

**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2009 - 2010**

**V.**  
**Synchrotronové záření**

**KOTLÁŘSKÁ 28.DUBNA 2010**

# Úvodem

- Naposledy bez Planckovy konstanty, i když ...
- Odvolám se na znalosti z elektromagnetismu, optiky a relativity
- Synchrotronové záření (SZ) ... experimentální nástroj
- Na jiném místě uslyšíte o výsledcích použití SZ
- Dnes: vlastnosti SZ a odpovídající konstrukci zdrojů
- Nádherná fyzika ... ultrarelativistický elektron
- Vlastně další z Einsteinových hvězdných prací: ta nejhvězdnější

## *Synchrotronové záření*

SZ je netepelného původu: vzniká při pohybu velmi rychlých elektronů po drahách zakřivených magnetickým polem

Na Zemi jsou zdroje SZ budovány jako urychlovače elektronů.



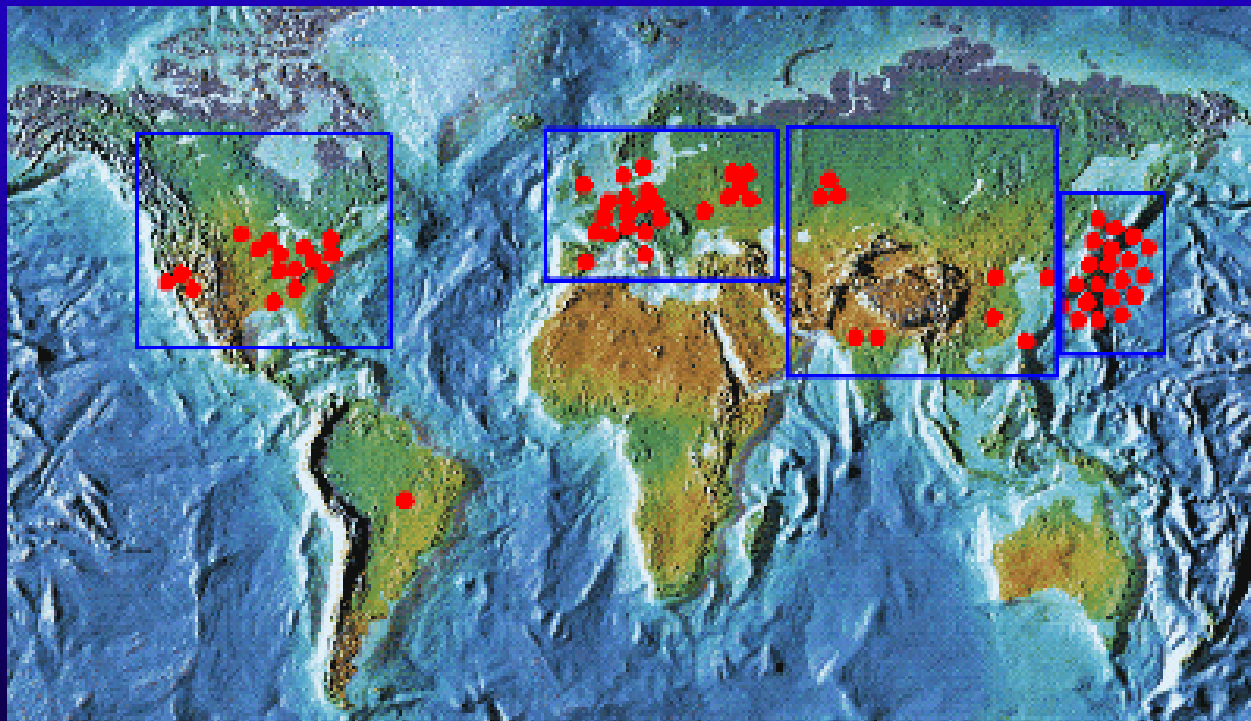
Diamond Light Source – Oxfordshire, UK





# Rozšíření "photon factories" ve světě

**20 000 users world-wide**



Hlavní hnízda:

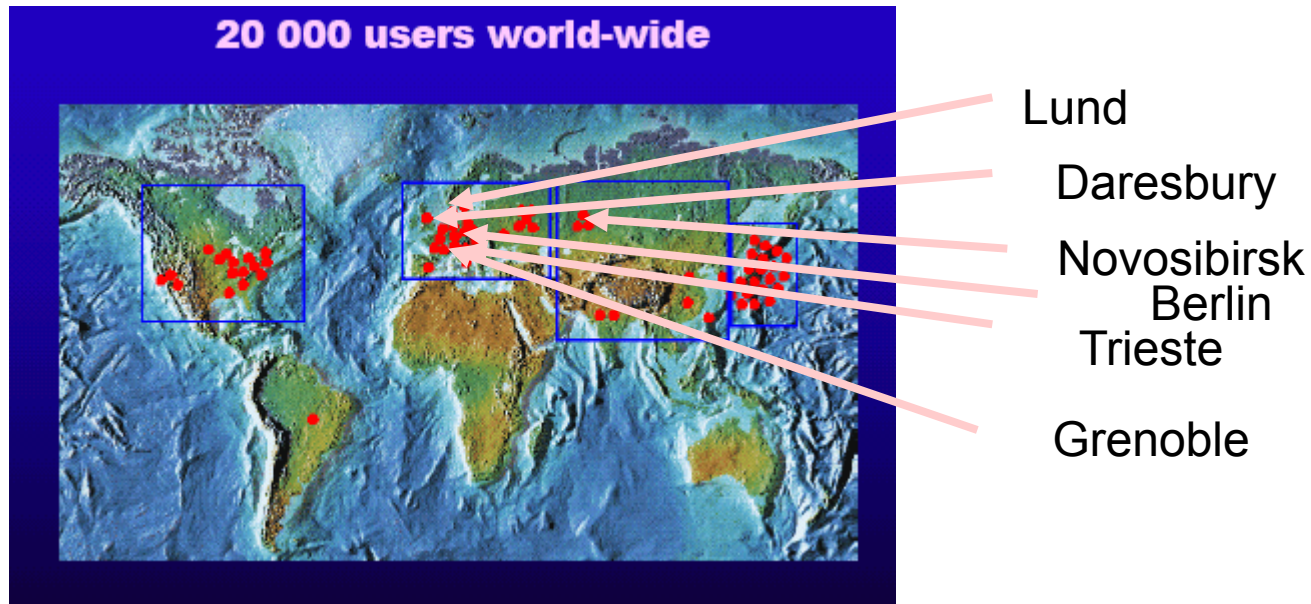
USA & Kanada

Evropa & Rusko

Asie

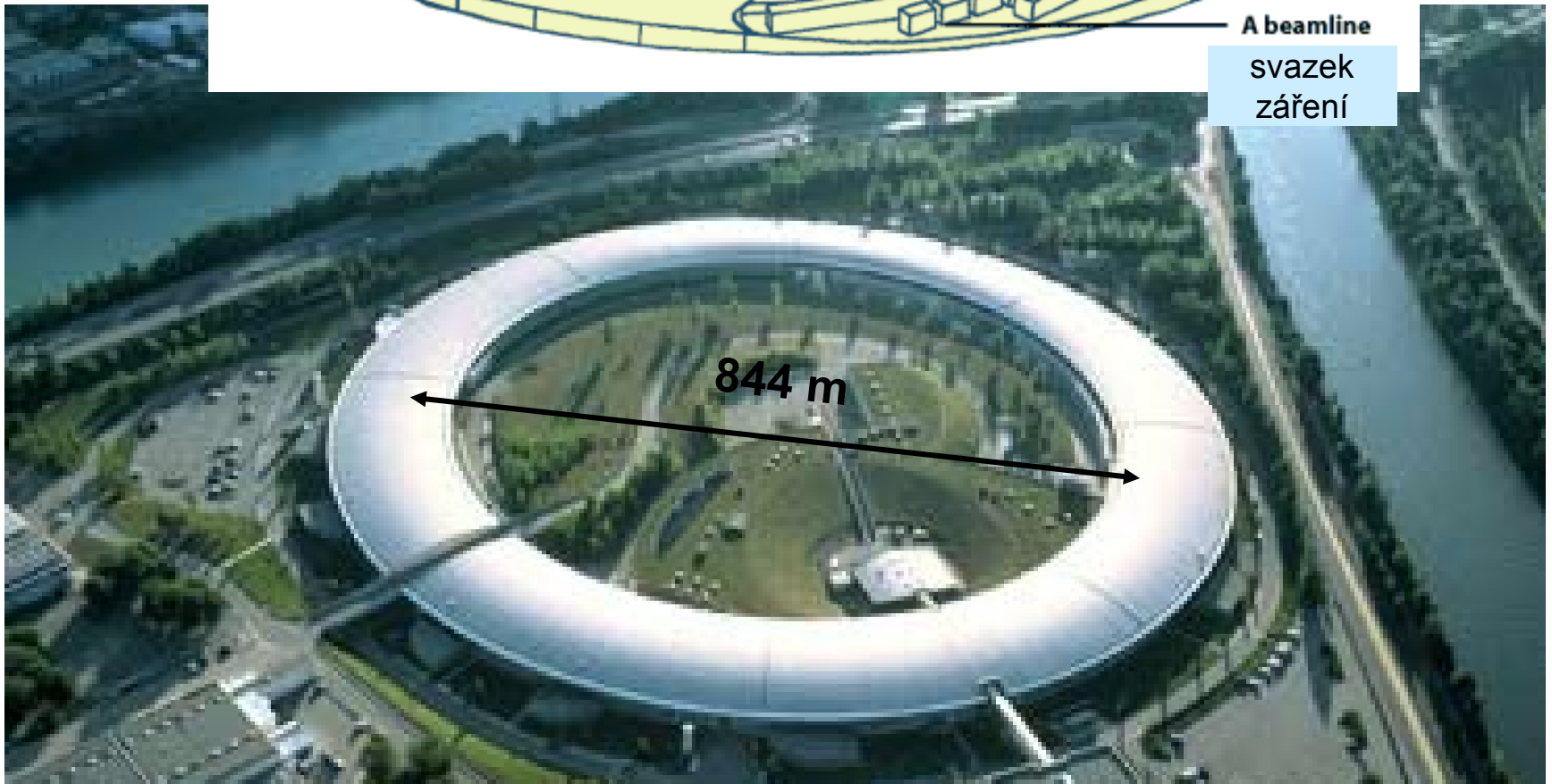
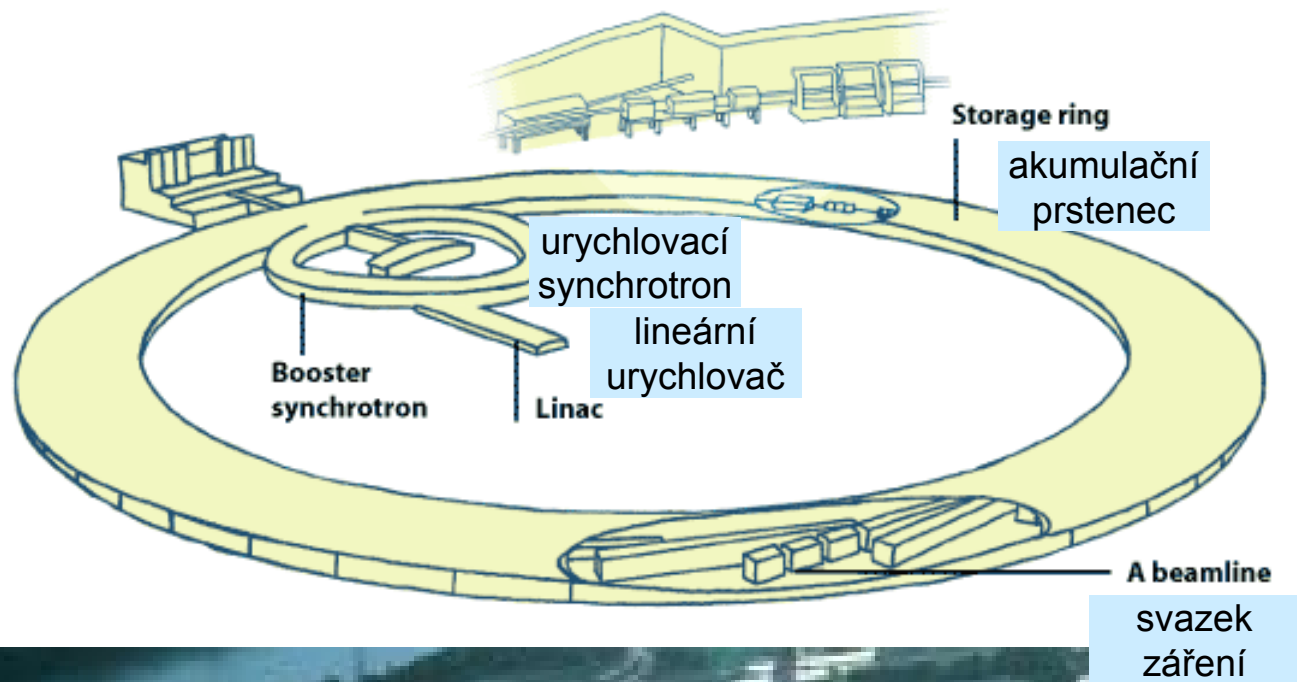
Japonsko

# Rozšíření "photon factories" ve světě



## Nový způsob práce

- big science
- ambulantní způsob práce
- mezinárodní centra
- role místního personálu
- legionáři vědy





## *Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?*

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

## *Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?*

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

## *Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?*

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření

## *Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?*

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

### ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (mezní frekvence podle energie elektronů)



## *Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?*

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

### ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (mezní frekvence podle energie elektronů)
- záření je vysoce kolimované tečně k prstenci (rovnoběžný svazek)

## *Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?*

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

### ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (mezní frekvence podle energie elektronů)
- záření je vysoce kolimované tečně k prstenci (rovnoběžný svazek)
- je téměř 100 % polarisované v rovině prstence

## *Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?*

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

### ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (mezní frekvence podle energie elektronů)
- záření je vysoce kolimované tečně k prstenci (rovnoběžný svazek)
- je téměř 100 % polarisované v rovině prstence
- má velmi výhodnou pulsní strukturu v čase (synchronní detekce)

## *Proč se staví taková monstrosní zařízení jako zdroj světla?*

Spektroskopické metody za použití SZ jsou základním nástrojem poznání

- v atomové fyzice
- v chemii
- materiálovém výzkumu – elektronové struktury
- materiálovém výzkumu – strukturní analýze
- v biochemii a biologii

Další aplikace SZ

- v technologii: litografie (uzavřené laboratoře ~ 1/3 kapacity)
- v medicíně

### ANO, ALE PROČ JE SZ TAK ÚŽASNÉ?

- intenzivní zdroj elmg. záření
- spektrální obor od radiofrekvencí do XUV až ultratvrdého RTG (mezní frekvence podle energie elektronů)
- záření je vysoce kolimované tečně k prstenci (rovnoběžný svazek)
- je téměř 100 % polarisované v rovině prstence
- má velmi výhodnou pulsní strukturu v čase (synchronní detekce)

**... dnes: fyzikální podstata toho všeho**



# *Krátký historický přehled*

## Začátky

Synchrotron objeven jako urychlovač částic  
Brzy se ukázalo, že parazitní jev, vyzařování elmg. energie skoro dominuje činnost těchto zařízení  
Zářením jevílo již při relativně nízkých energiích elektronů uvedené vlastnosti a bylo vlastně dost nebezpečné

Roku 1949 vypracoval základní teorii SZ  
*Julian Schwinger* ( později Nobelova cena za elektroslabé interakce)

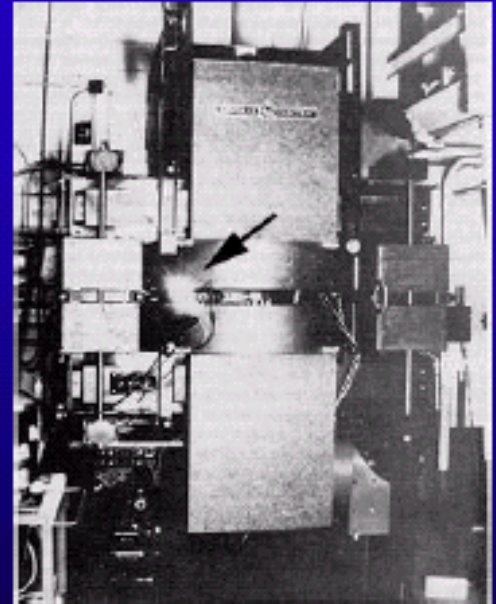
Již na konci 50 let žebrouli nečásticoví fysici, aby mohli SZ využívat.

Problémy: pokusy s částicemi a se světlem se špatně sladřovaly, synchrotrony také nebyly ideální zdroje.

Proto vznikla myšlenka **dedikovaných zdrojů SZ**

Ta se ujala, protože stejně synchrotrony pro částicovou fysiku ztratily význam.

