

## Elektrodynamika a teorie relativity (2008/2009)

I. Úvod: elektrodynamika v kontextu moderní fyziky a stručný přehled.

1. Pro stanovení elektromagnetických sil v rovnicích klasické fyziky nestačí Coulombův zákon, Lorentzova síla, pojem pole, svébytnost pole.

2. K předmětu elektrodynamiky:

$\{\rho, \mathbf{j}\} \rightarrow \{\mathbf{E}, \mathbf{B}\}$ ,  $\{\mathbf{E}, \mathbf{B}\} \rightarrow \{\rho, \mathbf{j}\}$ , dynamika pole.

3. Přehled Maxwellových rovnic (MR): cirkulace pole, tok pole; Coulombův zákon a Gaussův z. a příslušné dif. rovnice; Biotův a Savartův z. a Amperův z. a příslušné dif. rovnice; Faradayův z. a odpovídající MR; Maxwellovo doplnění A. z. a odpovídající MR.

4. MR nejsou konsistentní s Galileiho transformací, cesta ke STR.

II. Elektrostatika

1. Coulombův zákon. Pole bodového náboje, soustavy nábojů, spojitého rozdělení náboje, přechod mezi diskrétním a spojitým rozdělením s využitím Diracovy delta funkce.

2. Odvození G. z. a aplikace (bod, válec, rovina, koule).

3. Odvození MR  $\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho/\epsilon_0$ .

4. C. zákon  $\rightarrow$  konzervativnost pole,  $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$ ,  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ .

5. Příklad: vymizení pole uvnitř kovové dutiny. Při této příležitosti vysvětleno, co na této úrovni rozumíme kovem, a naznačeno, jak je to s kovy ve skutečnosti.

6. Potenciál pole, Poissonova a Laplaceova rovnice.

7. Problematika jednoznačnosti, potenciál pro lokalizované rozdělení nábojové hustoty.

8. Tři výrazy pro energii v elektrostatice: 1. obsahuje jen  $\rho$ , 2. obsahuje  $\rho$  a  $\varphi$ , 3. obsahuje jen  $\mathbf{E}$ .

9. Přehled metod řešení elektrostatických problémů.

(a) Dáno rozložení náboje.

( $\alpha$ ) Přímá integrace

( $\beta$ ) Gaussova věta

( $\gamma$ ) Poissonova rovnice

Příklad: stanovení pole drátu s lineární hustotou náboje  $\tau$  postupy ( $\alpha$ ), ( $\beta$ ) a ( $\gamma$ ).

(b) Dány okrajové podmínky.

( $\alpha$ ) Zrcadlové náboje

( $\beta$ ) Řešení s využitím ortogonálních systémů funkcí

10. Ortogonální systémy. Definice a základní vlastnosti, hlavní myšlenka metod řešení: rozvoj a stanovení koeficientů.

11. Příklad: stanovení potenciálu pro okrajové podmínky na kulové ploše. Řešení Laplaceovy rovnice ve sférických souřadnicích, separace proměnných, Legendreovy polynomy, přidružené Legendreovy polynomy, obecný tvar řešení; určení koefici-

entů vystupujících v rozvoji partikulárního řešení (Jackson - 3.3 a 2.7).

12. Multipólový rozvoj potenciálu lokalizovaného rozdělení náboje. Monopólový, dipólový a kvadrupólový člen, dipólový a kvadrupólový moment. Multipólový rozvoj energie lokalizovaného rozdělení náboje ve vnějším poli, energie dipólu a síla působící na dipól.

13. Dielektrika. Dipólové momenty v materiálech a elementární zavedení polarizace. Mikroskopické a makroskopické rovnice elektrostatiky, rozklad makroskopické hustoty na hustotu volného náboje, hustotu náboje molekul (s náboji „sedícími v těžišti“) a hustotu polarizačního náboje, přitom zavedena polarizace, výsledný tvar rovnice pro makroskopické pole  $\mathbf{E}$ , indukce pole. Rovnice elektrostatiky pro dielektrika s materiálovým vztahem  $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$ , jejich řešení, okrajové podmínky pro rozhraní mezi dielektriky.

### III. Magnetostatika.

1. Vymezení okruhu problémů: velký počet nábojů vytváří spojitě a statické rozložení proudové hustoty,  $\nabla \mathbf{j} = 0$ .

2. Lorentzova síla, síla působící na element objemu a na úsek drátu.

3. Biotův a Savartův zákon. Pole drátu, soustavy drátů, spojitěho rozložení proudové hustoty, přechod mezi dráty a spojitým rozložením s využitím Diracovy delta funkce.

4. Odvození rovnice  $\nabla \mathbf{B} = 0$ , odpovídající integrální rovnice.

5. Odvození rovnice  $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$  a Amperova zákona.

6. Vektorový potenciál  $\mathbf{A}$  pole, volnost ve výběru, diferenciální rovnice pro  $\mathbf{A}$ , Poissonova rovnice pro složky v kartézských souřadnicích.

7. Problematika jednoznačnosti řešení, analogie s elektrostatikou, vektorový potenciál pro lokalizované rozdělení proudové hustoty.

8. Příklad: stanovení pole rovného drátu s využitím ( $\alpha$ ) přímé integrace, ( $\beta$ ) Amperova zákona a ( $\gamma$ ) Poissonovy rovnice.

9. Magnetický dipól. Pole kruhové smyčky ve velké vzdálenosti, pojem magnetický dipól, význam v teorii magnetických vlastností látek; multipólový rozvoj vektorového potenciálu pro lokalizované rozdělení proudové hustoty, dipólový člen; síla a moment síly působící na magnetický dipól ve vnějším poli, efektivní energie magnetického momentu ve vnějším poli.

