

## Plyny v dynamickém stavu

Jsou-li ve vakuovém systému různé teploty, nebo tlaky dochází k přenosu energie, nebo k proudění plynu.

### Difuze plynu

Mechanismus difuze závisí na podmínkách:

- molekulární  $\lambda \gg L$
- viskózně molekulární  $\lambda \approx L$
- viskózní  $\lambda \ll L$

## Molekulární režim

rychlosť prenosu závisí pouze na rychlosti a hmotnosti molekul,  
molekuly se mezi sebou téměř nesráží

## Viskózní režim

vznikne gradient koncentrace

$$\frac{dn_a}{dt} = \nu'_1 = -D_{ab} \frac{dn_a}{dx}$$

$$\frac{dn_b}{dt} = \nu'_2 = -D_{ba} \frac{dn_b}{dx}$$

$p = p_1 + p_2 = konst \Rightarrow n = n_a + n_b = konst \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{dn_a}{dx} = \frac{dn_b}{dx} \Rightarrow D_{ab} = D_{ba} = D$$

koeficient samodifuze

při difuzi molekul jednoho plynu

koeficient vzájemné difuze

při difuzi dvou různých plynů

koeficient samodifuze

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda \quad [m^2 s^{-1}]$$

kde

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad , \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}$$

$$p = nkT \Rightarrow \lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$$

$$D = \frac{1}{3} v_a \lambda = \frac{kT}{3\sqrt{2}\pi d^2 p} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} =$$

$$= \frac{2}{3} \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\pi^{\frac{3}{2}}} \frac{T^{\frac{3}{2}}}{d^2 p m_0^{\frac{1}{2}}} \Rightarrow D \sim \frac{T^{\frac{3}{2}}}{d^2 p \sqrt{m_0}}$$

## koeficient vzájemné difuze

$$D_{ab} = D_{ba} = D_a \frac{n_a}{n_a + n_b} + D_b \frac{n_b}{n_a + n_b}$$

$$D_a = \frac{1}{3} v_{a(a)} \lambda_a \quad , \quad D_b = \frac{1}{3} v_{a(b)} \lambda_b$$

při stejných počátečních koncentracích

$$n_a = n_b = n \Rightarrow D_{ab} = D_{ba} = D = \frac{1}{6} (\lambda_a v_{a(a)} + \lambda_b v_{a(b)})$$

$$T = 273 \text{ K}, p = 10^5 \text{ Pa}$$

koeficient samodifuze

plyn	$H_2$	$He$	$H_2O$	$N_2$	$CO_2$	$Hg$	$Xe$
$D[10^{-4}m^2s^{-1}]$	1.27	1.25	0.14	0.18	0.1	0.025	0.05

## koeficient vzájemné difuze

plyn	$D_{ab}[10^{-4}m^2 s^{-1}]$ ve vzduchu	$D_{ab}[10^{-4}m^2 s^{-1}]$ v $H_2$
$H_2$	0.66	1.27
$He$	0.57	1.25
vzduch	0.18	0.66
$CO$	0.175	0.64
$CO_2$	0.135	0.54

## Efúze plynu (termomolekulární proudění)

Je-li v různých částech vakuového systému různá teplota, začnou proudit molekuly z části s vyšší teplotou do části s nižší teplotou.

Uzavřený systém rozdelený přepážkou s otvorem,  $T_2 > T_1$

$$\nu_1 = \frac{1}{4} n_1 v_{a1} \quad , \quad \nu_2 = \frac{1}{4} n_2 v_{a2}$$

$$\nu_{2-1} = \frac{1}{4} (n_2 v_{a2} - n_1 v_{a1})$$

proudění ustane, když  $n_2 v_{a2} = n_1 v_{a1}$

$$p = nkT \quad , \quad v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_{a1}}{v_{a2}} \Rightarrow \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

spoj s velkou vodivostí a viskózní podmínky

$$p \approx p_1 \approx p_2$$

$$p \approx kn_1T_1 \approx kn_2T_2$$

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{T_2}{T_1}$$

spoj s velkou vodivostí a molekulární podmínky       $n_1 \approx n_2$

## Koeficient akomodace

Sdílení energie při dopadu molekuly na povrch je závislé na určitých podmínkách, které vyjadřuje koeficient akomodace.

$$d = \frac{T'_2 - T_1}{T_2 - T_1}$$

kde  $T_1$  je teplota molekuly dopadající na povrch s teplotou  $T_2$  a  
 $T'_2$  je teplota odražené molekuly

Koeficient akomodace závisí na druhu plynu, na stavu a druhu povrchu a na teplotě. Změna koeficientu v závislosti na teplotě v mezích 100-500K pro různé plyny nepřekračuje 50%.