### GE Synchrotron New York State



**First light observed  
1947**

## Klíkatá cesta

- 1873** Maxwellovy rovnice ... nerovnoměrná změna v rozložení nábojů  $\Rightarrow$  vyzařování elmg. energie
- 1878** Hertz ... generace elmg. vln, anténa  $\rightarrow$  Hertzův dipól
- 1898** Liénard (-Wiechertovy) **potenciály** ... řešení Maxwellových rovnic pro pole vyvolané libovolným pohybem bodového náboje
- 1907** Schott úplné řešení pro zářící náboj na kruhové orbitě (model atomu) ... **úplně zapomenuto**
- ♠ ♠ ♠ ♠
- 1946** Blewett pozoroval ztráty energie u elektronů v betatronu, ale nepozoroval žádné záření  
Arcimovič a Pomerančuk obnovená teorie záření orbit. elektronu
- 1947** Pollock (vlastně Floyd Haber) náhodně pozorují záření synchrotronu se 70 MeV elektrony  
Alfvén & Herlofsen a Ginzburg & Šklovskij ... SR z Vesmíru
- 1948** Rozvoj radioteleskopie mlhovina Cassiopea A ... zdroj SR ...
- 1948** Ivaněnko a Sokolov základní teorie SR – na Západě neznámá
- 1949** Schwinger „klasická“ klasická teorie SR
- 1954** Schwinger „klasická“ kvantová teorie SR

# L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

## CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité  $\rho$  et de vitesse  $u$  en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité  $u\rho$ . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left( \frac{d^2x}{dt^2} - \frac{d^2y}{dt^2} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left( \frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dz} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation tournante et en outre les suivantes

$$\rho = \left( \frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} \right) \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{d^2y}{dy^2} + \frac{d^2z}{dz^2} = 0. \quad (4)$$

De ce système d'équations on déduit facilement les relations

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) f = V^2 \left( \frac{d^2x}{dx^2} + \frac{d}{dt} (\rho u_x) \right) \quad (5)$$

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) x = 4\pi V^2 \left[ \frac{d}{dt} (\rho u_y) - \frac{d}{dy} (\rho u_z) \right] \quad (6)$$

(1) La théorie de Lorentz, *L'Éclairage Électrique*, t. XIV, p. 417.  $\alpha, \beta, \gamma$ , sont les composantes de la force magnétique et  $f, g, h$ , celles du déplacement dans l'éther.

Soient maintenant quatre fonctions  $\psi, F, G, H$  définies par les conditions

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 \rho. \quad (7)$$

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 \rho u_x$$

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi \rho u_y$$

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi \rho u_z \quad (8)$$

On satisfait aux conditions (5) et (6) en prenant

$$4\pi f = -\frac{d^2\psi}{dx^2} - \frac{1}{V^2} \frac{dF}{dt} \quad (9)$$

$$x = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz} \quad (10)$$

Quant aux équations (1) à (4), pour qu'elles soient satisfaites, il faudra que, en plus de (7) et (8), on ait la condition

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dz} = 0. \quad (11)$$

Occupons-nous d'abord de l'équation (7). On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{r}{V})}{r} d\omega' \quad (12)$$

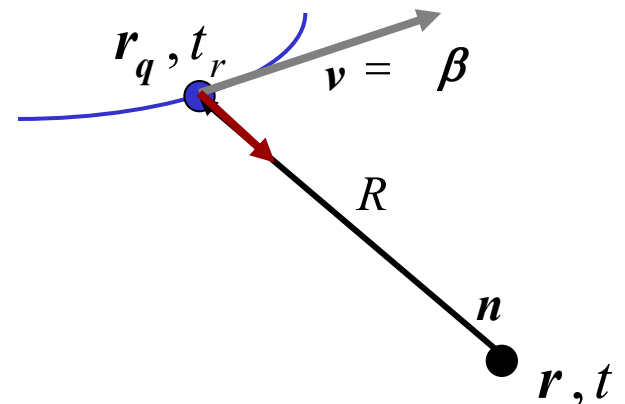
První strana Liénardovy práce

*jednoduchý, ale netriviální  
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q| - n\beta} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|} \equiv \frac{1}{r}$$





# L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

## CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité  $\rho$  et de vitesse  $u$  en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité  $u\rho$ . En conservant les notations d'un précédent article (\*) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left( \frac{d^2x}{dt^2} - \frac{d^2y}{dt^2} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left( \frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dz} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation tournante et en outre les suivantes

$$\rho = \left( \frac{df}{dx} + \frac{dg}{dy} + \frac{dh}{dz} \right) \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} + \frac{d^2y}{dy^2} + \frac{d^2z}{dz^2} = 0. \quad (4)$$

De ce système d'équations on déduit facilement les relations

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) f = V^2 \frac{d^2x}{dx^2} + \frac{d}{dt} (\rho u_x) \quad (5)$$

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) x = 4\pi V^2 \left[ \frac{d}{dt} (\rho u_y) - \frac{d}{dy} (\rho u_z) \right] \quad (6)$$

(\*) La théorie de Lorentz, *L'Éclairage Électrique*, t. XIV, p. 417.  $\alpha, \beta, \gamma$ , sont les composantes de la force magnétique et  $f, g, h$ , celles du déplacement dans l'éther.

Soient maintenant quatre fonctions  $\psi, F, G, H$  définies par les conditions

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 \rho. \quad (7)$$

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 \rho u_x$$

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi \rho u_y$$

$$\left( V^2 - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi \rho u_z \quad (8)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

$$4\pi f = -\frac{d^2\psi}{dx^2} - \frac{1}{V^2} \frac{dF}{dt} \quad (9)$$

$$x = \frac{dH}{dy} - \frac{dG}{dz} \quad (10)$$

Quant aux équations (1) à (4), pour qu'elles soient satisfaites, il faudra que, en plus de (7) et (8), on ait la condition

$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{dF}{dx} + \frac{dG}{dy} + \frac{dH}{dz} = 0. \quad (11)$$

Occupons-nous d'abord de l'équation (7).

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho(x', y', z', t - \frac{r}{V}}{r} d\omega' \quad (12)$$

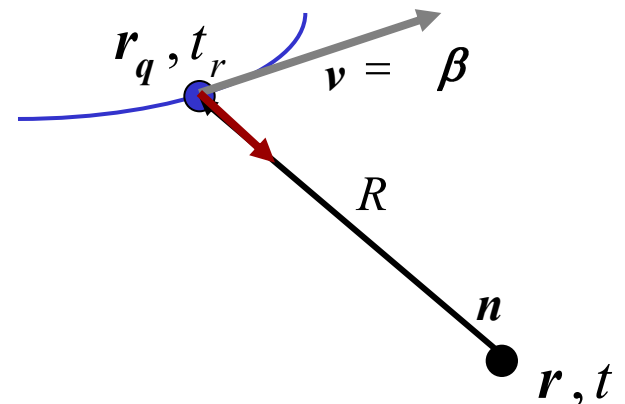
První strana Liénardovy práce

*jednoduchý, ale netriviální  
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q| - n\beta} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|} \equiv \frac{1}{r}$$



# L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

## CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité  $\rho$  et de vitesse  $u$  en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité  $u\rho$ . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left( \frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left( \frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation

Soient maintenant quatre fonctions  $\psi, F, G, H$  définies par les conditions

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 \rho \quad (7)$$

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 \rho u_x \quad (8)$$

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi \rho u_y$$

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi \rho u_z$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\psi = \int \frac{\rho \left[ x', y', z', t - \frac{r}{V} \right]}{r} d\omega' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

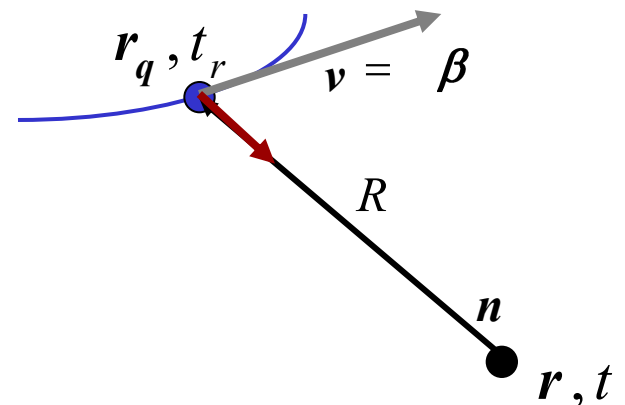
*jednoduchý, ale netriviální  
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q| - n\beta} \Big|_{t_r}$$

$$c \cdot \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|} = \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_q|} \equiv \frac{1}{r}$$

$$\beta$$



# L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

## CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité  $\rho$  et de vitesse  $u$  en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité  $u\rho$ . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left( \frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left( \frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{da}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation

Soient maintenant quatre fonctions  $\psi, F, G, H$  définies par les conditions

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 \rho \quad (7)$$

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 \rho u_x$$

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi \rho u_y$$

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi V^2 \rho u_z \quad (8)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

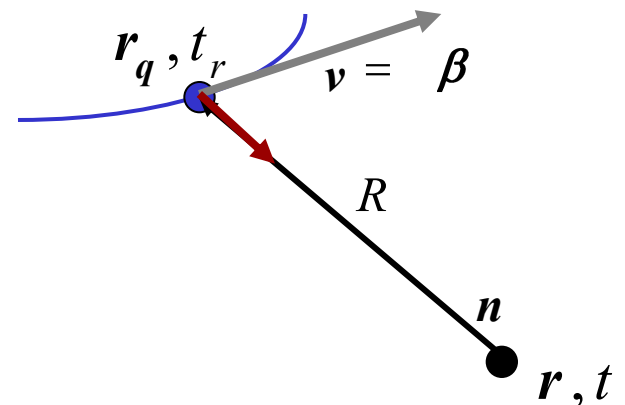
$$\Phi = \int \frac{1}{R} \rho \left( r, t - R \right) dV' \quad (12)$$

První strana Liénardovy práce

*jednoduchý, ale netriviální  
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(r', t_r)}{R} dV'$$



# L'Éclairage Électrique

REVUE HEBDOMADAIRE D'ÉLECTRICITÉ

DIRECTION SCIENTIFIQUE

A. CORNU, Professeur à l'École Polytechnique, Membre de l'Institut. — A. D'ARSONVAL, Professeur au Collège de France, Membre de l'Institut. — G. LIPPMANN, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — D. MONNIER, Professeur à l'École centrale des Arts et Manufactures. — H. POINCARÉ, Professeur à la Sorbonne, Membre de l'Institut. — A. POTIER, Professeur à l'École des Mines, Membre de l'Institut. — J. BLONDIN, Professeur agrégé de l'Université.

## CHAMP ÉLECTRIQUE ET MAGNÉTIQUE

PRODUIT PAR UNE CHARGE ÉLECTRIQUE CONCENTRÉE EN UN POINT ET ANIMÉE D'UN MOUVEMENT QUELCONQUE

Admettons qu'une masse électrique en mouvement de densité  $\rho$  et de vitesse  $u$  en chaque point produit le même champ qu'un courant de conduction d'intensité  $u\rho$ . En conservant les notations d'un précédent article (1) nous obtiendrons pour déterminer le champ, les équations

$$\frac{1}{4\pi} \left( \frac{dx}{dy} - \frac{dz}{dt} \right) = \rho u_x + \frac{df}{dt} \quad (1)$$

$$V^2 \left( \frac{dh}{dy} - \frac{dg}{dt} \right) = -\frac{1}{4\pi} \frac{da}{dt} \quad (2)$$

avec les analogues déduites par permutation

Soient maintenant quatre fonctions  $\psi, F, G, H$  définies par les conditions

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) \psi = -4\pi V^2 \rho \quad (7)$$

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) F = -4\pi V^2 \rho u_x$$

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) G = -4\pi \rho u_y$$

$$\left( V^2 \Delta - \frac{d^2}{dt^2} \right) H = -4\pi \rho u_z \quad (8)$$

On satisfera aux conditions (5) et (6) en prenant

On sait que la solution la plus générale est la suivante :

$$\Phi = \int \frac{\rho(r', t')}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (12)$$

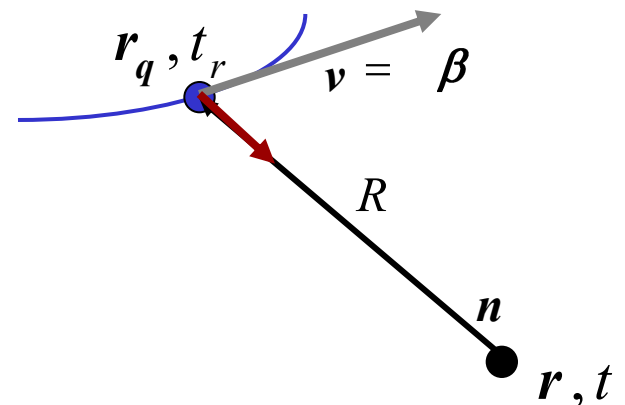
$$\rho(r', t') = \rho \left( r - Rn, t - R/c \right)$$

První strana Liénardovy práce

*jednoduchý, ale netriviální  
výsledek*

například skalární potenciál:

$$\Phi(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(r', t')}{|r - r'|} \quad (12)$$



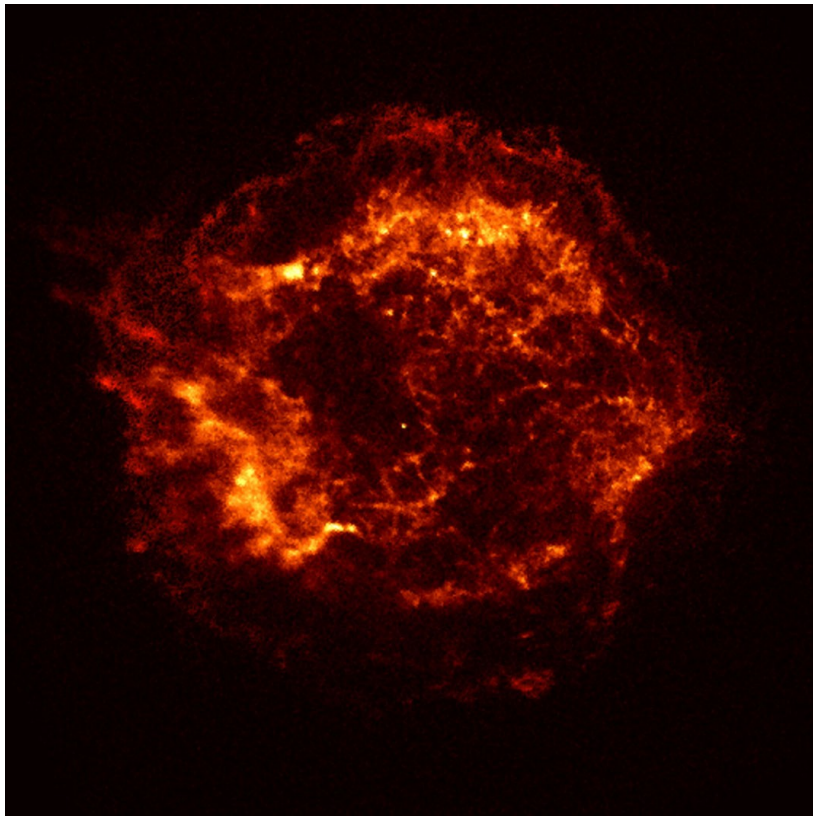
## *SZ na nebi a na zemi*

U nebeských objektů je SZ jedním z  
nejvýznamnějších typů záření  
netepelného původu      ... *malá exkurse*

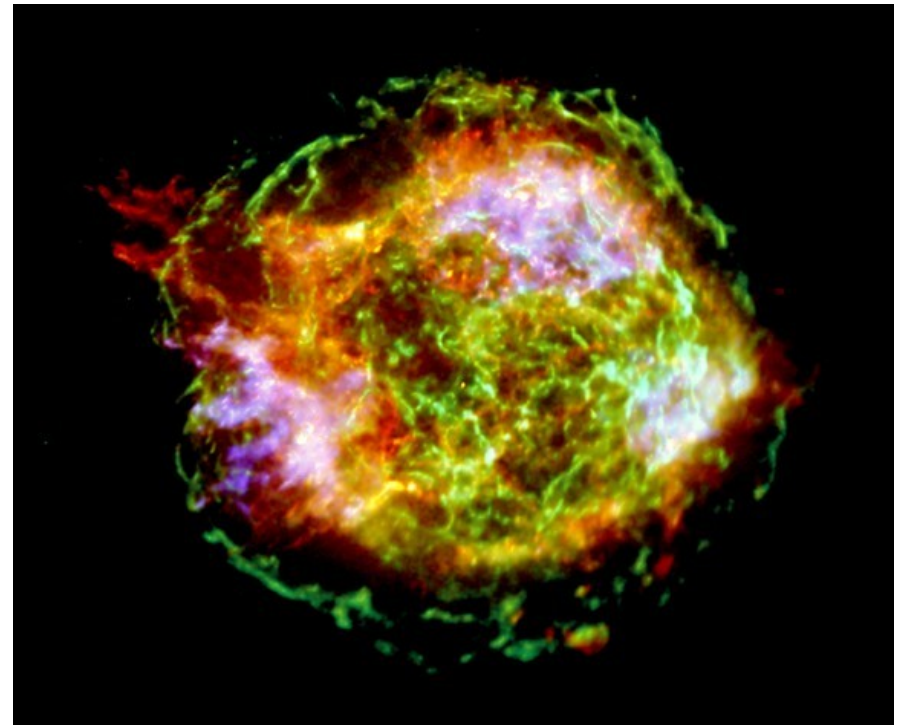
Na Zemi jsou zdroje SZ ojedinělé jako zařízení,  
kde se setkáme s ultrarelativistickými elektrony      v  
každodenním životě      ... *o tom dále*



