Elektrodynamika a teorie relativity (2007/2008)

I. Úvod: elektrodynamika v kontextu moderní fyziky a stručný přehled.

1. Pro stanovení elektromagnetických sil v rovnicích klasické fyziky nestačí Coulombův zákon, Lorentzova síla, pojem pole, svébytnost pole.

2. K předmětu elektrodynamiky:
$\{\rho, \mathbf{j}\} \to \{\mathbf{E}, \mathbf{B}\}$, $\{\mathbf{E}, \mathbf{B}\} \to \{\rho, \mathbf{j}\}$, dynamika pole.

3. Přehled Maxwellových rovnic (MR): cirkulace pole, tok pole; Coulombův zákon a Gaussův z. a příslušné dif. rovnice; Biotův a Savartův z. a Amperův z. a příslušné dif. rovnice; Faradayův z. a odpovídající MR; Maxwellovo doplnění A. z. a odpovídající MR.

4. MR nejsou konsistentní s Galileiho transformací, cesta ke STR.

5. Zmínka o roli polí v kvantové teorii a přehled oblastí, kde jsou rovnice elektrodynamiky používány.

II. Elektrostatika

1. Coulombův zákon. Pole bodového náboje, soustavy nábojů, spojitého rozdělení náboje, přechod mezi diskrétním a spojitým rozdělením s využitím Diracovy delta funkce.

2. Odvození G. z. a aplikace (bod, válec, rovina, koule).

3. Odvození MR $\nabla \mathbf{E} = \rho/\varepsilon_0$.

4. C. zákon $\to$ konzervativnost pole, $\oint \mathbf{E}\, d\mathbf{l} = 0$, $\nabla \times \mathbf{E} = 0$.

5. Příklad: vymizení pole uvnitř kovové dutiny. Při této příležitosti vysvětleno, co na této úrovni rozumíme kovem, a naznačeno, jak je to s kovy ve skutečnosti.

6. Potenciál pole, Poissonova a Laplaceova rovnice.

7. Formule pro řešení úloh s okrajovou podmínkou vyplývající z Greenových identit a problematika jednoznačnosti, potenciál pro lokalizované rozdělení nábojové hustoty.

8. Tři výrazy pro energii v elektrostatice: 1. obsahuje jen ρ, 2. obsahuje ρ a φ, 3. obsahuje jen $\mathbf{E}$.

9. Přehled metod řešení elektrostatických problémů.
(a) Dáno rozložení náboje.
(α) Přímá integrace
(β) Gaussova věta
(γ) Poissonova rovnice
Příklad: stanovení pole drátu s lineární hustotou náboje τ postupy (α), (β) a (γ).
(b) Dány okrajové podmínky.
(α) Zrcadlové náboje.
(β) Řešení s využitím ortogonálních systémů funkcí.

10. Ortogonální systémy. Definice a základní vlastnosti, hlavní myšlenka metod řešení: rozvoj a stanovení koeficientů.

11. Příklad: stanovení potenciálu pro okrajové podmínky na stranách obdélníka (Jackson - 2.10).

12. Příklad: stanovení potenciálu pro okrajové podmínky na kulové ploše. Laplaceova rovnice ve sférických souřadnicích, separace proměnných, Legendreovy polynomy, přidružené Legendreovy polynomy, obecný tvar řešení, určení koeficientů (Jackson - 3.3 a 2.7).

13. Multipólový rozvoj potenciálu lokalizovaného rozdělení náboje. Monopólový, dipólový a kvadrupólový člen, dipólový a kvadrupólový moment. Multipólový rozvoj energie lokalizovaného rozdělení náboje ve vnějším poli, energie dipólu a síla působící na dipól.

14. Dielektrika. Dipólové momenty v materiálech a elementární zavedení polarizace. Mikroskopické a makroskopické rovnice elektrostatiky, rozklad makroskopické hustoty na hustotu volného náboje, hustotu náboje molekul (s náboji „sedícími v těžišti") a hustotu polarizačního náboje, přitom zavedena polarizace, výsledný tvar MR, indukce pole. Rovnice elektrostatiky pro dielektrika s materiálovým vztahem $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$, jejich řešení, okrajové podmínky pro rozhraní mezi dielektriky. Lokální pole.

III. Magnetostatika.

1. Vymezení okruhu problémů: velký počet nábojů vytváří spojité a statické rozložení proudové hustoty, $\nabla \mathbf{j} = 0$.

2. Lorentzova síla, síla působící na element objemu a na úsek drátu.

3. Biotův a Savartův zákon. Pole drátu, soustavy drátů, spojitého rozložení proudové hustoty, přechod mezi drátem a spojitým rozdělením s využitím Diracovy delta funkce.

4. Odvození rovnice $\nabla \mathbf{B} = 0$, odpovídající integrální rovnice.

5. Odvození rovnice $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$ a Amperova zákona.

6. Vektorový potenciál $\mathbf{A}$ pole, volnost ve výběru, diferenciální rovnice pro $\mathbf{A}$, Poissonova rovnice pro složky v kartézských souřadnicích.

7. Problematika jednoznačnosti řešení, analogie s elektrostatikou, vektorový potenciál pro lokalizované rozdělení proudové hustoty.