10. Základy magnetostatiky materiálů. Magnetické dipólové momenty v materiálech a elementární zavedení magnetizace. Mikroskopické a makroskopické rovnice magnetostatiky, rozklad makroskopické hustoty proudu na hustotu proudu volných nábojů a hustotu proudu spojenou s magnetickými momenty, přitom zavedena magnetizace, výsledná rovnice pro makroskopické pole  $\mathbf{B}$ , intenzita pole. Rovnice magnetostatiky pro látky s materiálovým vztahem  $\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$ , jejich řešení, okrajové podmínky pro rozhraní mezi materiály.

#### IV. Maxwellovy rovnice.

1. Faradayův zákon v integrálním a diferenciálním tvaru, pravidlo toku, příklad: dvě smyčky, které se vůči sobě rovnoměrně pohybují, smyčkou  $A$  protéká proud, síla působící na náboje ve smyčce  $B$  z hlediska soustavy spojené s  $A$  a soustavy spojené s  $B$ .
2. Dva výrazy pro energii v magnetostatice: 1. obsahuje  $\mathbf{j}$  a  $\mathbf{A}$ , 2. obsahuje jen  $\mathbf{B}$ .
3. MR pro kvazistatická pole, nekonsistence s rovnicí kontinuity.
4. Maxwellův posuvný proud a obecný tvar MR, sjednocení nauky o el. a mg. jevech a nauky o světle, příklady posuvného proudu (Feynman - 18.2).
5. Elektromagnetické potenciály  $\varphi$  a  $\mathbf{A}$  v obecném případě, kalibrační invariance, rovnice pro  $\varphi$  a  $\mathbf{A}$  a jejich zjednodušení pro Lorentzovu kalibraci.
6. Řešení pro vakuum. Příklady:  $\varphi = 0$ ,  $\mathbf{A} = [0, A_y(x, t), 0]$ , rovinná vlna; opačně nabitě listy náboje (Feynman - 18.4). Obecné řešení.
7. Řešení rovnic pro pulz  $\rho(\mathbf{r}, t)/\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \sim \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)\delta(t - t_0)$  a obecné řešení (retardované potenciály).
8. Energie elektromagnetického pole, Poyntingův vektor, hybnost a moment hybnosti pole.
9. Obecný tvar makroskopických MR pro materiály.

#### V. Vlnění a vyzařování.

1. Rovnice pro elektromagnetické vlnění v látce, zobecněná dielektrická funkce, disperzní vztah ( $\mathbf{k} \dots \omega$ ).
2. Pole pohybujícího se bodového náboje. Lienardovy a Wiechertovy potenciály, náznak odvození výrazů pro odpovídající elektrické a magnetické pole, rozbor formule pro  $\mathbf{E}$ .
3. Záření bodového náboje. Složka výrazu pro  $\mathbf{E}$  odpovídající záření. Výraz pro Poyntingův vektor, přibližný vzorec platný pro velké vzdálenosti od náboje a pro  $v/c \ll 1$ , vztah pro energii vyzářenou za jednotku času (Larmorova formule). Příklady: oscilující náboj (dipól), zmínka o záření nabitých částic v urychlovačích, o brzdném záření a o záření elektronu kroužícího kolem jádra.
4. Záření lokalizovaného zdroje s hustotou náboje a proudu  $\sim e^{i\omega t}$ . Vztah pro  $\mathbf{A}$ , přiblížení platná pro velké vzdálenosti od zdroje a pro velké vlnové délky, elektrické dipólové záření, zmínka o magnetickém dipólovém a elektrickém kvadrupólovém záření.

#### VI. Základy STR.

1. Nekonsistence MR a Galileiho transformace. Příklady: drát protékaný proudem a nabitá částice ve vzájemném pohybu (Feynman - 13.6), vlna postupující ve směru osy  $x$  s polarizací ve směru osy  $y$  z hlediska dvou vztažných soustav, které se vůči sobě rovnoměrně pohybují - vlnová rovnice pro jednu soustavu nepřijde při Gal. transformaci na vlnovou rovnici pro druhou.

2. Historický kontext vzniku STR. V trojici MR, princip relativity, Gal. transformace musí být chybný článek. Einsteinovo řešení.

3. Principy STR.

4. Lorentzova transformace a důsledky: odvození, relativnost současnosti, kontrakce délek, dilatace času, skládání rychlostí, transformace parametrů  $\mathbf{k}$  a  $\omega$  rovinné vlny, Dopplerův posuv, experimentální testy STR.

5.  $\mathbf{k}$  a  $\omega/c$  se transformují jako  $\mathbf{r}$  a  $ct$ , tuto vlastnost má mnoho veličin - motivace k zavedení pojmu čtyřvektor. Pojmy kontravariantní/kovariantní čtyřvektor, skalár, kontravariantní/kovariantní/smíšený tenzor druhého stupně a příklady [čtyřvektor rychlosti, čtyřvektory  $(E, c\mathbf{p})$ ,  $(c\rho, \mathbf{j})$ ,  $(\varphi/c, \mathbf{A})$ , tenzor elektromagnetického pole, ...]. Vysvětlení transformačních vlastností hustoty a proudové hustoty, elektromagnetických potenciálů, diferenciálních operátorů ( $\partial/\partial t$ ,  $\partial/\partial x$  apod.) a polí  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$ .  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$  jako jeden celek.

6. Formulace MR a Newtonova pohybového zákona, ze kterých je zřejmá invariance vůči Lorentzově transformaci.