## *SZ ve vesmíru I.: Cassiopea A*



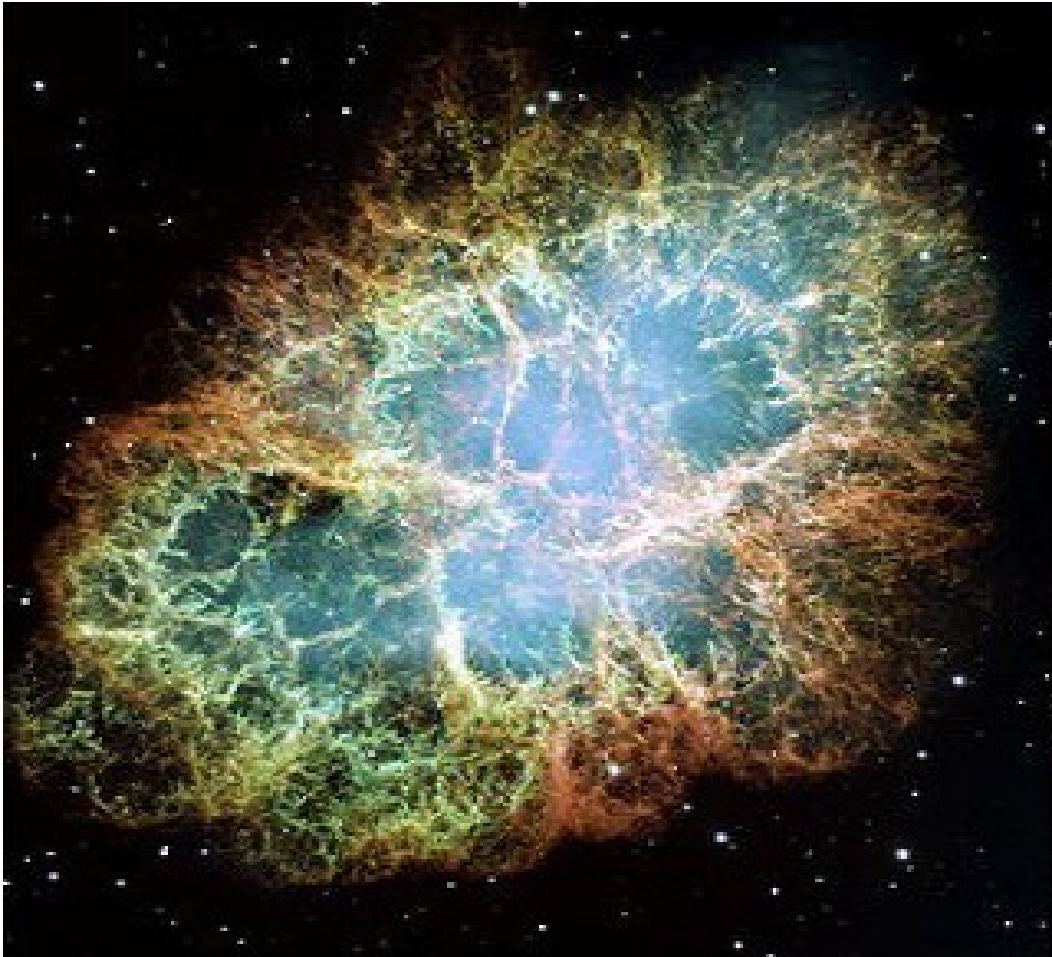
pozůstatek supernovy z r. 1572  
pozorována Tycho Brahem  
argument proti neměnnosti Vesmíru  
dnes na místě radiový zdroj ...  
objeven 1948  
jasná místa ... SZ



rengenový obraz

SZ vyznačuje dvě rázové vlny:  
vnější je pozůstatek exploze, šíří se  
rychlostí expanse mlhoviny  
vnitřní je výsledkem vnitřní srážky  
dvou vrstev, šíří se pomaleji, ale má  
teplotu snad 10 000 000 K

## *SZ ve vesmíru II.: Krabí mlhovina*



Pozůstatek supernovy  
z r. 1054  
(tenkrát viditelná i za dne)

v souhvězdí Taurus (*Býk*)

je to M1 v Messierově  
katalogu

rozpíná se rychlostí 1450 km/s

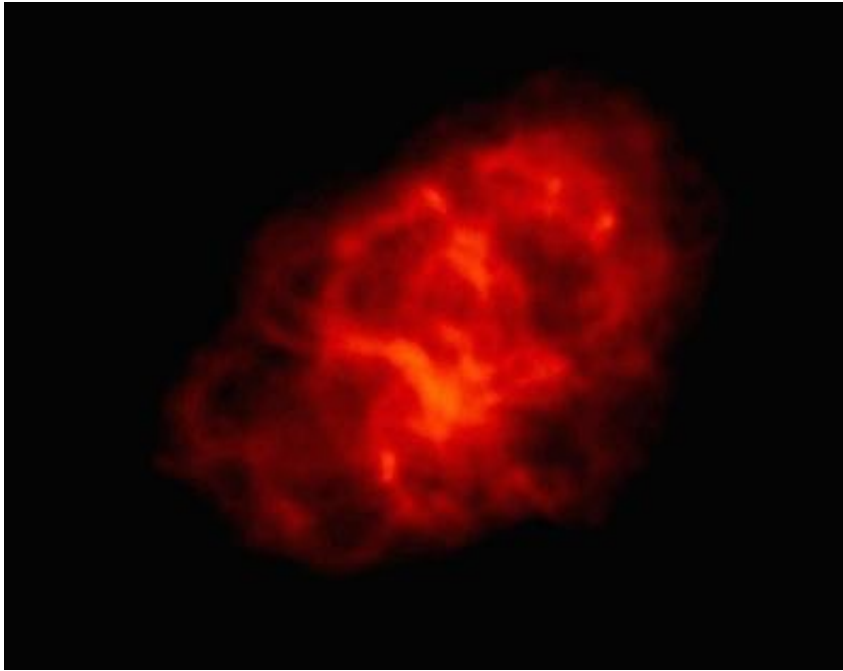
jasná místa ... SZ v radiové i  
viditelné spektrální oblasti

uprostřed neutronová hvězda  
doplňující vyzářenou energii

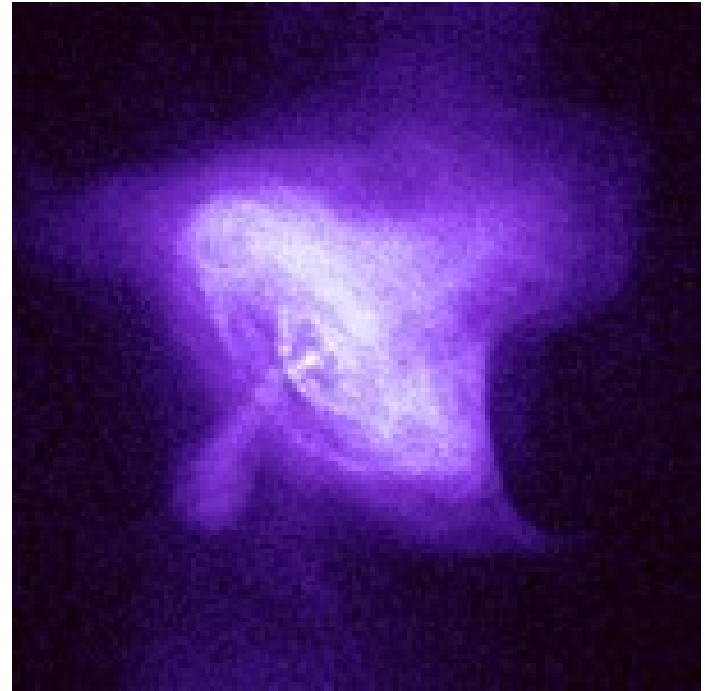
rotuje s periodou 0.031 s  $\Rightarrow$   
silné magnetické pole,  
v něm letí výtrysky částic  $\Rightarrow$   
SZ od RF po gamma záření s  
maximem v rtg oblasti



## *SZ ve vesmíru II.: Krabí mlhovina*



Roku 1948 byly objeveny rádiové vlny pocházející z Krabí mlhoviny.



Krabí mlhovina nejvíce září v rentgenovém oboru. První pozorování 1963.

## *Vznik SZ v synchrotronu (a v prostoru)*

Když ultrarelativistické elektrony krouží v konstantním magnetickém poli, vyzařují elmg. vlny v kuželi ostře kolimovaném ve směru pohybu.

Spektrum záření je kvazispojité. Jeho střed má frekvenci nesrovnatelně vyšší, než je frekvence oběhu elektronu samého.

# Rychlý a pomalý kruhový pohyb elektronu

KLASICKÝ  
OBRÁZEK ZE  
VŠECH UČEBNIC

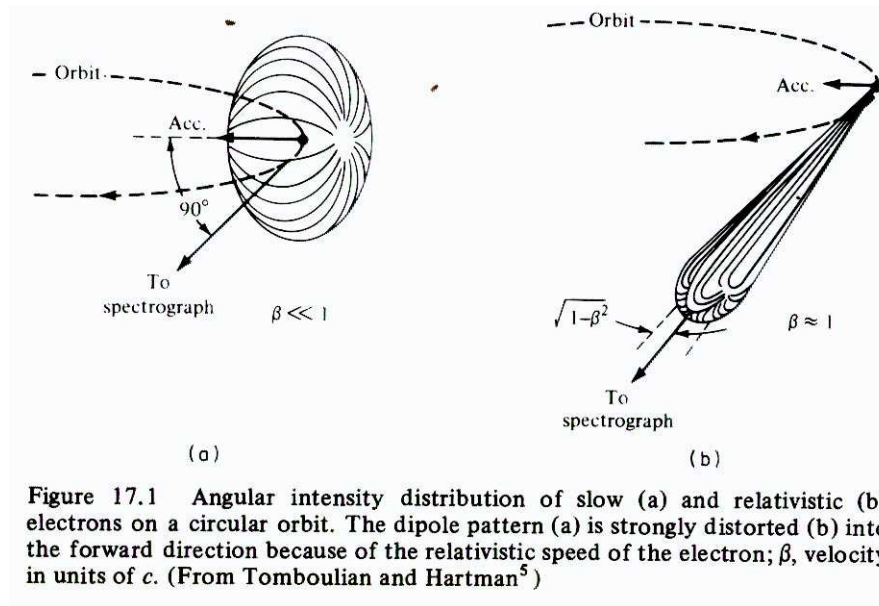


Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron;  $\beta$ , velocity in units of  $c$ . (From Tombouliau and Hartman<sup>5</sup>)

# Rychlý a pomalý kruhový pohyb elektronu

KLASICKÝ  
OBRÁZEK ZE  
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu  
elektron na kruhové  
dráze září jako  
superposice dvou  
vzájemně kolmých  
dipólů, tedy

**kosinový zářič s  
okamžitým dipólem  
kolmým na tečnu ke  
kruhové dráze**

vyzařovaná frekvence  
= 1/ oběžná doba  
... *cyklotronová* nebo  
*Larmorova frekvence*

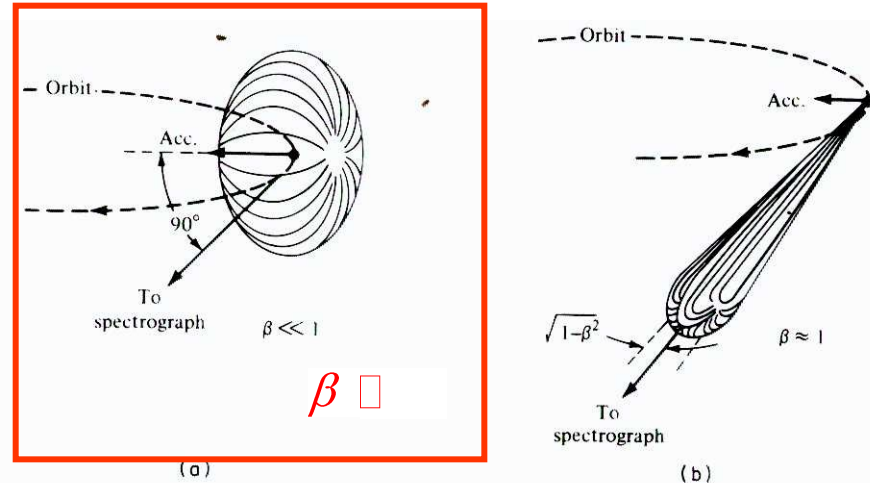


Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron;  $\beta$ , velocity in units of  $c$ . (From Tomboulian and Hartman<sup>5</sup>)

cyklotronové  
nebo  
betatronové  
záření

# Rychlý a pomalý kruhový pohyb elektronu

KLASICKÝ  
OBRÁZEK ZE  
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu  
elektron na kruhové  
dráze září jako  
superposice dvou  
vzájemně kolmých  
dipólů, tedy

**kosinový zářič s  
okamžitým dipólem  
kolmým na tečnu ke  
kruhové dráze**

vyzařovaná frekvence  
= 1/ oběžná doba  
... *cyklotronová* nebo  
*Larmorova frekvence*

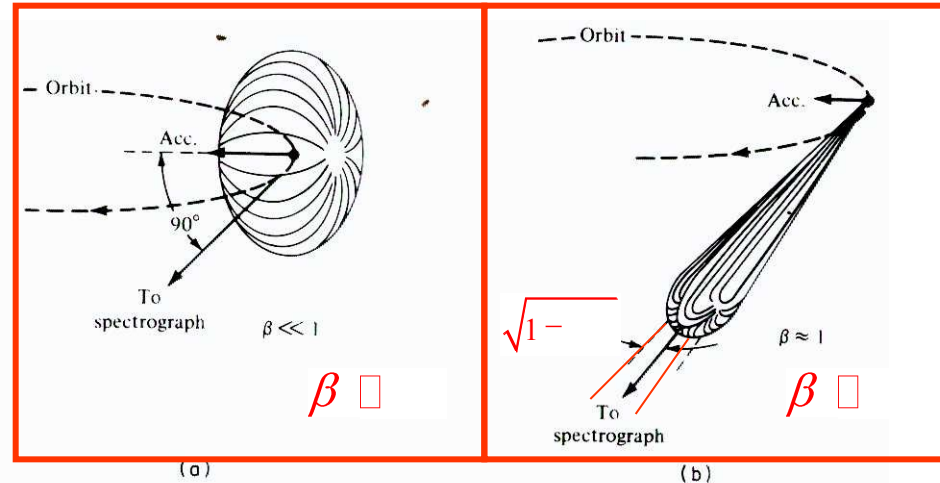


Figure 17.1 Angular intensity distribution of slow (a) and relativistic (b) electrons on a circular orbit. The dipole pattern (a) is strongly distorted (b) into the forward direction because of the relativistic speed of the electron;  $\beta$ , velocity in units of  $c$ . (From Tombouliau and Hartman<sup>5</sup>)

cyklotronové  
nebo  
betatronové  
záření

synchrotronové  
záření

při rychlém pohybu  
elektron na kruhové  
dráze sám sebe  
zase vnímá jako  
superposici dvou  
vzájemně kolmých  
dipólů,

**pozorovatel však  
vnímá vlny po  
Lorentzově  
transformaci, tedy  
silně kolimované  
vpřed**

vyzařované spektrum  
kvasispojité:  
*vysoké harmonické  
Larmorovy frekvence*

Ultrarelativistický elektron

# Ultrarelativistický elektron

klidová energie elektronu

$$E_0 = m_0 c^2 = 0.511 \text{ MeV}$$

typická energie v synchrotronu

$$E = 2 - 5 \text{ GeV}$$

typická hodnota  $\gamma =$   $\beta =$   $v =$

$$\gamma = 4000 - 20000$$

Vztah  $\beta$   $\gamma$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

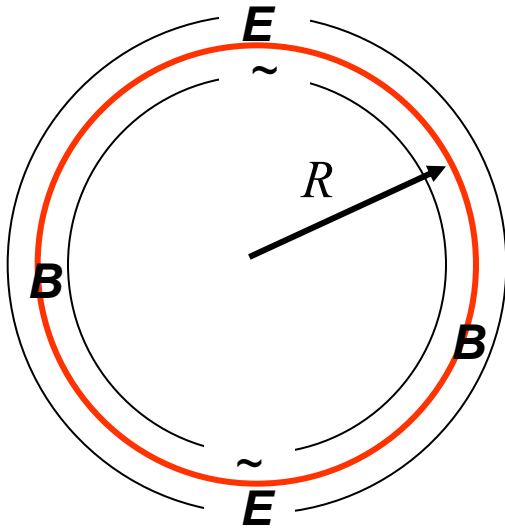
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \approx \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2\gamma^2}}} \cong \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{2\gamma^2}}} \leftarrow$$

