických podrobnostech Hamiltoniánu/vln. funkcí …

… ale na celém průběhu, každé podrobnosti funkčního tvaru, singularitách

Rozdělíme na příspěvek spojitého a diskrétního spektra: (další matem. šílenství pominu)

$$A(E) = A_{\mathrm{D}}(E) + A_{\mathrm{C}}(E) \leftrightarrow G(t) = G_{\mathrm{D}}(t) + G_{\mathrm{C}}(t)$$

DVA ZÁKLADNÍ REŽIMY

- $$A_{\mathrm{D}}(E) = \sum a_\lambda \delta(E - E_\lambda) \leftrightarrow G_{\mathrm{D}}(t) = \sum a_\lambda \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot E_\lambda t}$$

  nemá limitu při $t \to \infty$

- $$A_{\mathrm{C}}(E) \leftrightarrow G_{\mathrm{C}}(t) = \int \mathrm{d}\,E \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot Et} \, A_{\mathrm{C}}(E) \to 0$$

  má nulovou limitu při $t \to \infty$

Dlouhé časy

$G(t)$ závisí jen na $A(E)$, ne na specifických podrobnostech Hamiltoniánu/vln. funkcí …

… ale na celém průběhu, každé podrobnosti funkčního tvaru, singularitách

Rozdělíme na příspěvek spojitého a diskrétního spektra: (další matem. šílenství pominu)

$$A(E) = A_{\mathrm{D}}(E) + A_{\mathrm{C}}(E) \leftrightarrow G(t) = G_{\mathrm{D}}(t) + G_{\mathrm{C}}(t)$$

DVA ZÁKLADNÍ REŽIMY

- $A_{\mathrm{D}}(E) = \sum a_\lambda \delta(E - E_\lambda) \leftrightarrow G_{\mathrm{D}}(t) = \sum a_\lambda \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot E_\lambda t}$

  nemá limitu při $t \rightarrow \infty$

- $A_{\mathrm{C}}(E) \leftrightarrow G_{\mathrm{C}}(t) = \int \mathrm{d}E \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot Et} A_{\mathrm{C}}(E) \rightarrow 0$

  má nulovou limitu při $t \rightarrow \infty$

ekvidistantní energie
periodická funkce
perioda …
vzdálenost hladin

nesouměřitelné energie
vícenásobně periodická funkce (A. Sommerfeld)
téměř periodická funkce
(Harald Bohr *bratr*)

Dlouhé časy

$G(t)$ závisí jen na $A(E)$, ne na specifických podrobnostech Hamiltoniánu/vln. funkcí …

… ale na celém průběhu, každé podrobnosti funkčního tvaru, singularitách

Rozdělíme na příspěvek spojitého a diskrétního spektra: (další matem. šílenství pominu)

$$A(E) = A_{\mathrm{D}}(E) + A_{\mathrm{C}}(E) \leftrightarrow G(t) = G_{\mathrm{D}}(t) + G_{\mathrm{C}}(t)$$

DVA ZÁKLADNÍ REŽIMY

- $A_{\mathrm{D}}(E) = \sum a_\lambda \delta(E - E_\lambda) \leftrightarrow G_{\mathrm{D}}(t) = \sum a_\lambda \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot E_\lambda t}$

  nemá limitu při $t \to \infty$

- $A_{\mathrm{C}}(E) \leftrightarrow G_{\mathrm{C}}(t) = \int \mathrm{d}\, E \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot Et} \, A_{\mathrm{C}}(E) \to 0$

  má nulovou limitu při $t \to \infty$

ekvidistantní energie
periodická funkce
perioda …
vzdálenost hladin

nesouměřitelné energie
vícenásobně periodická funkce (A. Sommerfeld)
téměř periodická funkce
(Harald Bohr *bratr*)

tzv. lemma Riemann -- Lebesque

Dlouhé časy

$G(t)$ závisí jen na $A(E)$, ne na specifických podrobnostech Hamiltoniánu/vln. funkcí …