8. Příklad: stanovení pole rovného drátu s využitím (α) přímé integrace, (β) Amperova zákona a (γ) Poissonovy rovnice.

9. Pole kruhové smyčky ve velké vzdálenosti, magnetický dipól, význam pro fenomenologický popis magnetických vlastností látek, mg. dipóly v mikroskopické teorii.

10. Multipólový rozvoj vektorového potenciálu pro lokalizované rozdělení proudové hustoty, dipólový člen. Síla a moment síly působící na magnetický moment ve vnějším poli, efektivní energie magnetického momentu ve vnějším poli.

11. Základy magnetostatiky materiálů. Magnetické dipólové momenty v materiálech a elementární zavedení magnetizace. Mikroskopické a makroskopické rovnice magnetostatiky, rozklad makroskopické hustoty proudu na hustotu proudu volných nábojů a hustotu proudu spojenou s magnetickými momenty, přitom zavedena

magnetizace, výsledná rovnice pro makroskopické pole $\mathbf{B}$, intenzita pole. Rovnice magnetostatiky pro látky s materiálovým vztahem $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$, jejich řešení, okrajové podmínky pro rozhraní mezi materiály. Lokální pole.

IV. Maxwellovy rovnice.

1. Faradayův zákon v integrálním a diferenciálním tvaru, pravidlo toku, příklad: dvě smyčky, které se vůči sobě rovnoměrně pohybují, smyčkou A protéká proud, síla působící na náboje ve smyčce B z hlediska soustavy spojené s A a soustavy spojené s B.

2. Dva výrazy pro energii v magnetostatice: 1. obsahuje $\mathbf{j}$ a $\mathbf{A}$, 2. obsahuje jen $\mathbf{B}$.

3. MR pro kvazistatická pole, nekonsistence s rovnicí kontinuity.

4. Maxwellův posuvný proud a obecný tvar MR, sjednocení nauky o el. a mg. jevech a nauky o světle, příklady posuvného proudu (Feynman - 18.2).

5. Elektromagnetické potenciály φ a $\mathbf{A}$ v obecném případě, kalibrační invariance, rovnice pro φ a $\mathbf{A}$ a jejich zjednodušení pro Lorentzovu kalibraci.

6. Řešení pro vakuum. Příklady: $\varphi = 0$, $\mathbf{A} = [0, A_y(x,t), 0]$, rovinná vlna; opačně nabité listy náboje (Feynman - 18.4). Obecné řešení.

7. Řešení rovnic pro pulz $\rho(\mathbf{r},t)/\mathbf{j}(\mathbf{r},t) \sim \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)\delta(t-t_0)$ a obecné řešení (retardované potenciály).

8. Energie elektromagnetického pole, Poyntingův vektor, hybnost a moment hybnosti pole.

9. Obecný tvar makroskopických MR pro materiály.

V. Vlnění a vyzařování.

1. Rovnice pro elektromagnetické vlnění v látce, zobecněná dielektrická funkce, disperzní vztah $(\mathbf{k} \ldots \omega)$.

2. Pole pohybujícího se bodového náboje. Lienardovy a Wiechertovy potenciály, náznak odvození výrazů pro odpovídající elektrické a magnetické pole, rozbor formule pro $\mathbf{E}$.

3. Záření bodového náboje. Výraz pro Poyntingův vektor, přibližný vzorec platný pro velké vzdálenosti od náboje a pro $v/c << 1$, vztah pro energii vyzářenou za jednotku času (Larmorova formule). Příklady: dipól, zmínka o lineárním urychlovači, cyklotronu, brzdném záření a záření elektronu kroužícího kolem jádra.

4. Záření lokalizovaného zdroje s hustotou náboje a proudu $\sim e^{i\omega t}$. Vztah pro $\mathbf{A}$, přiblížení platná pro velké vzdálenosti od zdroje, elektrické dipólové záření, zmínka o magnetickém dipólovém a elektrickém kvadrupólovém záření.

VI. Základy STR.

1. Nekonsistence MR a Galileiho transformace. Příklady: drát protékaný proudem a nabitá částice ve vzájemném pohybu (Feynman - 13.6), vlna postupující ve směru osy x s polarizací ve směru osy y z hlediska dvou vztažných soustav,

které se vůči sobě rovnoměrně pohybují - vlnová rovnice pro jednu soustavu nepřejde při Gal. transformaci na vlnovou rovnici pro druhou.

2. Historický kontext vzniku STR. V trojici MR, princip relativity, Gal. transformace musí být chybný článek. Einsteinovo řešení.

3. Principy STR.

4. Lorentzova transformace a důsledky: odvození, relativnost současnosti, kontrakce délek, dilatace času, skládání rychlostí, transformace parametrů $\mathbf{k}$ a ω rovinné vlny, Dopplerův posuv, experimentální testy STR.

5. $\mathbf{k}$ a ω/c se transformují jako $\mathbf{r}$ a ct, tuto vlastnost má mnoho veličin - motivace k zavedení pojmu čtyřvektor. Pojmy kontravariantní/kovariantní čtyřvektor, skalár, kontravariantní/kovariantní/smíšený tenzor druhého stupně a příklady (čtyřvektory $(E, c\mathbf{p})$, $(c\rho, \mathbf{j})$, $(\varphi/c, \mathbf{A})$, tenzor elektromagnetického pole, ...). Transformační vlastnosti diferenciálních operátorů.

6. Relativistická formulace Newtonova zákona a MR, změny elektromagnetického pole při přechodu od soustavy k soustavě.