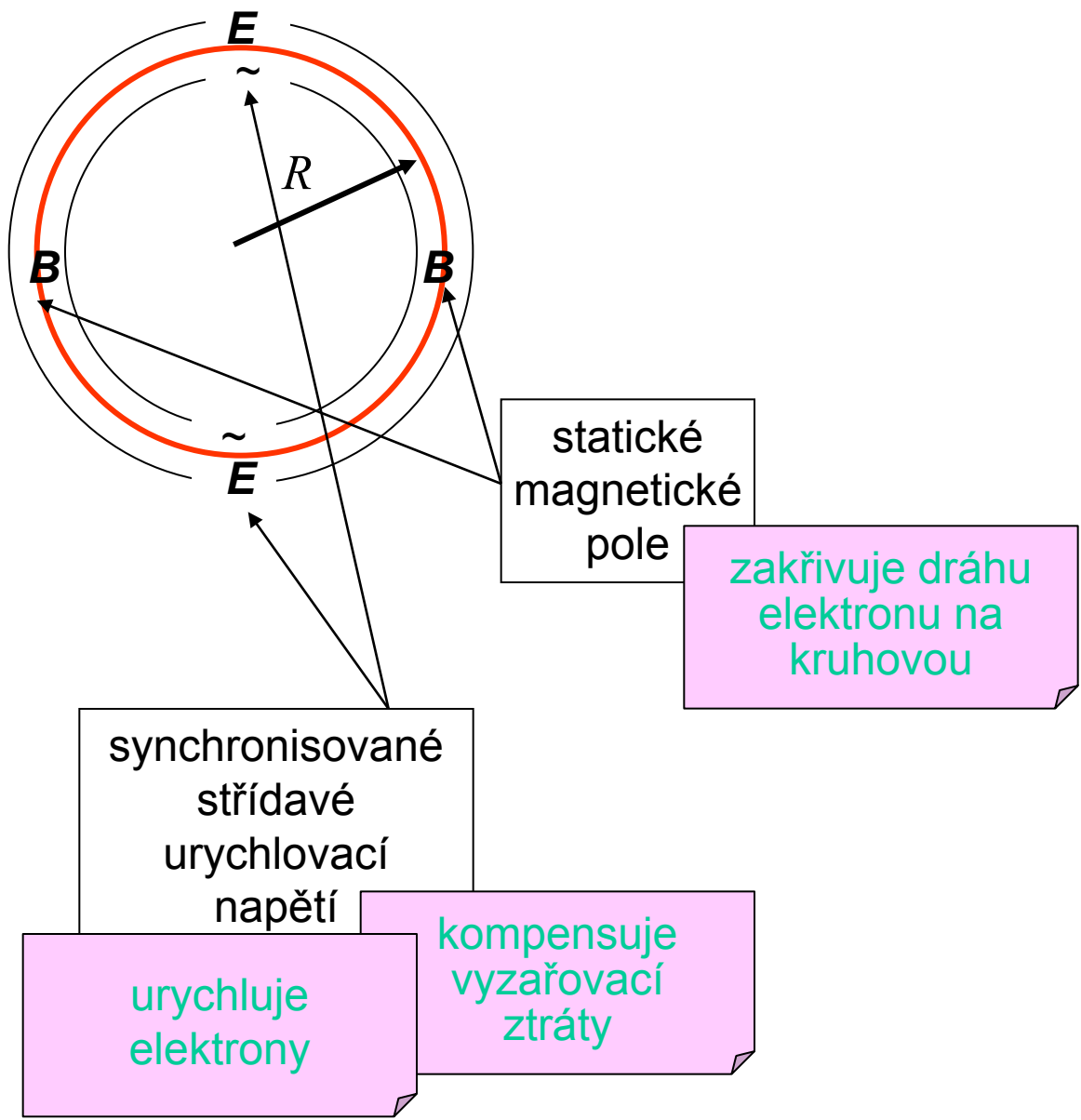


Princip synchrotronu:  
Ultrarelativistický elektron  
na kruhové orbitě

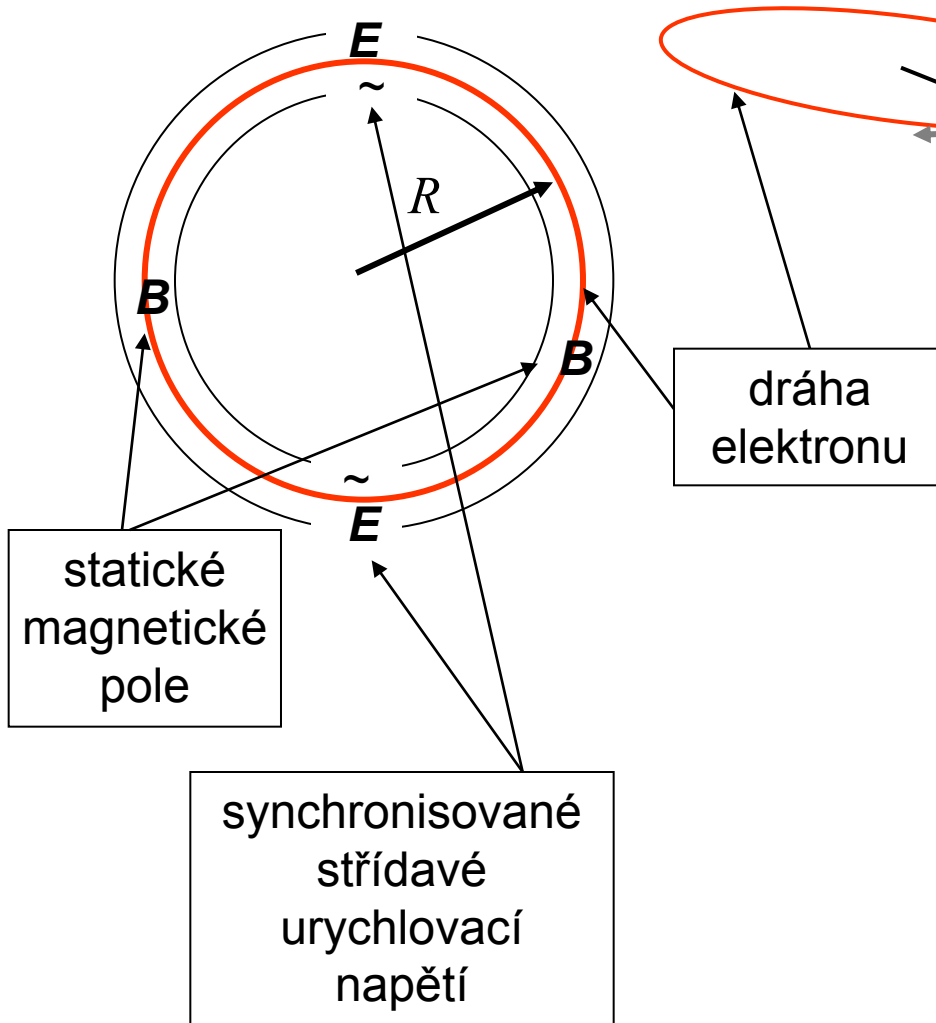
# *Princip synchrotronu*



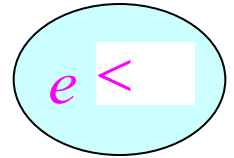
# Princip synchrotronu



# Elektron na kruhové dráze



Lorentzova síla,  
pohybová rovnice



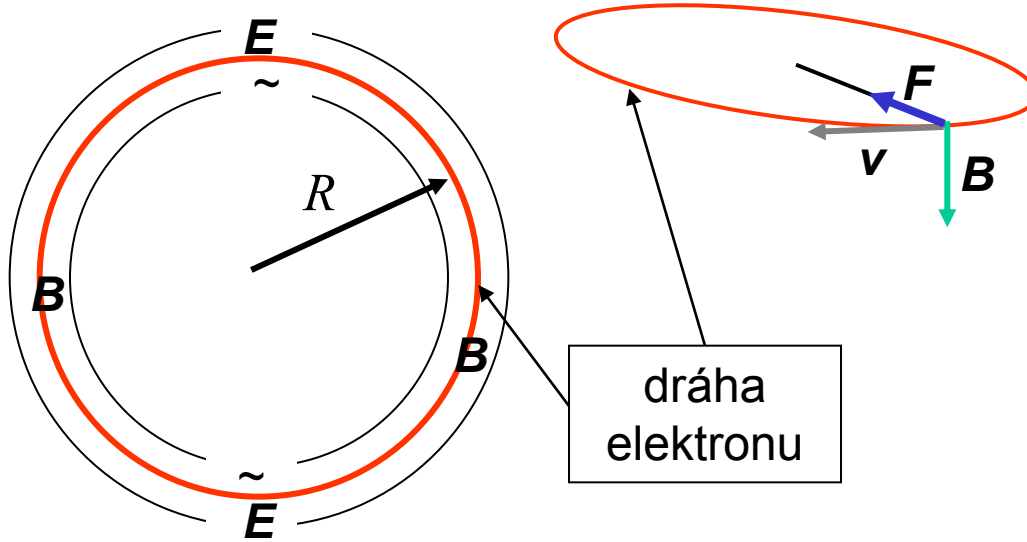
$$\frac{d}{dt} (m \mathbf{v}) = e \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

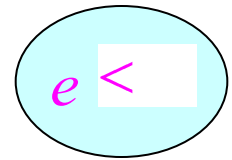
# Elektron na kruhové dráze



dráha elektronu

$$m \frac{v}{R} =$$

Lorentzova síla,  
pohybová rovnice



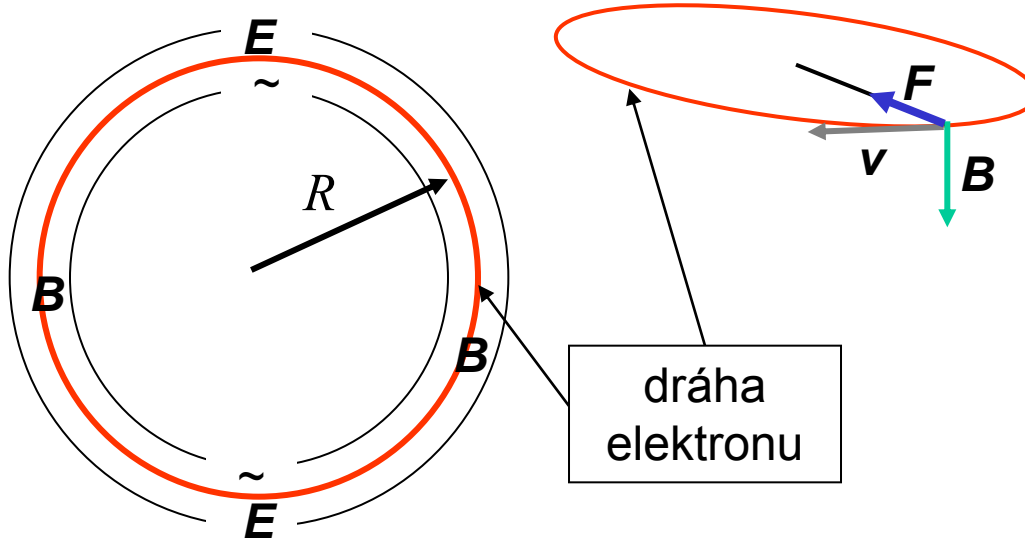
$$\frac{d}{dt} (m \mathbf{v}) = e \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta$$

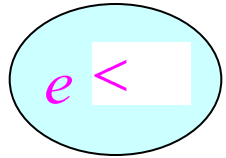
$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \gamma$$

# Elektron na kruhové dráze



dráha elektronu

Lorentzova síla,  
pohybová rovnice



$$\frac{d}{dt} (m \mathbf{v}) = e \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$m \frac{v}{R} =$$

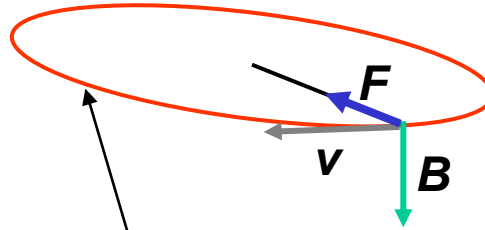
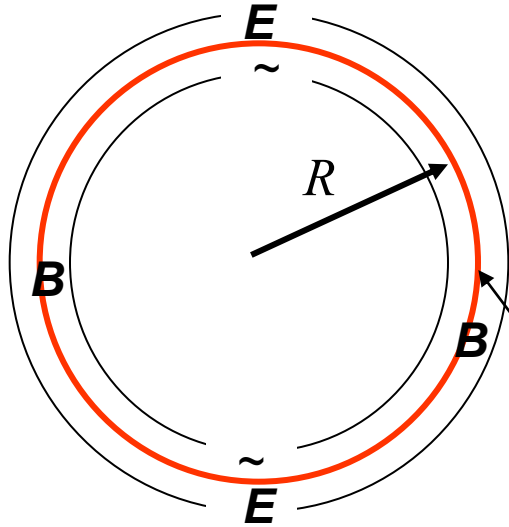
$$\omega_L = \frac{v}{R} = \frac{e v B}{m \gamma v^2}$$

Larmorova frekvence

$$\frac{v}{c} \cdot \frac{v}{R} = \frac{e v B}{m_0 \gamma v^2}$$

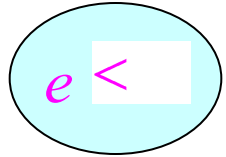
$$\beta \omega_{ur} = \frac{e B}{m_0 \gamma v}$$

# Elektron na kruhové dráze



dráha elektronu

Lorentzova síla, pohybová rovnice



$$\frac{d}{dt} (m \mathbf{v}) = e \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

relativistická označení

$$\frac{v}{c} = \beta$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$m \frac{v}{R} =$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} = \frac{m_0 v}{m R}$$

$$\frac{v}{c} = \frac{m_0 v}{m_0 c} = \beta$$

$$\beta \omega_{ur} = \omega_{nr} - \frac{v}{R}$$

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{\omega_{nr} R}{c}$$

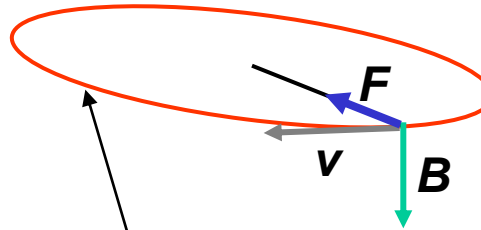
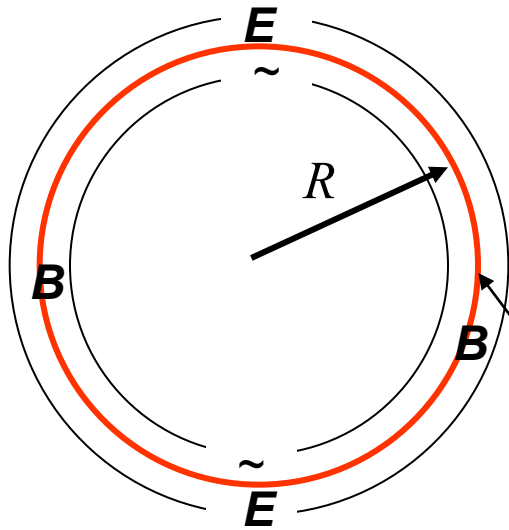
$$\omega_L = \omega_{nr} - \frac{v}{R}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Larmorova frekvence

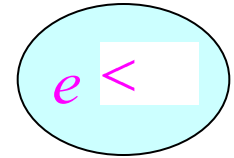


# Elektron na kruhové dráze



dráha elektronu

Lorentzova síla,  
pohybová rovnice



$$\frac{d}{dt} (m \mathbf{v}) = e \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

v ultrarelativistickém  
případě  $\beta \sim 1$

$$m \frac{v}{R} =$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} = \frac{m_0 v^2}{m R}$$

Larmorova  
frekvence

$$\frac{v}{c} = \frac{m_0 v}{m}$$

$$\beta \omega_{ur} = \omega_{nr} \frac{v}{c}$$

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{\omega_{nr}}{\omega_{ur}}$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} = \omega_{nr} + \omega_{ur}$$

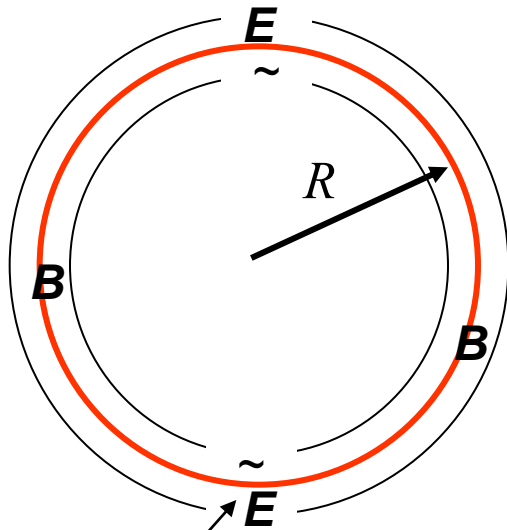
$$\gamma = \frac{\omega_{ur}}{\omega_{nr}}$$

$$\beta \sim 1$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} = \frac{m_0 v^2}{m R}$$

$$\gamma = \frac{m}{m_0}$$

# Vkládání energie



výkon elektrického pole

$$W = E v$$

pohybová rovnice

$$\frac{d}{dt} m \mathbf{v} = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$\frac{d}{dt} m v = |E_{\parallel}| \quad \text{délná složka}$$

počítáme

synchronisované  
střídavé  
urychlovací  
napětí

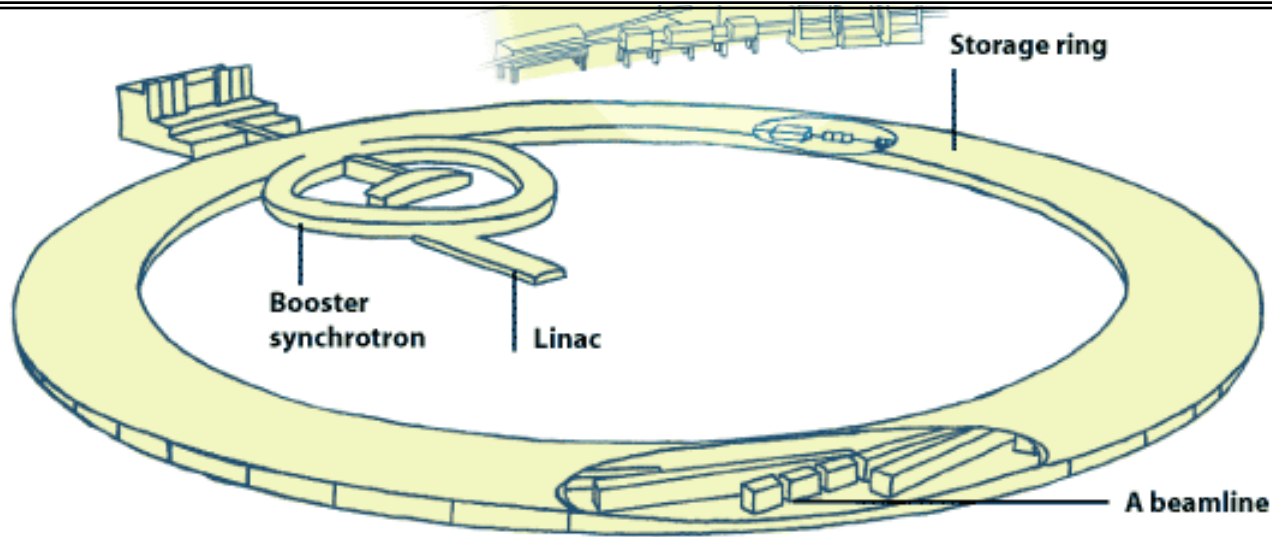
$$W = \frac{d}{dt} = v \frac{d}{dt} \beta \quad \leftarrow = \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$W = v \cdot \frac{d}{dt} = \frac{d}{dt}$$