… ale na celém průběhu, každé podrobnosti funkčního tvaru, singularitách

Rozdělíme na příspěvek spojitého a diskrétního spektra: (další matem. šílenství pominu)

$$A(E) = A_{\mathrm{D}}(E) + A_{\mathrm{C}}(E) \leftrightarrow G(t) = G_{\mathrm{D}}(t) + G_{\mathrm{C}}(t)$$

DVA ZÁKLADNÍ REŽIMY

- $A_{\mathrm{D}}(E) = \sum a_\lambda \delta(E - E_\lambda) \leftrightarrow G_{\mathrm{D}}(t) = \sum a_\lambda \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot E_\lambda t}$

  nemá limitu při $t \to \infty$

- $A_{\mathrm{C}}(E) \leftrightarrow G_{\mathrm{C}}(t) = \int \mathrm{d}E \, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot Et} A_{\mathrm{C}}(E) \to 0$

  má nulovou limitu při $t \to \infty$

ekvidistantní energie
periodická funkce
perioda …
vzdálenost hladin

nesouměřitelné energie
vícenásobně periodická funkce (A. Sommerfeld)
téměř periodická funkce
(Harald Bohr *bratr*)

tzv. lemma Riemann -- Lebesque

neříká nic o ***rychlosti*** konvergence k nule

Dlouhé časy

… rozpad stavu je možný jen ve spojitém spektru

Rozpadový zákon

Zatím jsme uvažovali amplitudu (pravděpodobnosti) přežití stavu

$$G(t) = \langle 0 | t \rangle$$

Příslušná pozorovatelná je však sama *pravděpodobnost přežití*

$$\boxed{W(t) = |G(t)|^2} \qquad \text{ROZPADOVÝ ZÁKON}$$

Hustota pravděpodobnosti rozpadu za jednotku času

$$w(t) = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \ln W(t) = -\frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} W(t)}{W(t)}$$

Kdyby platilo $w(t) = \mathrm{const}$, pak rozpadový zákon by byl $W(t) \propto \exp(-w \cdot t)$ To je známý radioaktivní rozpad, monomolekulární luminiscence, … Proto je to **centrální případ** a náš úkol bude zejména najít podmínky a meze platnosti tohoto **Wigner-Weisskopfova** rozpadu

Rozpadový zákon pomocí spektrální hustoty

$$|G(t)|^2 = \int \mathrm{d}E\, \mathrm{e}^{-\mathrm{i}/\hbar \cdot Et} \underbrace{\int \mathrm{d}E'\, A(E+E')\, A(E')}_{\text{autokorelační funkce}}$$