## Úhlové rozdělení molekul plynu odražených od povrchu

Molekuly plynu dopadající na povrch se nemusí odrážet podle zákona zrcadlového odrazu.

Doba pobytu není nekonečně krátká,  
povrch vzhledem k velikosti molekuly není dokonale hladká  
plocha.

Rozdělení pravděpodobnosti se řídí kosinovým zákonem  
(Knudsenovým)

$$P(\vartheta) = P_0 \cos \vartheta$$

## Viskozita plynu (vnitřní tření)

viskózní podmínky  $\lambda \ll L$ , při proudění vzniká gradient rychlosti

$$F_t = -\eta \frac{du}{dx} \Delta S$$

$$\boxed{\eta = \frac{1}{3} \varrho \lambda v_a \quad [Nsm^{-2}]}$$

$$v_a = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} \quad , \quad \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} \quad , \quad \varrho = m_0 n \quad , \quad p = nkT$$

$$\eta = \frac{2}{3} \frac{1}{d^2} \sqrt{\frac{kTm_0}{\pi^3}} \Rightarrow \eta \approx konst \sqrt{T}$$

$$\frac{\eta_T}{\eta_0} = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{T_\lambda}{T_0}}{1 + \frac{T_\lambda}{T}}$$

kde  $T_\lambda$  je Sutherlandova konstanta

## Přenos tepla plynem

Množství tepla procházející za 1 sekundu plochou  $1m^2$  kolmou ke směru maximálního gradientu teploty lze vyjádřit

$$W = -\Lambda \frac{dT}{dx}$$

viskózní podmínky

$$\boxed{\Lambda = \frac{1}{3} \varrho v_a \lambda c_v \quad [Wm^{-1}K^{-1}]}$$

$$\Lambda = \eta c_v$$

$c_v$  je měrné teplo plynu při stálém objemu

při molekulárních podmínkách se všechny molekuly podílejí na přenosu tepla, přenos tepla je úměrný koncentraci a tím i tlaku

## Proudění plynu

Proudění vzniká při rozdílu tlaků(koncentrací).

Typy proudění:

- turbulentní (vířivé)
- laminární (viskózní)
- molekulární

## Turbulentní proudění

Nastává při velkých rychlostech, tj. při velkém rozdílu tlaků a velkých objemech. Proudnice vytváří víry.

## Laminární proudění

Plyn proudí v rovnoběžných vrstvách s rozdílnou rychlostí jednotlivých vrstev

- u stěn má nulovou rychlosť. Plyn se pohybuje unášivou rychlostí na kterou je superponován tepelný pohyb molekul.

## Molekulární proudění

Plyn neproudí jako celek, molekuly se pohybují nezávisle na sobě.

## Rozdělení vakua

vakuum	nízké	střední	vysoké	extrémně vysoké
tlak [ $Pa$ ]	$10^5 - 10^2$	$10^2 - 10^{-1}$	$10^{-1} - 10^{-5}$	$< 10^{-5}$
$n [cm^{-3}]$	$10^{19} - 10^{16}$	$10^{16} - 10^{13}$	$10^{13} - 10^9$	$< 10^9$
$\lambda [cm]$	$< 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^1$	$10^1 - 10^5$	$> 10^5$
$\tau [s]$	$< 10^{-5}$	$10^{-5} - 10^{-2}$	$10^{-2} - 10^2$	$> 10^2$
proudění	viskózní	Knudsenovo	molekulární	molekulární

## Hranice mezi turbulentním a laminárním prouděním

Reynoldsovo číslo  $R_e$

$$R_e = \frac{D\varrho u}{\eta}$$

$R_e > 2200$  nastává turbulentní proudění

$R_e < 1200$  nastává laminární proudění

$1200 \leq R_e \leq 2200$  přechodová oblast

## Hranice mezi laminárním a molekulárním prouděním

Knudsenovo číslo  $K_n$

$$K_n = \frac{D}{\lambda}$$

$K_n > 100$  nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$K_n < 1$  nastává molekulární proudění