urychluje  
elektrony

kompensuje  
vyzařovací  
ztráty

# Synchrotron vs. akumuláční prsteneček



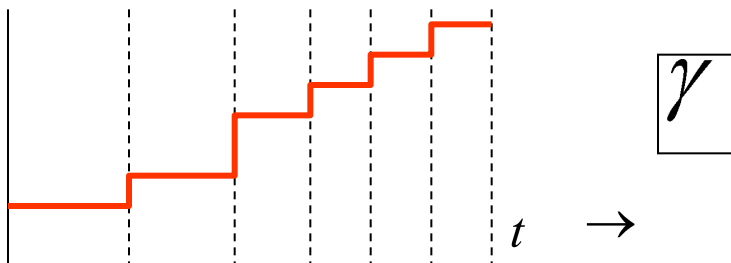
## Synchrotron

$$B(t) = v +$$

$$\omega_L = \dots$$

$$E_x(t) = xv \dots$$

synchronisovaný rozjezd



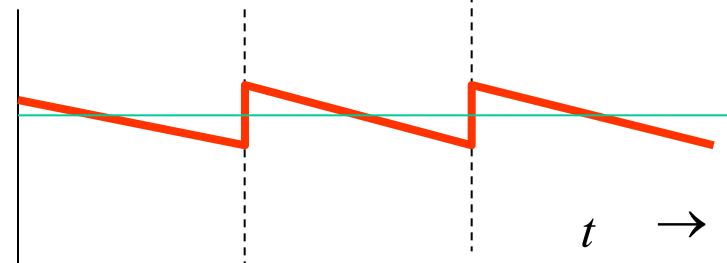
## Akumuláční prsteneček

$$B =$$

$$\omega_L = \dots$$

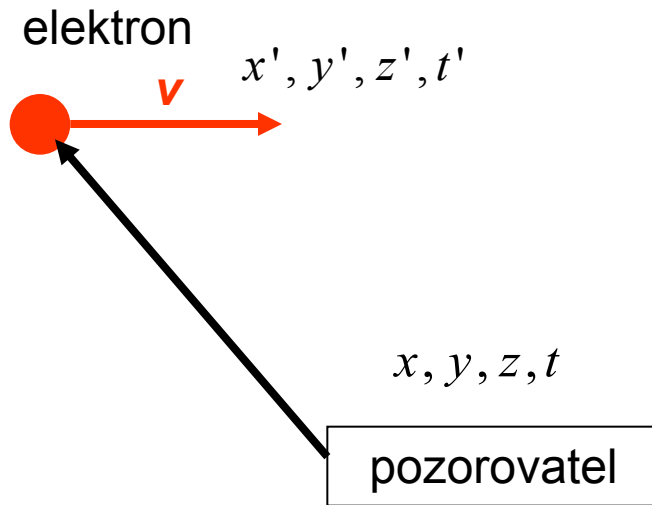
$$E_x(t) = xv \dots$$

doplnění vyzážené energie



# Kolimace vyzářené vlny

# Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem



Lorentzova transformace

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right)$$

# Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem

elektron  $x', y', z', t'$



$x, y, z, t$

pozorovatel

Lorentzova transformace

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right)$$

# Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem

elektron  $x', y', z', t'$



oba vidí stejnou vlnu

$x, y, z, t$

pozorovatel

Lorentzova transformace

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

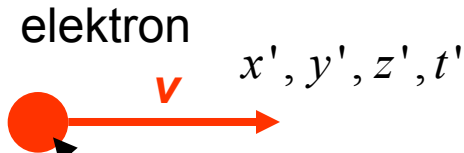
$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right)$$

fáze rovinné vlny je invariant

$$kr - \omega t = k'r' - \omega't'$$



# Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem



$x, y, z, t$

pozorovatel

Lorentzova transformace

$$\begin{aligned} x' &= \gamma (x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right) \end{aligned}$$

fáze rovinné vlny je invariant

$$kx - \omega t = k'x' - \omega't'$$

$$\omega (i_x x + i_y y + i_z z - t) = \omega' (i'_x x' + i'_y y' + i'_z z' - t')$$

$$\begin{aligned} \omega_x &= \omega (i'_x + \beta) & \omega_y &= \omega i'_y \\ \omega &= \omega (1 + \beta i'_x) & \omega_z &= \omega i'_z \end{aligned}$$

# Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem, pokračování

$$\omega_x = v \cdot (n'_x + \beta) \quad \omega_y = v \cdot n'_y$$

$$\omega = v \cdot (1 + \beta \cdot \dots) \quad \omega_z = v \cdot n'_z$$

oddělíme  
n od ω

$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta \cdot \dots}$$

$$n_y = \frac{n'_y}{\gamma \cdot (1 + \beta \cdot \dots)}$$

$$\omega = v \cdot (1 + \beta \cdot \dots)$$

$$n_z = \frac{n'_z}{\gamma \cdot (1 + \beta \cdot \dots)}$$

# Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem, pokračování

$$\omega_x = v \cdot \left( n'_x + \beta \right) \quad \omega_y = v \cdot n'_y$$

$$\omega = v \cdot \left( 1 + \beta \cos \theta' \right) \quad \omega_z = v \cdot n'_z$$

oddělíme  
 $n$  od  $\omega$

$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta \cos \theta'}$$

$$n_y = \frac{n'_y}{\gamma \left( 1 + \beta \cos \theta' \right)}$$

$$\omega = v \cdot \left( 1 + \beta \cos \theta' \right)$$

$$n_z = \frac{n'_z}{\gamma \left( 1 + \beta \cos \theta' \right)}$$

DOPPLERŮV  
JEV

KOLIMACE V  
POMĚRU  $\gamma^{-1}$

vlastní frekvence záření je ovšem  
Larmorova frekvence oběhu  
elektronů ... radiofrekvence

$$\omega' \square$$

ta se Dopplerem posune do  
zhruba viditelné oblasti

$$\omega \square$$

# Vlna vysílaná pohyblivým zdrojem, pokračování

$$\omega_x = v \cdot \left( n'_x + \beta \right) \quad \omega_y = v \cdot n'_y$$

$$\omega = v \cdot \left( 1 + \beta \frac{v}{c} \right) \quad \omega_z = v \cdot n'_z$$

oddělíme  
 $n$  od  $\omega$

$$n_x = \frac{n'_x + \beta}{1 + \beta \frac{v}{c}}$$

$$n_y = \frac{n'_y}{\gamma \left( 1 + \beta \frac{v}{c} \right)}$$

$$\omega = v \cdot \left( 1 + \beta \frac{v}{c} \right) \quad n_z = \frac{n'_z}{\gamma \left( 1 + \beta \frac{v}{c} \right)}$$

DOPPLERŮV  
JEV

KOLIMACE V  
POMĚRU  $\gamma^{-1}$

Je to přesně učebnicové odvození aberace a relativistického výrazu pro Dopplerův efekt

Fotonová interpretace: vynásobením  $c$  máme relativistické skládání rychlostí

vlastní frekvence záření je ovšem Larmorova frekvence oběhu elektronů ... radiofrekvence

ta se Dopplerem posune do zhruba viditelné oblasti

$$\omega' \square$$

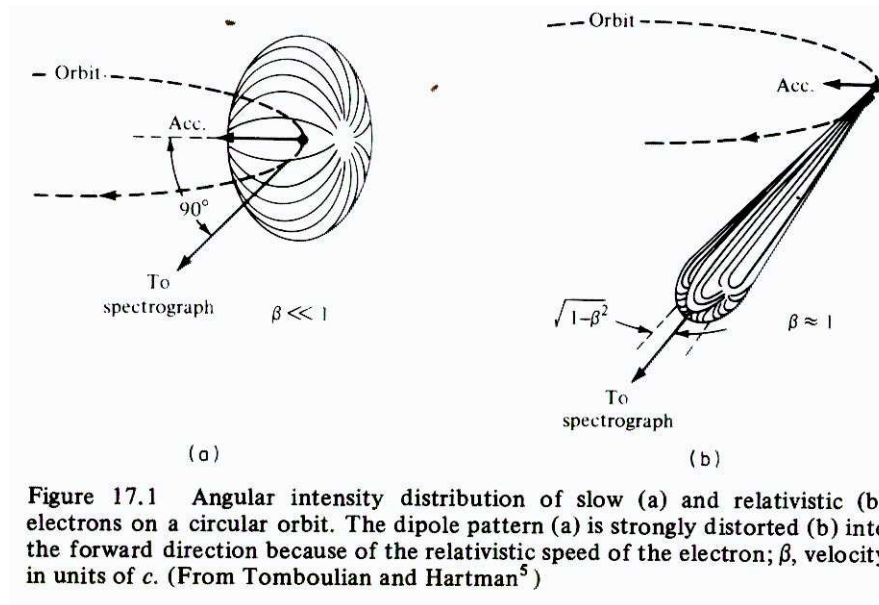
$$\omega \square$$

# Kolimace synchrotronového záření

KLASICKÝ  
OBRÁZEK ZE  
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu  
elektron na kruhové  
dráze září jako  
superposice dvou  
vzájemně kolmých  
dipólů, tedy

**kosinový zářič s  
okamžitým dipólem  
kolmým na tečnu ke  
kruhové dráze**



při rychlém pohybu  
elektron na kruhové  
dráze sám sebe  
vnímá jako  
superposici dvou  
vzájemně kolmých  
dipólů,

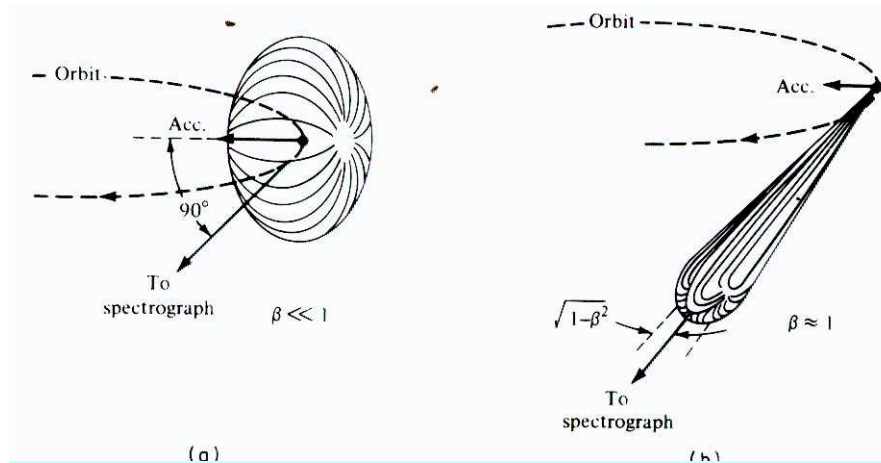
**pozorovatel však  
vnímá vlny po  
Lorentzově  
transformaci, tedy  
silně kolimované  
vpřed**

# Kolimace synchrotronového záření

KLASICKÝ  
OBRÁZEK ZE  
VŠECH UČEBNIC

při pomalém pohybu  
elektron na kruhové  
dráze září jako  
superposice dvou  
vzájemně kolmých  
dipólů, tedy

kosinový zářič s  
okamžitým dipólem  
kolmým na tečnu ke  
kruhové dráze



při rychlém pohybu  
elektron na kruhové  
dráze sám sebe  
vnímá jako  
superposici dvou  
vzájemně kolmých  
dipólů,

pozorovatel však  
vnímá vlny po

"vidíme elektron i  
zezadu"

silně kolimované  
vpřed

pro  $1 \gg \gamma$

$$n_x = \frac{1}{2\gamma} \left( 1 + \frac{1}{\gamma^2} \right)$$

$$n_x = \frac{1}{2\gamma} \left( 1 + \frac{1}{\gamma^2} \right)$$

pro  $1 \ll \gamma$

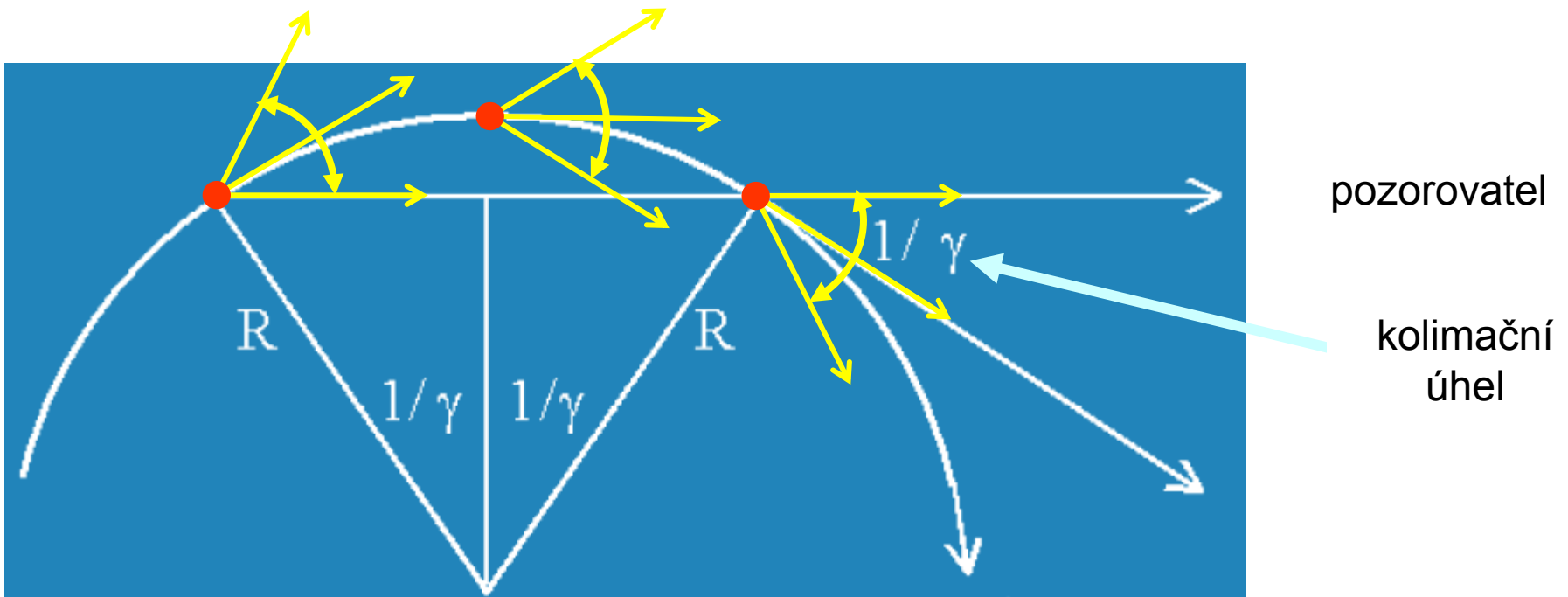
$$n_x \approx \frac{1}{2\gamma}$$

$$n_x \approx \frac{1}{2\gamma}$$

skoro všechny  
kolimovány lépe než  
na 1‰

Spektrální a celková intenzita SR

## Pozorování záblesku SZ od prolétajícího elektronu

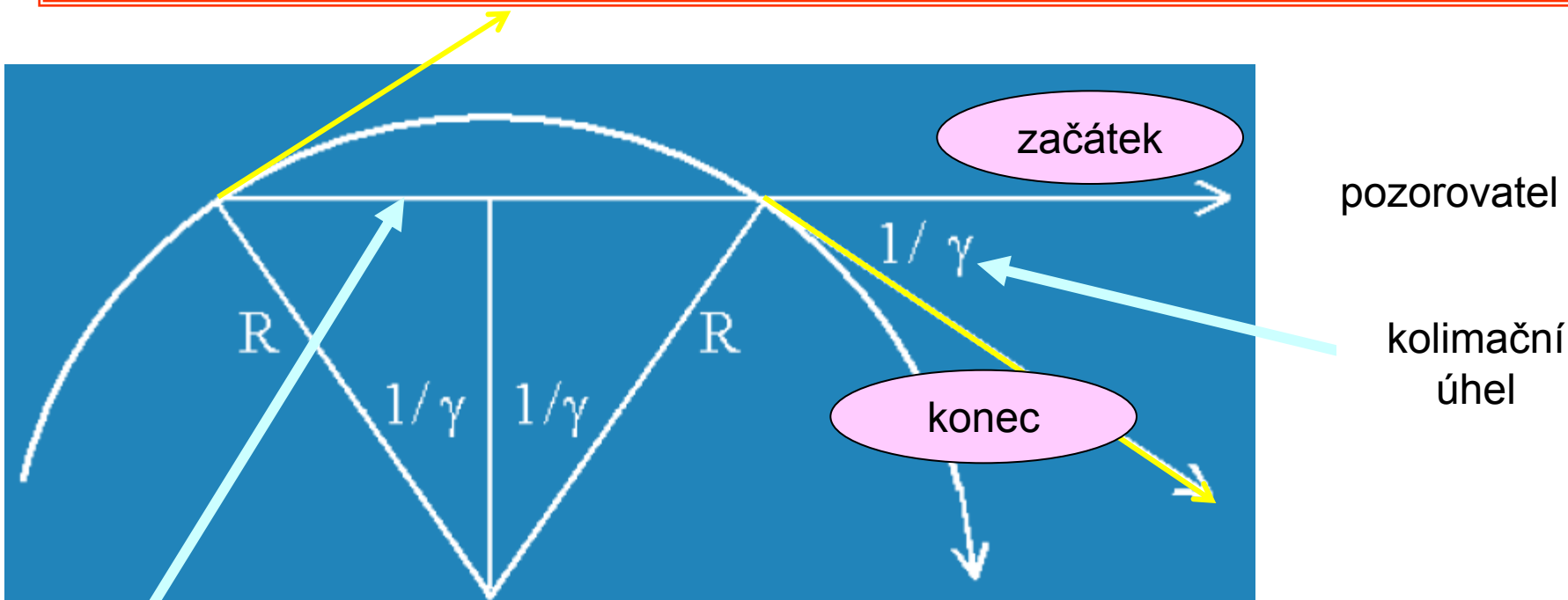


geometricky je pozorovatel v kolimačním kuželi po dobu přejezdu elektronu obloukem  
světlo ze vzdálených částí se však opoždí o dobu letu  
trvání záblesku = doba přejezdu elektronu obloukem – doba letu fotonů těživou



