② Shapley:
dohromady dostanou $v(N) = \lfloor \frac{n}{3} \rfloor$
přitom všichni stejně

Jádro: pro $n = 3m+1$ nebo $3m+2$, $m \in \mathbb{N}_0$
máme pro $x \in$ jádra:

$x_1 + \dots + x_n = m$

součet lib. $n-1$ x-ů $\geq m$
sečtením těchto n nerovností:

$(n-1)(x_1 + \dots + x_n) \geq n m$

$x_1 + \dots + x_n \geq \frac{n}{n-1} m > m$ spor!

pro $n = 2$ máme $x_1 + x_2 = 0$, $x_1, x_2 \geq 0$, což dá $x_1 = x_2 = 0$

$n = 3$: řešíme

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \quad (*) \\ x + y &\geq 0 \\ x + z &\geq 0 \\ y + z &\geq 0 \\ x, y, z &\geq 0 \quad (+) \end{aligned}$$

řešení je lib. (x, y, z) splň. $(*)$ a $(+)$

$n = 3m$, $m \geq 2$:
řešíme

$x_1 + \dots + x_n = m$

$x_i + x_j + x_k \geq 1$ pro $|\{i, j, k\}| = 3$

tedy pro lib. takové i, j, k $\quad x_i + x_j + x_k = 1$
pro lib. $l \notin \{i, j, k\}$ je $\quad x_i + x_j + x_l = 1$
a tedy $x_k = x_l$
celkem $x_1 = \dots = x_n = \frac{1}{3}$