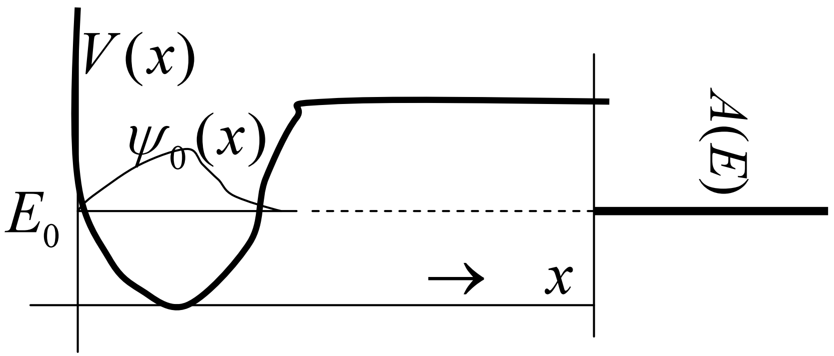
Rozpadový zákon

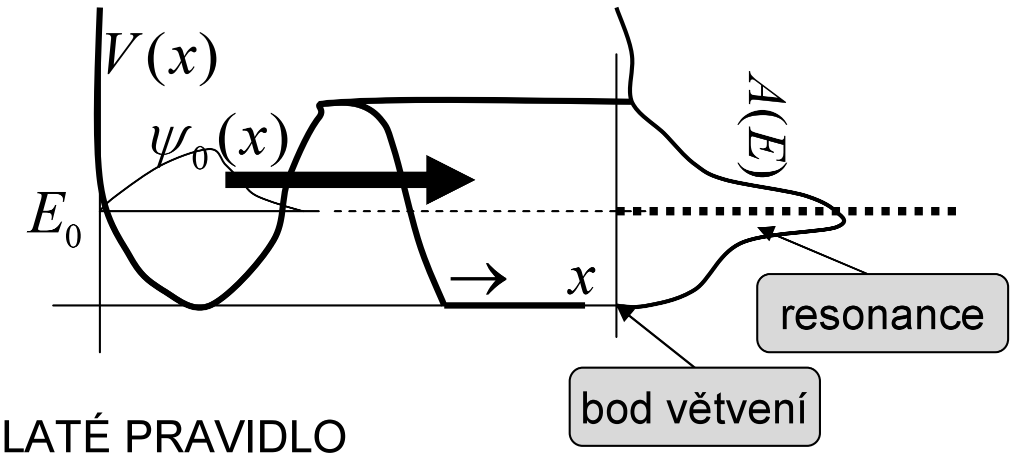
... můžeme pokračovat s GF a hledat rozpadové zákony pro modelové spektr. hustoty

Modelové příklady: názorné představy

TUNELOVÁNÍ (α-ROZPAD)

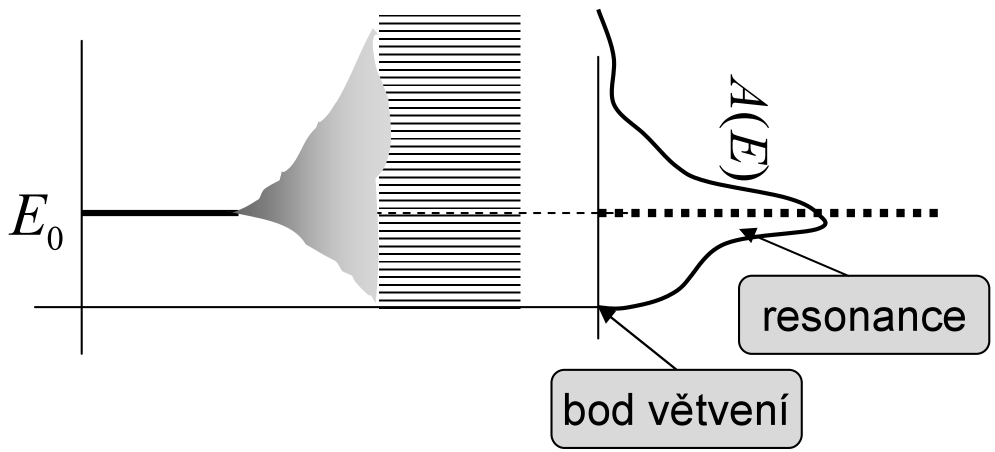
... bariera v reálném prostoru odděluje konečnou a nekonečnou oblast





FERMIHO ZLATÉ PRAVIDLO

… diskrétní hladina je slabě vázána na překrývající kontinuum stavů



Modelové příklady: úvodní poznámky

JEDNOTKY

… vlastně na nich nezáleží, ale pro názornost volím jednotky vhodné pro GF v CM

energie	1 eV	$1{,}602\times10^{-19}$ J
čas	1 fs	$1{,}000\times10^{-15}$ s
$\hbar$	0,6582~ $\frac{2}{3}$ eV.fs	$1{,}055\times10^{-34}$ J.s

Modelové příklady: úvodní poznámky

JEDNOTKY

… vlastně na nich nezáleží, ale pro názornost volím jednotky vhodné pro GF v CM

energie	1 eV	$1{,}602\times10^{-19}$ J
čas	1 fs	$1{,}000\times10^{-15}$ s
$\hbar$	0,6582~ $\frac{2}{3}$ eV.fs	$1{,}055\times10^{-34}$ J.s
délka	1 nm	$1{,}000\times10^{-9}$ m
c	299,8 nm/fs	$2{,}998\times10^{8}$ m/s
α	1/137,0	1/137,0
m_e	5,685	$9{,}109\times10^{-31}$ kg
e'^2	1,440	$2{,}306\times10^{-34}$ J.m