# Doba záblesku a spektrální obor SZ

trvání záblesku = doba přejezdu elektronu obloukem – doba letu fotonů tětivou



dráha fotonů

elektron

$$\Delta t = \frac{2R}{c} \left\{ \frac{1}{3\gamma} - \ln \frac{1}{\gamma} \right\} \approx \frac{2R}{c} \left\{ - \left( + \frac{1}{2\gamma^2} \right) - \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{6\gamma^3} \right\}$$

$$\Delta t = \frac{4R}{3c} \cdot \frac{1}{\gamma^3}$$

## Spektrální obor SZ -- pokračování

použijeme  
"relací neurčitosti"  
čas × frekvence  $\sim 2\pi$

$$\Delta t = \frac{4R}{3c} \cdot \frac{1}{\gamma^3}$$

$$\omega_S = \dots \omega_L \times \gamma^3$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} \approx \frac{c}{R}$$

dobry odhad charakteristicke  
frekvence

... DOSTANEME SE DO VELMI VYSOKYCH  
FREKVENCÍ, ZPRAVIDLA V RTG OBLASTI

# Přesný výpočet spektrální intenzity

$$\frac{dW}{d\omega} = \dots \times \dots \quad \text{inverzální funkce}$$

kritická frekvence  $\omega_c = \frac{\dots}{2 m_0} = \frac{\dots}{2 L}$

# Přesný výpočet spektrální intenzity

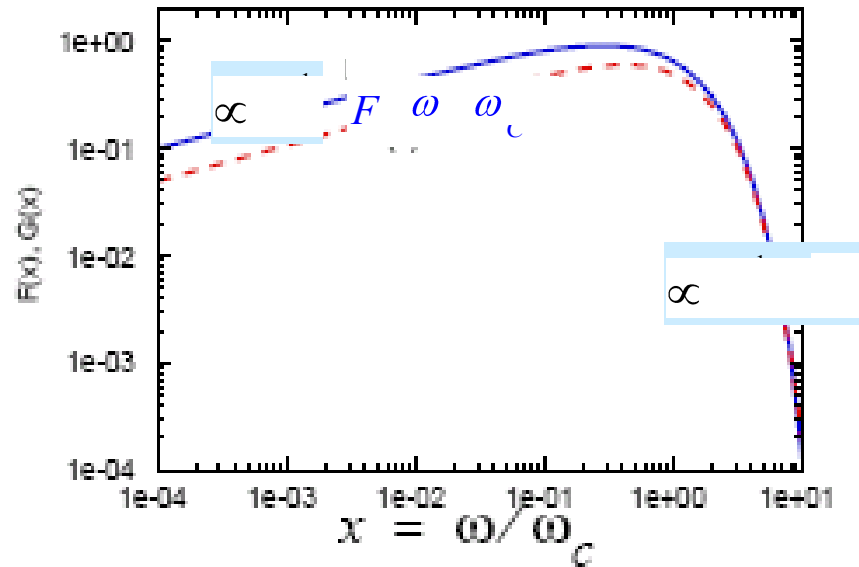
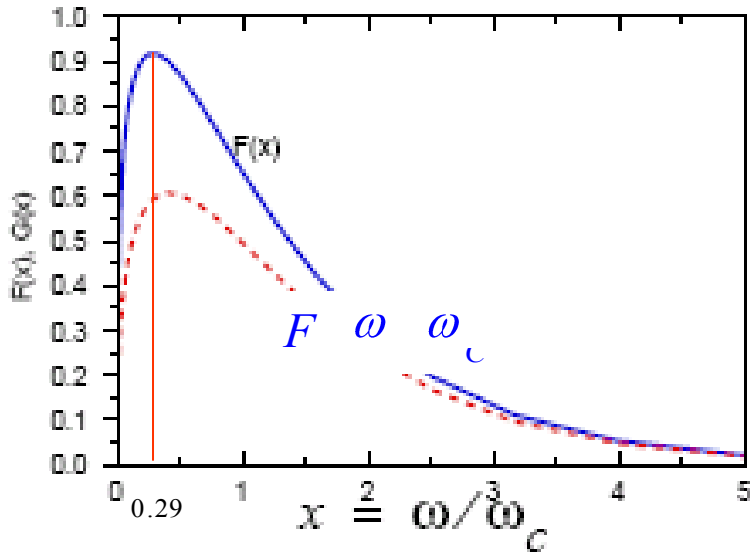
$$\frac{dW}{d\omega} = \dots \times \dots \quad \text{inverzální funkce}$$

kritická frekvence  $\omega_c = \frac{\dots}{2 m_0} = \frac{\dots}{2} = \frac{\dots}{2} \quad \text{O.K.}$

# Přesný výpočet spektrální intenzity

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{1}{\omega} \times \frac{1}{\omega_c} \times \text{diverzální funkce}$$

kritická frekvence  $\omega_c = \frac{2\pi}{2m_0} = \frac{2\pi}{L}$



# Zářivý výkon elektronu

$$\omega_L = \frac{v}{r}$$

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{2}{3} \frac{q^2 a^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \quad \text{za jednotku času}$$

Za jeden oběh

$$\frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{2}{3} \frac{q^2 v^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \cdot \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{4\pi}{3} \frac{q^2 v^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \cdot \frac{\pi}{\omega_L} \approx \frac{4\pi}{3} \frac{q^2 v^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \cdot \frac{\pi}{\omega_L}$$

$$\alpha = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií

jeden foton	ztráty za jeden oběh	energie elektronu
$\hbar \omega$	$\frac{4\pi}{3} \frac{q^2 v^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \cdot \frac{\pi}{\omega}$	$\frac{1}{2} m_e v^2$
	3	

# Zářivý výkon elektronu

$$\omega_L = \frac{1}{\gamma} \omega$$

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{4\pi\epsilon_0} \omega^2 \quad \text{za jednotku času}$$

Za jeden oběh

$$\frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{4\pi\epsilon_0} \omega^2 \cdot \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{4\pi}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{4\pi\epsilon_0} \omega^2 \cdot \frac{\pi}{\omega_L} \hbar$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií

jeden foton      ztráty za jeden oběh      energie elektronu

$$\hbar \omega \quad \frac{4\pi}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{4\pi\epsilon_0} \omega^2 \cdot \frac{\pi}{\omega_L} \hbar \quad \gamma \hbar \omega$$

... tak bychom si to přáli

# Počet vyzářených fotonů

$$\omega_L = \gamma \omega_0$$

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \gamma^6}{4\pi\epsilon_0} \omega_0^3 \quad \text{za jednotku času}$$

Za jeden oběh

$$\frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{2}{3} \frac{e^2 \gamma^6}{4\pi\epsilon_0} \omega_0^3 \cdot \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{4\pi}{3} \frac{e^2 \gamma^6}{4\pi\epsilon_0} \omega_0^3 \cdot \frac{\pi}{\omega_L} \hbar \omega_0$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií

$$\frac{\text{počet fotonů}}{\text{elektron}} = \times$$

jeden foton	ztráty za jeden oběh	energie elektronu
$\hbar \omega_0$	$\frac{4\pi}{3} \frac{e^2 \gamma^6}{4\pi\epsilon_0} \omega_0^3 \cdot \frac{\pi}{\omega_L} \hbar \omega_0$	$\hbar \omega_0$
	3	



# Počet vyzářených fotonů

$$\omega_L = \frac{1}{\gamma} \omega$$

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{2\pi}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{4\pi\epsilon_0} \omega^3 \quad \text{za jednotku času}$$

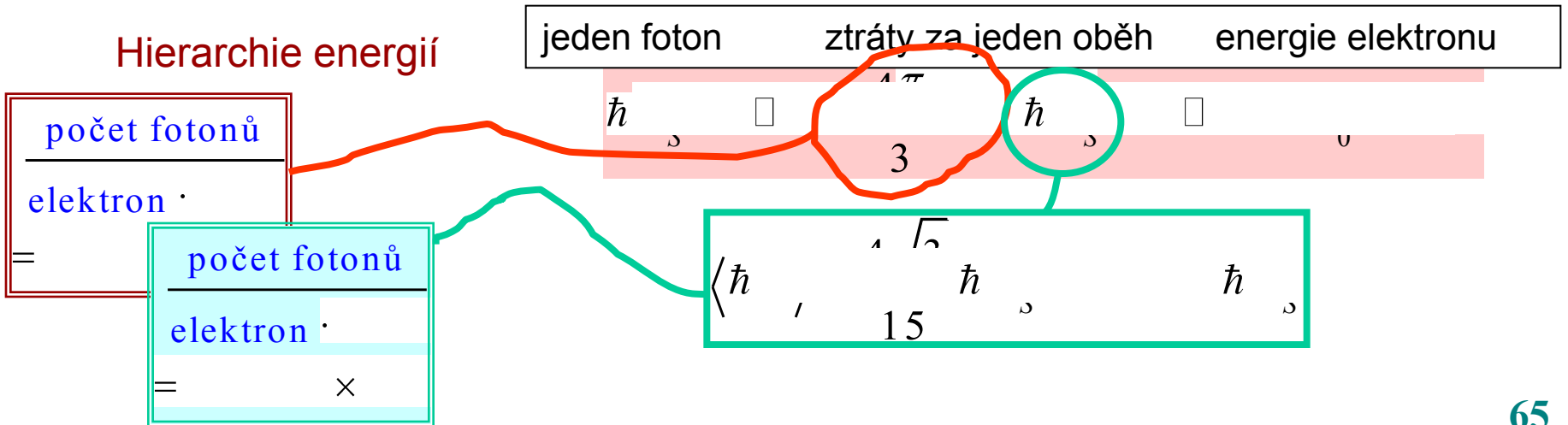
Za jeden oběh

$$\frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{2\pi}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{4\pi\epsilon_0} \omega^3 \cdot \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{4\pi^2}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{4\pi\epsilon_0} \omega^2 \cdot \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{2\pi^2}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{\epsilon_0} \omega^2 \cdot \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{4\pi^2}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{\epsilon_0} \omega^2 \cdot \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{8\pi^3}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{\epsilon_0} \omega^2 \cdot \frac{1}{\omega_L} = \frac{8\pi^3}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{\epsilon_0} \omega^2 \cdot \frac{1}{\omega} = \frac{8\pi^3}{3} \frac{e^2 \gamma^3}{\epsilon_0} \omega$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií



# Počet vyzářených fotonů

$$\omega_L = \gamma \frac{v}{c}$$

$$W = \frac{dE}{dt} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{a^2}{c^3} \quad \text{za jednotku času}$$

Za jeden oběh

$$\frac{dE}{dt} \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{a^2}{c^3} \frac{2\pi}{\omega_L} = \frac{4\pi}{3} \frac{e^2}{\epsilon_0} \frac{a^2}{c^3} \frac{\pi}{\omega_L} \approx \frac{4\pi}{3} \frac{e^2}{\epsilon_0} \frac{\pi}{\omega_L} \frac{\hbar}{\hbar}$$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

konstanta jemné struktury

Hierarchie energií

jeden foton	ztráty za jeden oběh	energie elektronu
$\hbar \omega$	$\frac{4\pi}{3} \frac{e^2}{\epsilon_0} \frac{a^2}{c^3} \frac{\pi}{\omega}$	$\gamma m_e c^2$

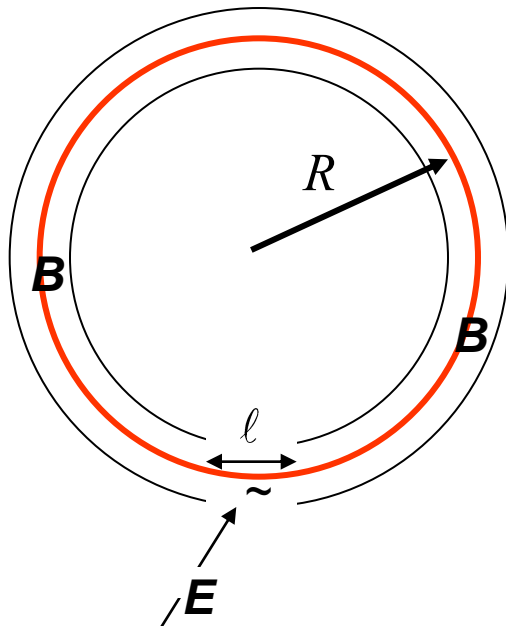
$$\frac{\text{počet fotonů}}{\text{elektron}} =$$

$$\frac{\text{počet fotonů}}{\text{elektron}} = \times$$

pro  $\gamma = 5 \text{ GeV!!}$ ) jen  $\approx 10^{-11}$  fotonů.  
 Fotonová statistika (tj. kvantový pohled) nezbytné

# Pulsní struktura SR

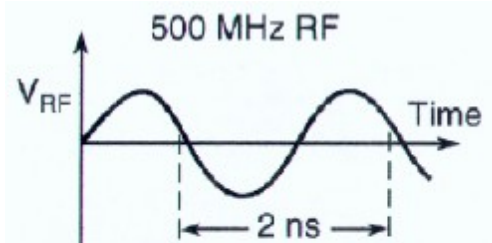
# Vkládání energie



synchronisované  
střídavé  
urychlovací  
napětí

kompensuje  
vyzařovací  
ztráty

$$E_{\text{RF}} = \dots = \dots$$



reálný příklad

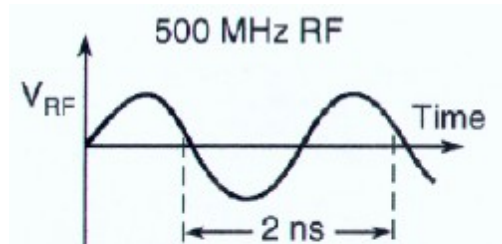
Doba průletu mezerou  $\frac{l}{v} \approx \beta$  Doba oběhu

- E**lektrony přilétají náhodně během periody
- J**sou urychleny nebo zpomaleny podle okamžité hodnoty pole
- J**en některé nabudou správné rychlosti
- D**alší podléhají chaotickým změnám rychlosti
- P**roces vede k ustálenému rozložení elektronů kolem orbity

## *Pulsní struktura SR*

Energie elektronů musí přesně odpovídat parametrům prstence

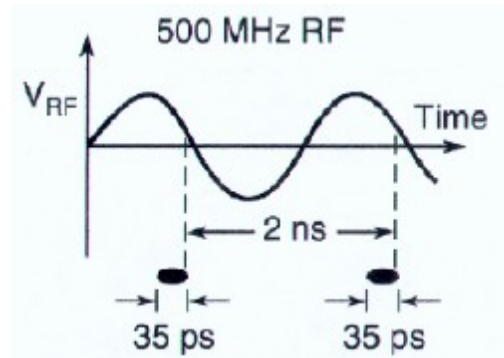
Jen úzký interval vůči střídavému elektrickému poli vede k ustálenému pohybu elektronů



## *Pulsní struktura SR*

Energie elektronů musí přesně odpovídat parametrům prstence

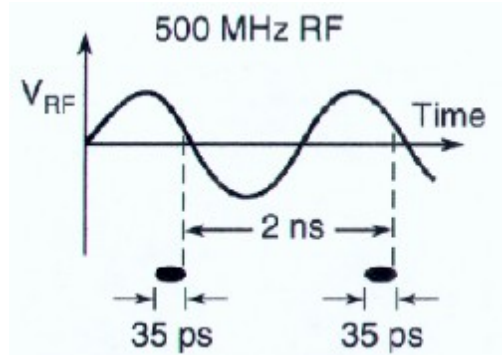
Jen úzký interval vůči střídavému elektrickému poli vede k ustálenému pohybu elektronů



## Pulsní struktura SR

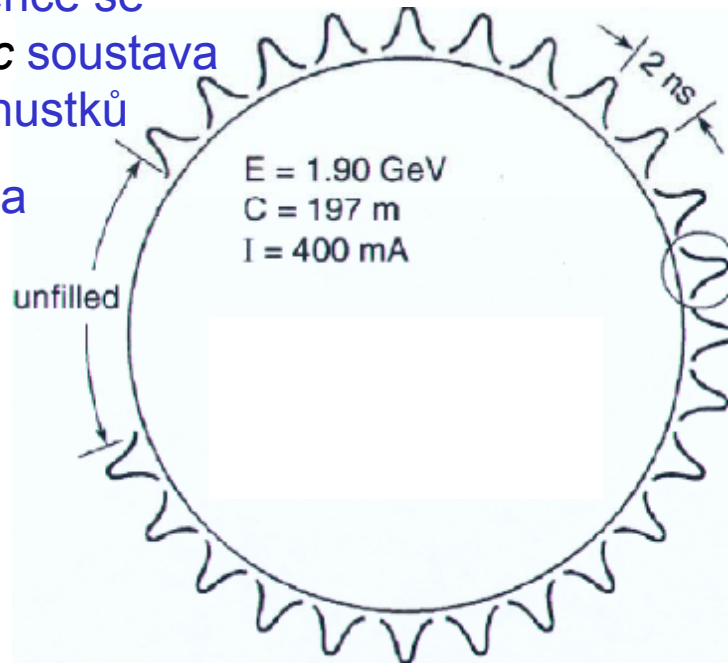
Energie elektronů musí přesně odpovídat parametrům prstence

Jen úzounký interval vůči střídavému elektrickému poli vede k ustálenému pohybu elektronů



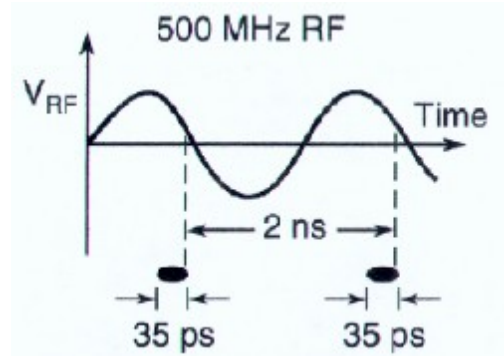
Po obvodu prstence se otáčí rychlostí  $\beta c$  soustava elektronových zhustků