$1 \leq K_N \leq 100$  přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2} , \quad p = nkT$$

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p} \Rightarrow K_n = \frac{pD\sqrt{2}\pi d^2}{kT}$$

$$T = 300 \text{ } K , \quad k = 1.38032 \cdot 10^{-23} \text{ } JK^{-1}$$

$$d = 3.75 \cdot 10^{-10} \text{ } m(vzduch)$$

$pD > 0.662$  nastává turbulentní, nebo laminární proudění

$pD < 6.62 \cdot 10^{-3}$  nastává molekulární proudění

$6.62 \cdot 10^{-3} \leq pD \leq 0.662$  přechodová oblast (Knudsenovo proudění)

## Proud plynu

Hmotnostní proud plynu

$$I_m = \frac{m}{t} = \frac{dm}{dt}$$

Objemový proud plynu

$$I_V = \frac{pV}{t} = \frac{d(pV)}{dt} \quad [Pam^3s^{-1} = W]$$

Proud plynu můžeme vyjádřit pomocí počtu molekul  $\nu'$ , které procházejí daným průřezem za 1s

$$m_0\nu' = \frac{dm}{dt} , \quad pV = kT \frac{m}{m_0}$$

$$V = k \frac{m}{m_0} \frac{T}{p}$$

$$\left( \frac{dV}{dt} \right)_{p=konst} = k \frac{T}{p} \frac{1}{m_0} \frac{dm}{dt} = k \frac{T}{p} \nu'$$

$$I_V = I = p \left( \frac{dV}{dt} \right)_{p=konst} = kT\nu'$$

$$I = kT\nu'$$

## Specifický proud plynů

$$I_1 = \frac{I}{A}$$

## Objemová rychlosť proudenia $S$

$$\left( \frac{dV}{dt} \right)_{p=konst} = S \quad [m^3 s^{-1}]$$

$$I = p \left( \frac{dV}{dt} \right)_p = pS$$

$$I = pS$$

## Změna tlaku při $V = konst$

Mějme nádobu objemu  $V$  s plynem o tlaku  $p$ , chceme změnit tlak.

$$I = \frac{d(pV)}{dt} = V \left( \frac{dp}{dt} \right)_V$$

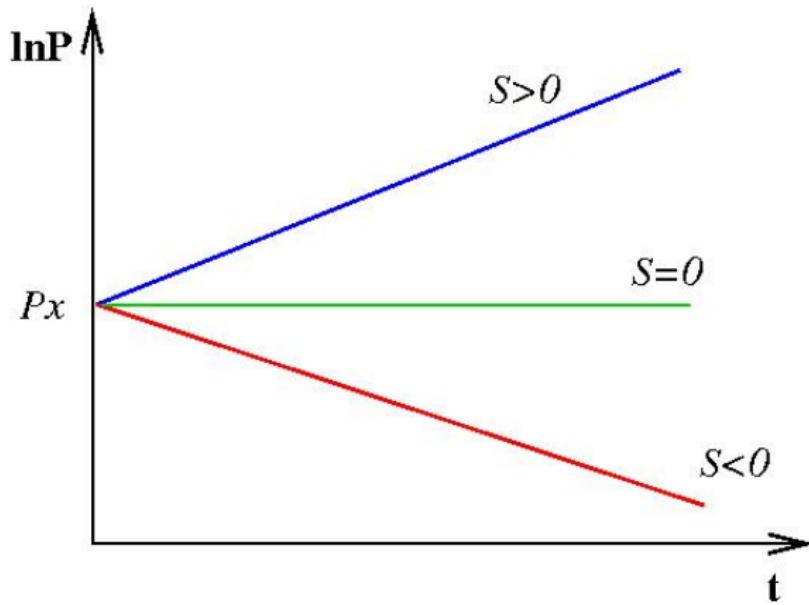
$$V \left( \frac{dp}{dt} \right)_V = pS \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{S}{V} dt$$

$$\ln(p) = \frac{S}{V} t + konst$$

$$p = p_x e^{\frac{S}{V} t}$$

## Závislost tlaku na čase



## Vodivost vakuového systému

při rozdílu tlaků  $p_2 - p_1$  a proudu plynu  $I$

$$G = \frac{I}{p_2 - p_1} \quad [m^3 s^{-1}]$$

Rychlosť odčerpávania vaku. systému je rovna jeho vodivosti, je-li na jednom konci  $p = 0 Pa$ ,  $G = S$

