




Homogenní lineární diferenciální rovnice druhého řádu Interaktivní kvízy

Robert Mařík

3. dubna 2009

Vyzkoušejte dva, tři nebo dvacet dalších mých kvízů a potom mi prosím vyplňte na webu. Děkuji!

Pro vytvoření vlastního testu podle tohoto vzoru budete potřebovat volně šiřitelný [AcroT_EXeDucation bundle](#), zdrojový soubor pro T_EX  a přečíst si návod na [domovské stránce](#).



Teorie

Dvoučlenná...

Tříčlenná...

Úvodní strana

Print

Titulní strana



Strana 1 z 8

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

1. Teorie

Definice 1 (lineární diferenciální rovnice druhého řádu) *Budte p a q reálná čísla. Diferenciální rovnice*

$$y'' + py' + qy = 0 \quad (1)$$

se nazývá homogenní lineární diferenciální rovnice druhého řádu s konstantními koeficienty.

Definice 2 (charakteristická rovnice) *Kvadratická rovnice*

$$z^2 + pz + q = 0. \quad (2)$$

s neznámou z se nazývá charakteristická rovnice pro rovnici (1).

Věta 1 *Uvažujme DR (1) a její charakteristickou rovnici (2).*

- Jsou-li $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$ dva různé reálné kořeny charakteristické rovnice (2), definujeme $y_1 = e^{z_1 x}$ a $y_2 = e^{z_2 x}$.
- Je-li $z_1 \in \mathbb{R}$ dvojnásobným kořenem charakteristické rovnice (2), definujeme $y_1 = e^{z_1 x}$ a $y_2 = x e^{z_1 x}$.
- Jsou-li $z_{1,2} = \alpha \pm i\beta \notin \mathbb{R}$ dva komplexně sdružené kořeny charakteristické rovnice (2), definujeme $y_1(x) = e^{\alpha x} \cos(\beta x)$ a $y_2(x) = e^{\alpha x} \sin(\beta x)$.

Potom funkce $y_1(x)$ a $y_2(x)$ tvoří fundamentální systém řešení a obecné řešení rovnice (1) je

$$y(x, C_1, C_2) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x), \quad C_1 \in \mathbb{R}, C_2 \in \mathbb{R}.$$





2. Dvoučlenná homogenní LDR druhého řádu

Kvíz. LDR druhého řádu se dvěma členy nalevo.

- Najděte charakteristickou rovnici v proměnné z , napište např. " $z^2+3z-8=0$ ".
- Najděte fundamentální systém řešení (dvě lineárně nezávislá řešení) podle Věty 1 a zapište je jako seznam oddělený čárkami (na pořadí nezáleží). Napište tedy např. " $\exp(x) \cdot \cos(3x), \exp(x) \cdot \sin(3x)$ ".
- Najděte obecné řešení jako lineární kombinaci dvou lineárně nezávislých řešení z předchozího bodu. Použijte konstanty A a B ! Pište tedy např. něco jako " $A \cdot \exp(x) \cdot \cos(3x) + B \cdot \exp(x) \cdot \sin(3x)$ ".

1. $y'' + y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

2. $y'' - y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

3. $y'' + 4y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$



4. $y'' - 4y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

5. $y'' + 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

6. $y'' - 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

7. $4y'' + y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

8. $4y'' - y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

9. $y'' + 9y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$



Teorie

Dvoučlenná...

Tříčlenná...

Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 5 z 8

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

10. $y'' - 9y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení:

$y(x) =$



3. Tříčlenná homogenní LDR druhého řádu

Instrukce jsou stejné jako u předchozího testu.

Kvíz.

1. $4y'' + 4y' - 3y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

2. $y'' - 4y' + 4y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

3. $y'' - 3y' - 10y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

4. $y'' + 2y' + 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

5. $y'' - 2y' + 10y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$



Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 7 z 8

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

6. $y'' - 4y' + 13y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

7. $y'' + y' - 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

8. $y'' + 6y' + 9y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

9. $y'' + y' + y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

10. $y'' + y' - 6y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

11. $4y'' - 4y + y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$



Úvodní strana

Print

Titulní strana

◀ ▶

◀ ▶

Strana 8 z 8

Zpět

Full Screen

Zavřít

Konec

12. $y'' - 6y' + y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

13. $y'' + 2y' + 3y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

14. $2y'' - 5y' + 2y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$

15. $y'' - 4y' + 3y = 0$

Charakteristická rovnice (v z):

Fundamentální systém:

Obecné řešení: $y(x) =$