Modelové příklady: úvodní poznámky

STACIONÁRNÍ STAV (VLASTNÍ FUNKCE)

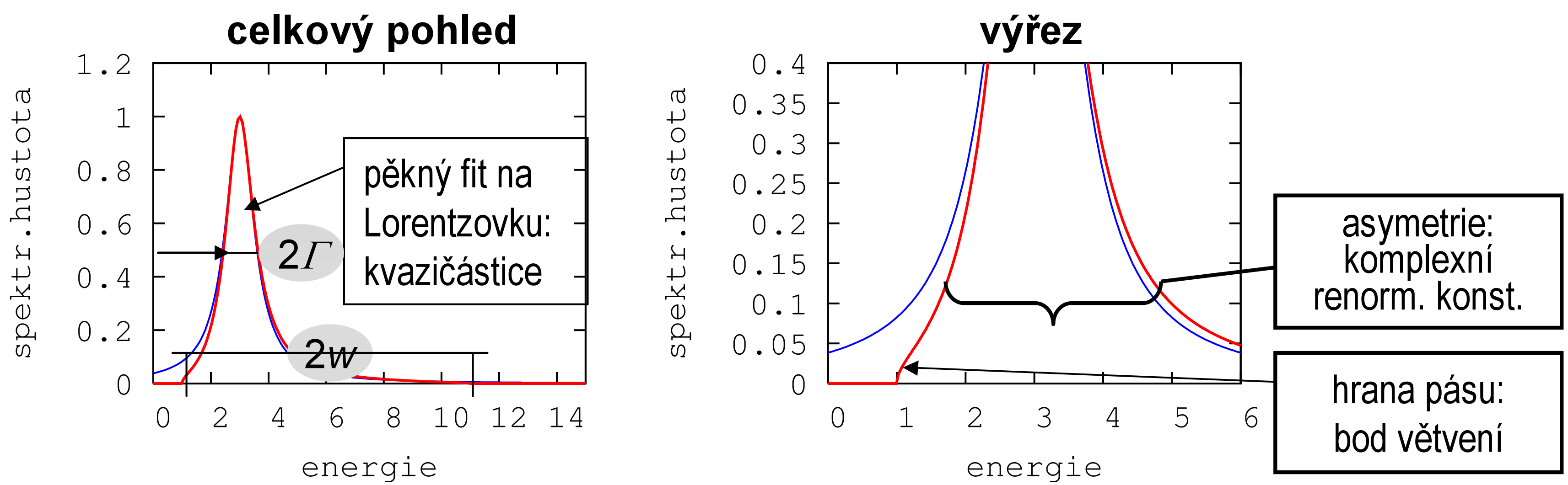
v sumě zůstane jen jeden člen:

$$A(E)=\sum_{\lambda}\langle 0|\lambda\rangle\delta(E-E_{\lambda})\langle\lambda|0\rangle$$

$$\xrightarrow{|0\rangle=|\mu\rangle}\delta(E-E_{\mu})$$

"VZOROVÁ" SPEKTRÁLNÍ HUSTOTA (model)

… mám na mysli elektron hluboko v pásu, dosti silné interakce, např. *el – ph*



Modelové příklady: přehled

Postup: zvolíme *modelovou spektrální hustotu A*(E).

K ní dopočteme Fourierovou transformací $G(t)$ a $W(t)$.

Volba spektrální hustoty: základní vlastnosti **1**, **2**, k tomu zjednodušení **3**

1 $A(E) \geq 0$ nezáporná **2** $\int \mathrm{d}\, E\, A(E) = 1$ sumační pravidlo

3 $A(+E) = A(-E)$ sudá **3´** $\Leftrightarrow$ $G(t)$ je reálná (bez fázových faktorů)

I. Spojité modely

- Čistá Lorentzova sp. hustota
- Model kvazičástice – kompensovaná Lorentzova hustota
- Gaussova sp. hustota
- Obdélníková hustota – koncové body (body větvení)

II. Diskrétní modely

- Obdélníkový hřeben
- Termodynamická limita

Pro jednoduchost

$$\hbar = 1$$