Jsou od sebe cca 60 cm daleko a jejich rozsah je okolo 1 cm



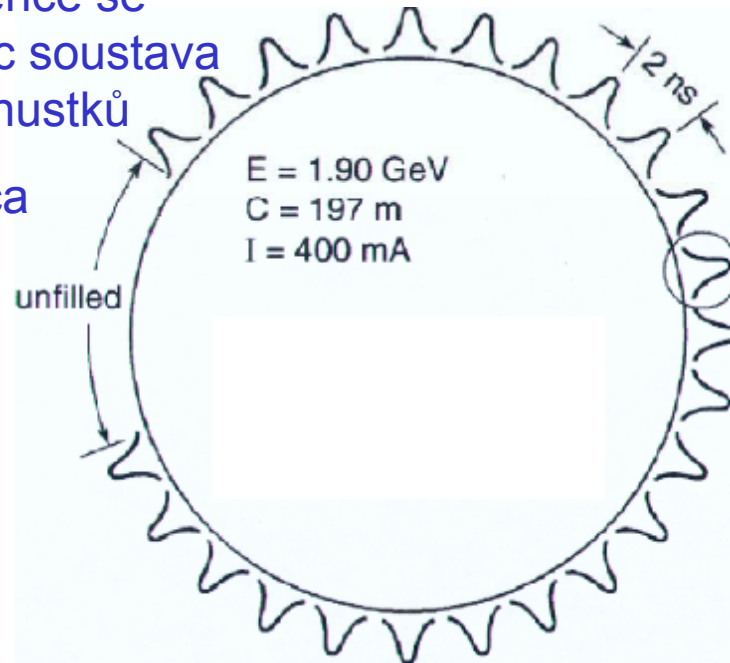
# Pulsní struktura SR

Energie elektronů musí přesně odpovídat parametrům prstence  
Jen úzounký interval vůči střídavému elektrickému poli vede k ustálenému  
pohybu elektronů

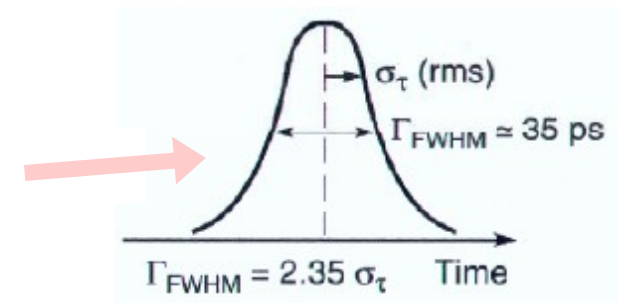


Po obvodu prstence se  
otáčí rychlostí  $\beta c$  soustava  
elektronových zhustků

Jsou od sebe cca  
60 cm daleko  
a jejich rozsah  
je okolo 1 cm



Jeden  
Gaussův  
puls





# *Zpět k synchrotronu v Kosmu i na Zemi*

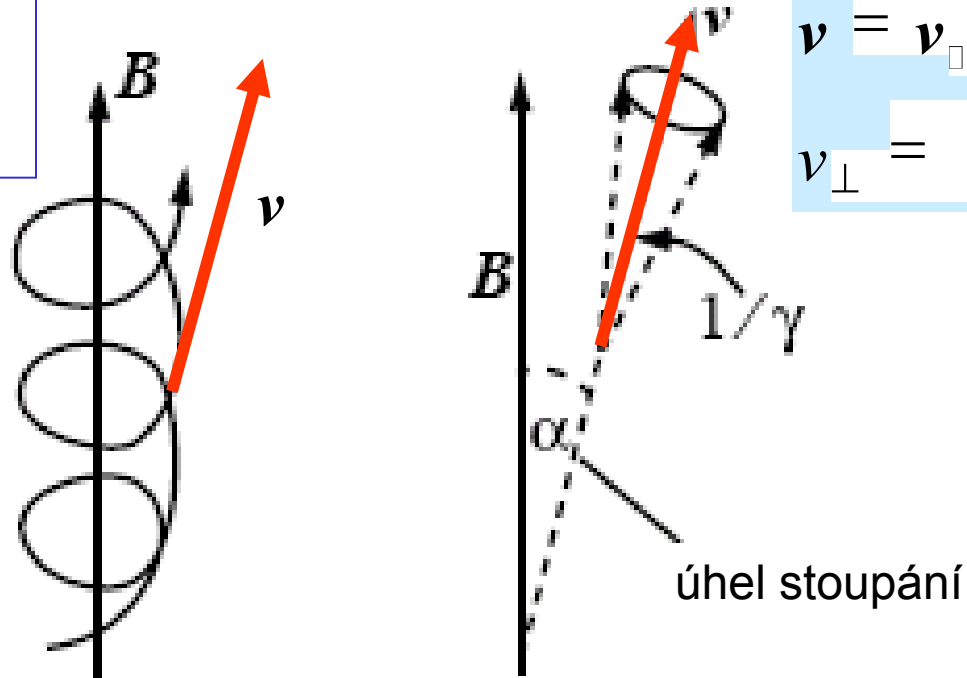
Jak tedy SR v mlhovinách

a

v současných zdrojích SR na Zemi  
vzniká

# Kosmický synchrotron

elektrony se pohybují po spirálách



$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\parallel} + \mathbf{v}_{\perp}$$

$$v_{\perp} = \dots$$

vzorce je nutno trochu upravit

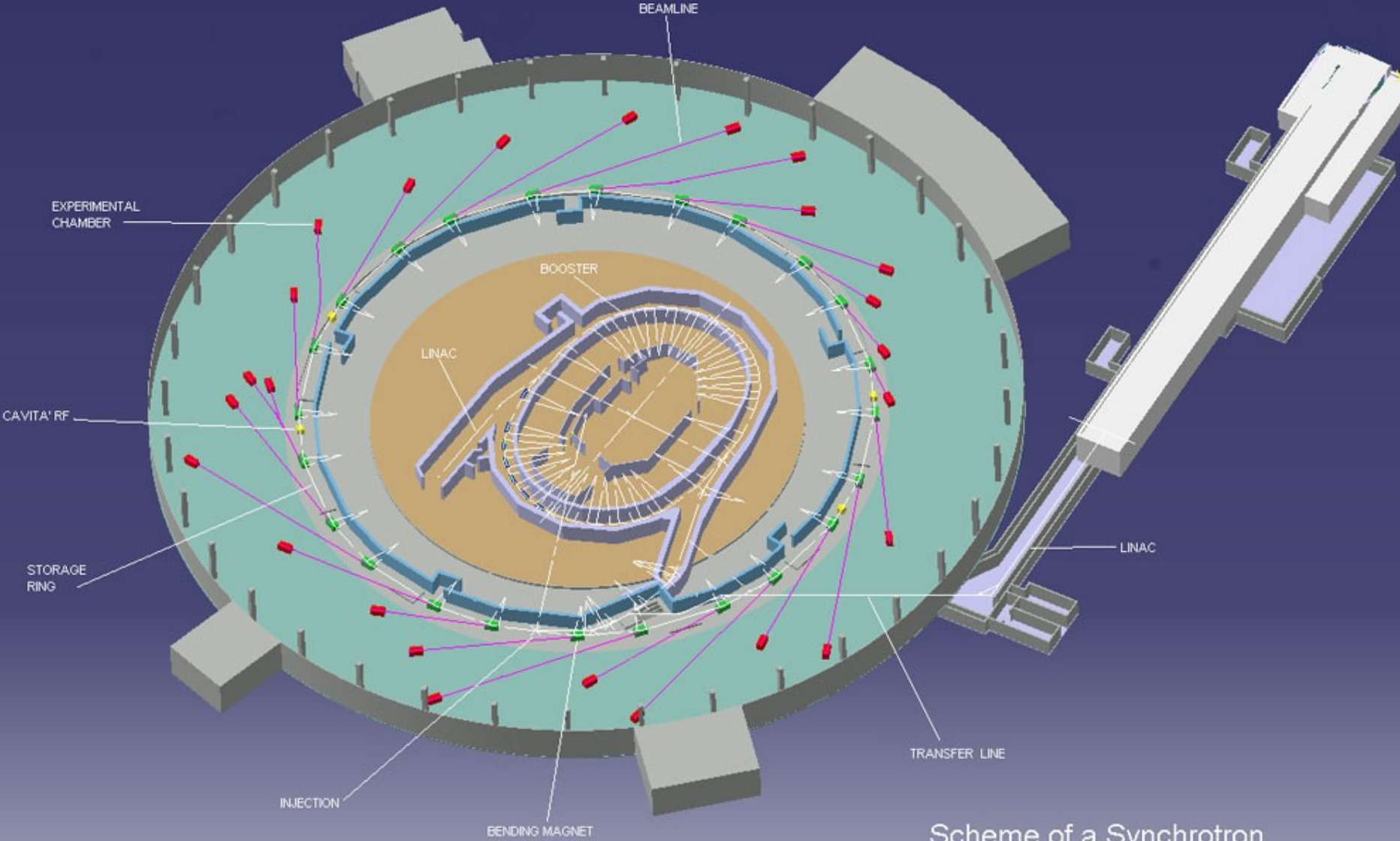
**PŘÍKLAD:**

$$\omega_c = \frac{eB}{m_0} \quad \alpha = \dots$$

↑  
 $\omega_L$  ní se

Storage Ring  
(akumulační prstenec):  
technická realizace

# Elettra Trieste



Scheme of a Synchrotron Light Facility

# Jak to vypadá zblízka (storage ring Doris)

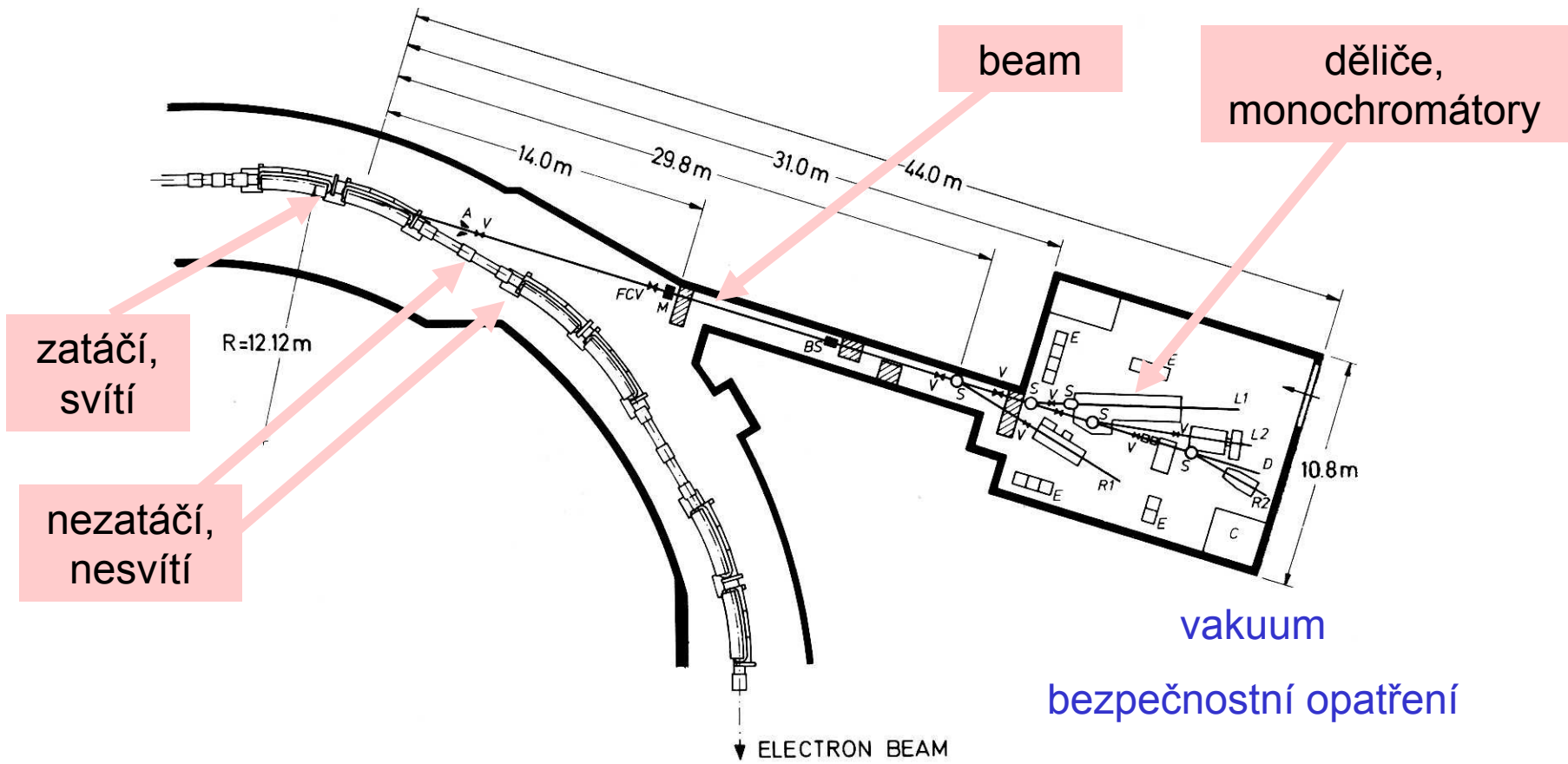


Figure 17.7 Layout of the synchrotron radiation laboratory at DORIS. Shown is a section of the storage ring, the beam line to the laboratory and the location of different experiments in the laboratory. For details see text. (From Koch, Kunz, and Weiner<sup>49</sup>)

# Vzorce a odhady

$$\gamma = \frac{h\nu}{m_0 c^2} \approx \frac{h\nu}{m_0 c^2} + \dots$$

$$\omega_L = \frac{v}{R} \approx \frac{v}{R}$$

$$\omega_c = \frac{v^2}{2R} = \frac{v^2}{2R}$$

$$E = \gamma m_0 c^2 \approx m_0 c^2 + \dots$$

$$\gamma = \frac{E}{m_0 c^2} \approx \frac{E}{m_0 c^2}$$

$$\hbar \omega_c = \frac{h v^2}{2R} \times \dots \text{ eV m}$$

$$\lambda_c = \frac{2\pi R}{3} \text{ m m}$$

v Kosmu

$$E = \dots = \dots \Rightarrow \dots \times$$

$$\omega_L = \dots = \dots$$

pozemský synchrotron

$$E = \dots = \dots \Rightarrow \dots \times$$

$$\omega_L = \dots = \dots \hbar \omega_c$$

# Spektrální charakteristiky synchrotronů

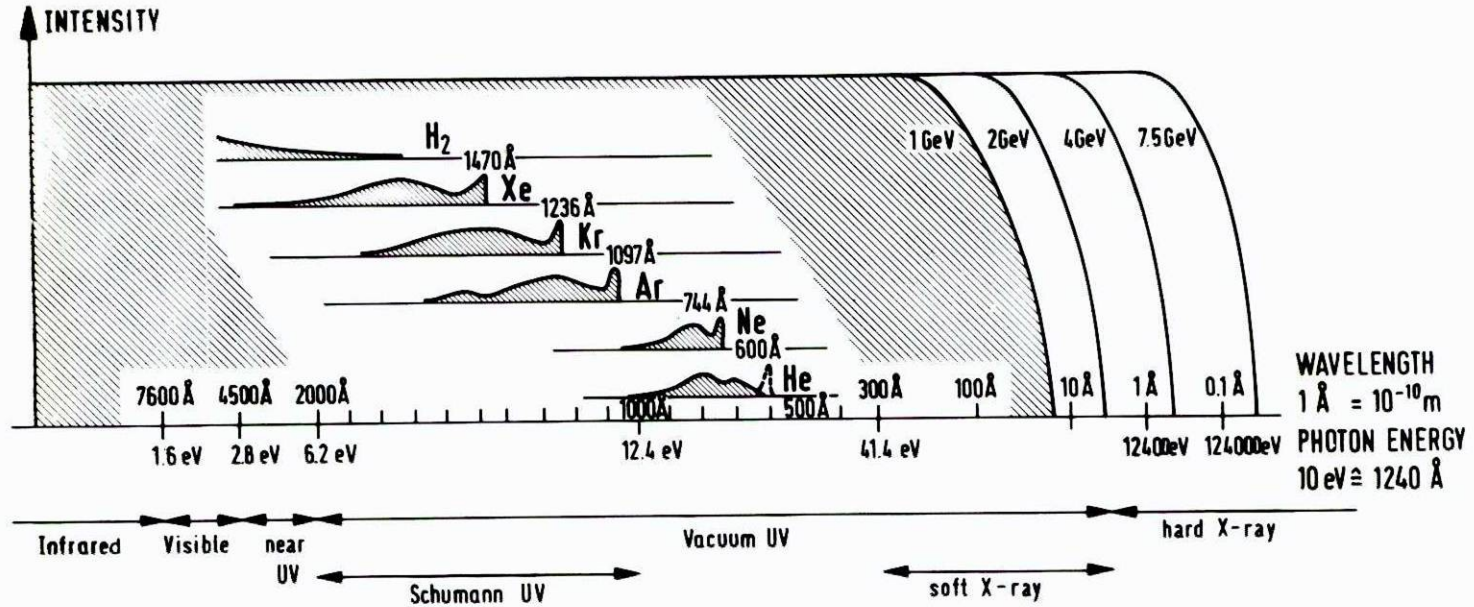


Figure 17.6 Schematic comparison of spectral distribution of synchrotron radiation from a synchrotron at different acceleration energies with the continua emitted by several discharge lamps (after Tanaka, Jursa, and LeBlank<sup>36</sup>). The intensities are roughly on scale. (From Koch<sup>38</sup>)