## Odpór vakuového systému

$$R = \frac{1}{G} \quad [m^{-3} s]$$

Při paralelním spojení vakuových dílů

$$G = \sum_i G_i = \sum_i \frac{1}{R_i}$$

Při seriovém spojení vakuových dílů

$$R = \sum_i R_i = \sum_i \frac{1}{G_i}$$

## Objemová rychlosť na výstupu z trubice

Mějme trubici s vodivostí  $G$ , protékanou plynem. Na koncích trubice mějme tlaky  $p_1$ ,  $p_2$  a objemové rychlosti  $S_1$ ,  $S_2$ .

$$I = G(p_2 - p_1)$$

$$I = p_1 S_1$$

$$I = p_2 S_2$$

$$p_2 - p_1 = \frac{I}{G} \quad , \quad p_2 = \frac{I}{S_2} \quad , \quad p_1 = \frac{I}{S_1}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{1}{S_2} - \frac{1}{S_1}$$

$$S_2 = S_1 \frac{1}{1 + \frac{S_1}{G}} \quad \Rightarrow \quad S_2 < S_1$$

$$S_1 = S_2 \frac{1}{1 - \frac{S_2}{G}}$$

pouze když  $G \rightarrow \infty \Rightarrow S_2 = S_1$

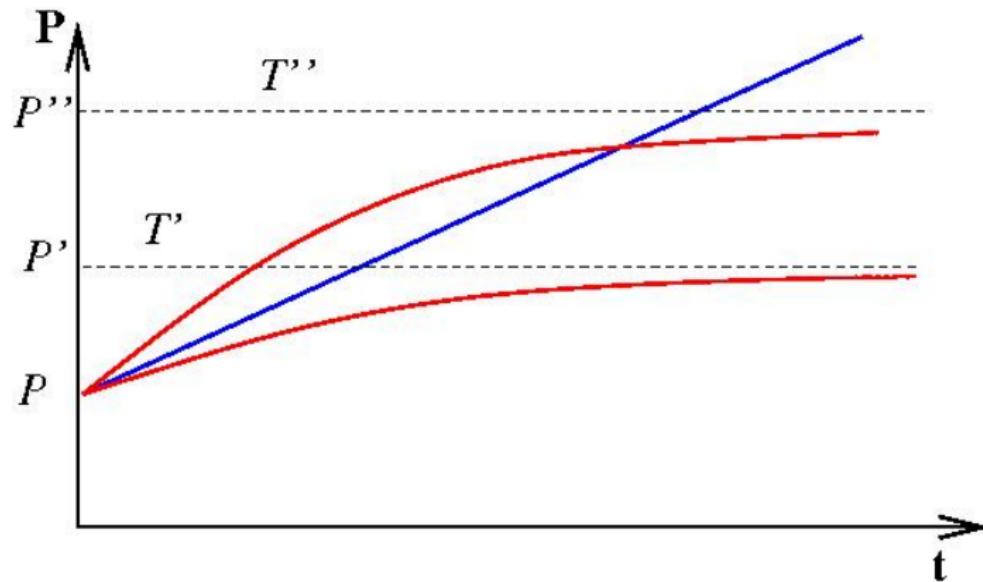
## Vliv netěsností

1. skutečné netěsnosti (netěsné spoje, dirky, vady materiálů,...)

$$I_N = V \frac{dp}{dt} = G_N(p_{atm} - p_1) \approx G_N p_{atm}$$

2. zdánlivé netěsnosti (desorpce plynů z povrchu), se vzrůstajícím tlakem se desorpce zmenšuje a je nulová při rovnováze dané tlakem a teplotou

### Vliv netěsností



## Mezní tlak

Při čerpání, objemová rychlosť  $S < 0$  by mělo po nekonečně dlouhé době platit, že  $p = p_0 = 0 \text{ Pa}$ . Ve skutečnosti vždy platí  $p_0 > 0$  (netěsnosti, zdroje plynu, ... ).

$$p_0 = \frac{I_N}{S}$$

$$p = p_0 + p_x e^{\frac{S}{V}t}$$