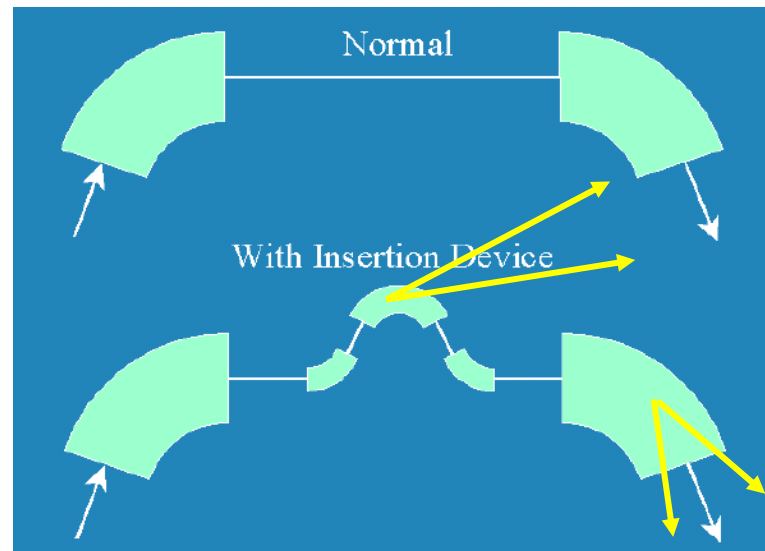
# Wigglerly a undulátory

to wiggle *třepat se*



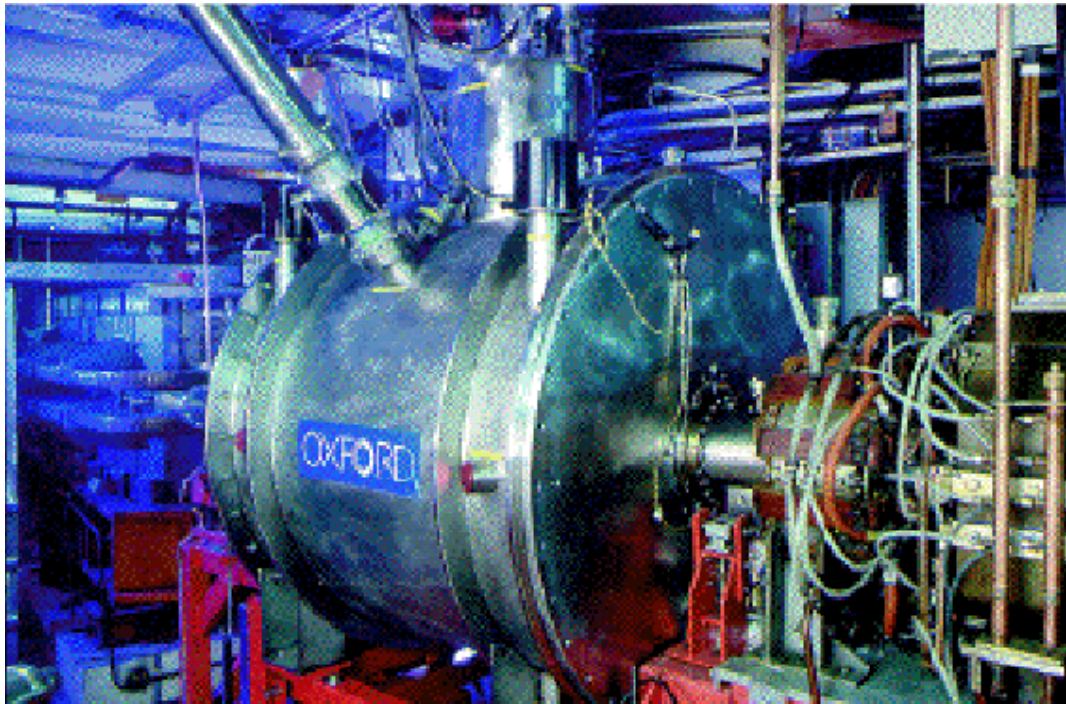
## Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“



## Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

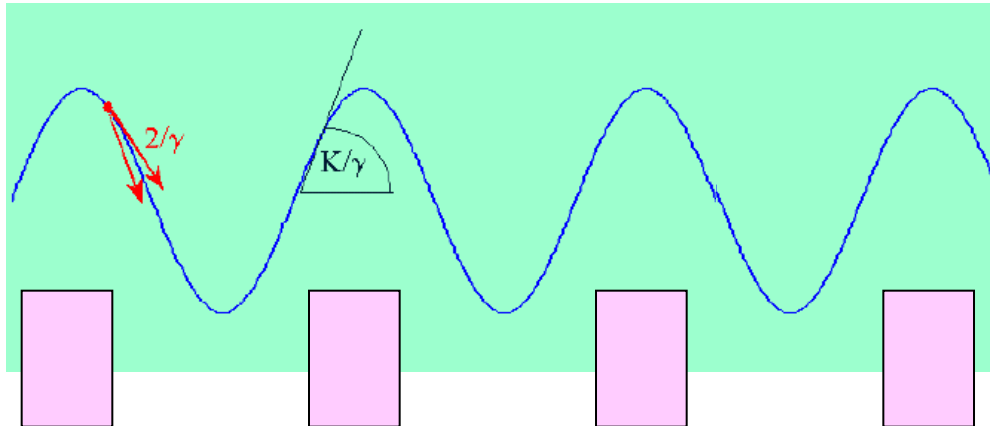
- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“



supravodivý magnet 6 T

## Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

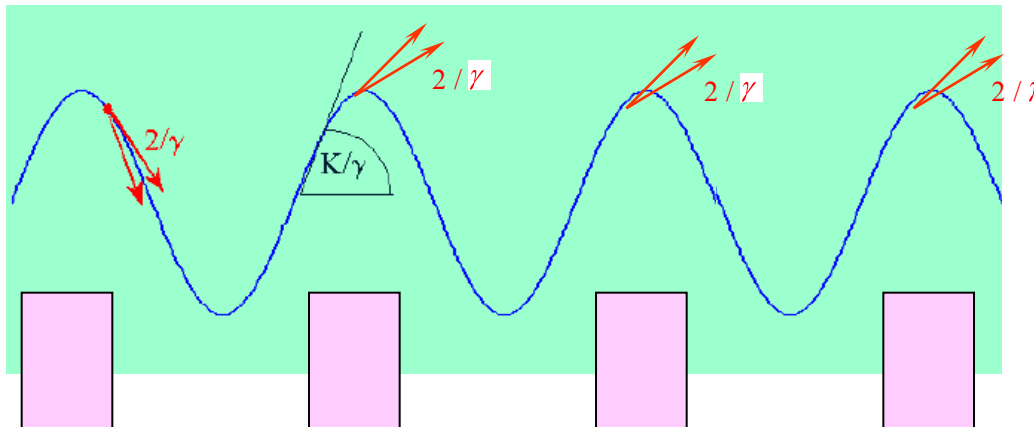
- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“
- Více magnetů za sebou: wiggler



## Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

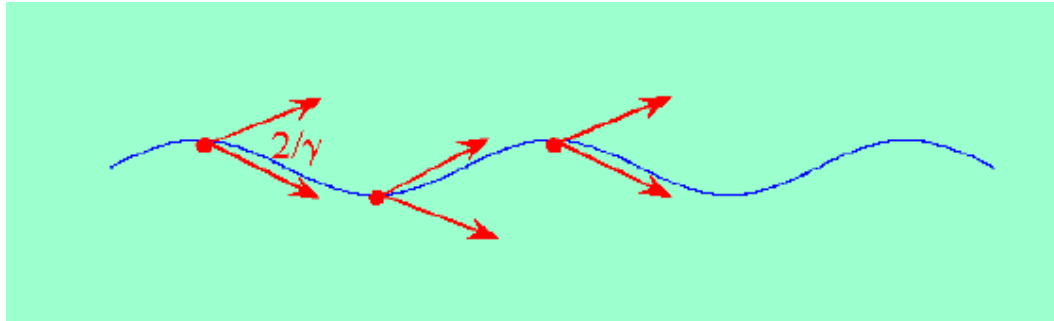
- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“
- Více magnetů za sebou: wiggler (silné pole)

kolimační kužele se nepřekrývají, sčítají se intensity



## Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

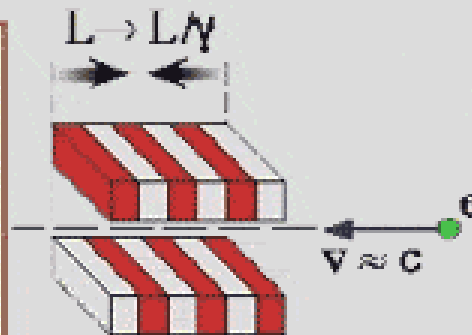
- Nejlepší zdroj SZ má co nejvíc rovných úseků spojených ohyby (*bends*)
- Čím menší poloměr tím vyšší mezní frekvence SZ
- Nápad: do rovného úseku vložit „frequency shifter“
- Více magnetů za sebou: wiggler (silné pole)  
kolimační kužele se nepřekrývají, sčítají se intensity
- Více magnetů za sebou: undulátor (slabé pole)  
kolimační kužele se překrývají, sčítají se amplitudy, INTERFERENCE!



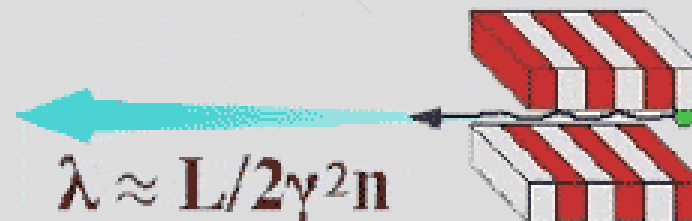
# Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

**Synchrotron light emission:**  
Einstein's relativity transforms the large period of an undulator into the microscopic wavelength of x-rays

An electron travels towards an undulator at a speed,  $v$ , close to the speed of light: because of relativity, it "sees" the length  $L$  and the period  $L/n$  ( $n$  = number of periods) of the undulator shrinking by a factor  $\approx \gamma$



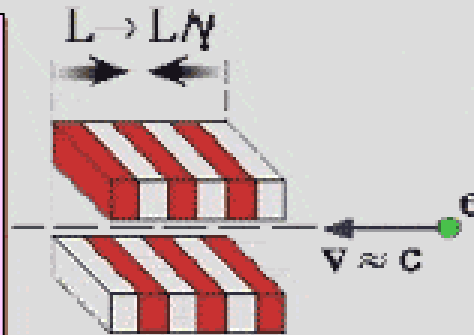
The undulator forces the electron to wiggle and to emit synchrotron light of wavelength equal to its (shrunk) period,  $\approx L/n\gamma$ . Because of the electron motion (Doppler effect), when seen from the laboratory point of view this wavelength further shrinks by a factor  $\approx 2\gamma$ .



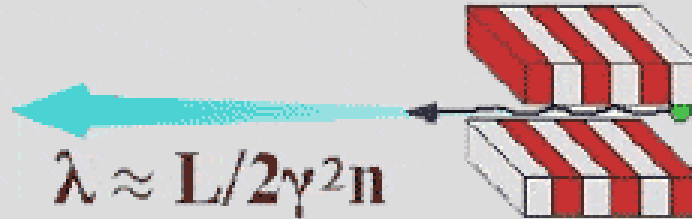
# Za krátkými vlnovými délkami: wiggler a undulátory

Makroskopická perioda wiggleru či undulátoru se relativisticky zkracuje na mikroskopickou vlnovou délku rentgenových paprsků

relativistický elektron vidí periodu zařízení zkrácenou v poměru  $1:\gamma$  na  $L/n\gamma$



Elektron kmitá v undulátoru a vyzařuje fotony s vlnovou délkou  $L/n\gamma$ . Pozorovatel ji vidí dopplerovsky dále zkrácenou v poměru  $1:2\gamma$



## *Budoucnost zdrojů SZ*

Předvedeny byly zdroje SZ třetí generace.

Na obzoru je prý už čtvrtá.

O té snad někdy příště ...

Velikášské stroje se tak trochu omrzely.

Nový koncept:

synchrotron na stole



## *Nevýhody velkých synchrotronových instalací*

- ⌘ Konstrukční a stavební složitost a rozsáhlost ... cena
- ⌘ Nákladný a složitý provoz: vakuum, magnetické pole, ...
- ⌘ Elektroný s energií řádu GeV ... příliš mnoho záření v celém spektrálním rozsahu ... problémy s odvodem přebytečné energie, plýtvání energií
- ⌘ Složitá organizace využívání
- ⌘ Nadřazená byrokratická struktura – mezinárodní konsorcium, ...
- ⌘ Nutnost dojíždět – z Prahy do Grenoblu například: cesta, hotel, ...
- ⌘ Nepružnost: žádost o přidělení času dlouho dopředu, nemožnost jeho rozšíření na místě, převoz vzorků ve vakuu/ v kryostatu, ...
- ⌘ Odloučenost od výuky

Nové koncepce pro SZ:  
"kapesní" zdroje záření

## *Jak uchovat kritickou frekvenci, ale ostatní zmenšit*

Vodítko – vývoj velkých zdrojů SZ kruhový prsteneček → mnoho bendů (zaoblených rohů) → wiggler a undulátory

HEURISTIKA  $\omega_c \propto \frac{1}{R}$

⇒ kdybychom pořádně zmenšili  $R$ , mohlo by i  $\gamma$  být menší

# Jak uchovat kritickou frekvenci, ale ostatní zmenšit

Vodítko – vývoj velkých zdrojů SZ kruhový prsteneček → mnoho bendů (zaoblených rohů) → wigglery a undulátory

HEURISTIKA  $\omega_c \propto \frac{v}{R}$  ⇒ kdybychom pořádně zmenšili  $R$ , mohlo by i  $\gamma$  být menší

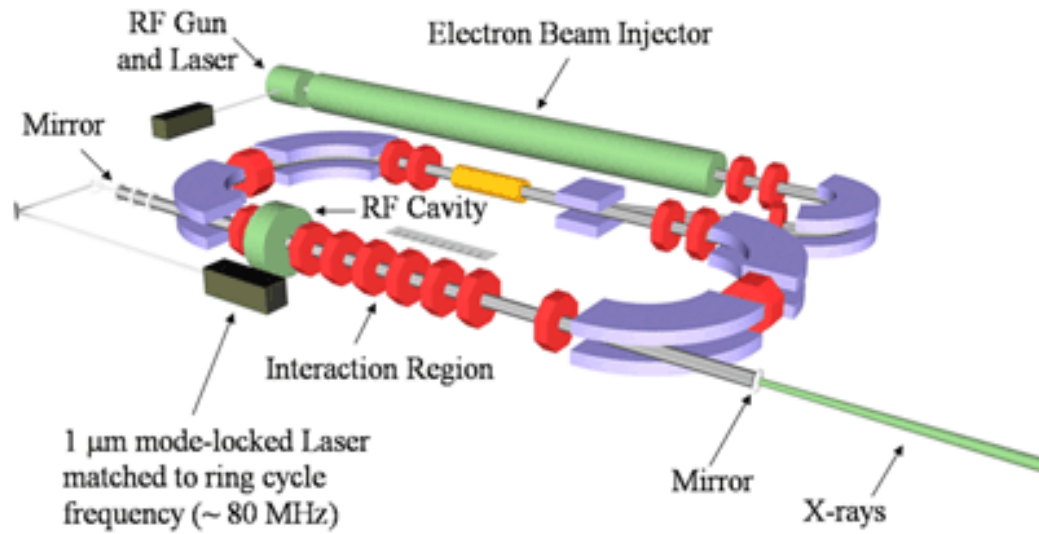
DVĚ CESTY  
již (téměř) komercializované

rozptyl elektronového svazku na	laserovém svazku	atomech
guru	Ronald Ruth	Hironari Yamada
komerční označení	LYNCEAN CLS	MIRRORCLE
země	USA	Japonsko

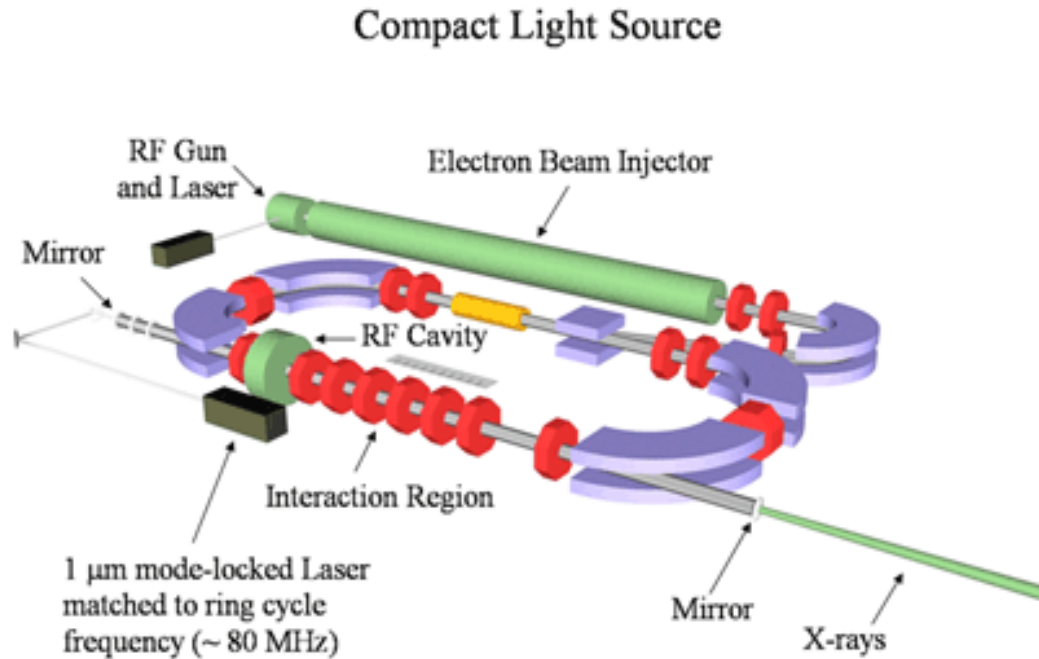
Rozptyl na stojaté laserové vlně

# Rozptyl na laserovém svazku

## Compact Light Source



# Rozptyl na laserovém svazku



- vzpomínka na rozptyl atomů a molekul na světelné mřížce
- světlo tvoří "wiggler" s periodou  $1 \mu\text{m}$
- pro vznik rtg paprsků stačí  $E = 30 \text{ MeV}$

# Rozptyl na laserovém svazku

## Vzpomínka na wiggler

- I. relativistický elektron vidí nalétávat měkký foton. V jeho souřadné soustavě je frekvence dopplerovsky posunutá

$$\hbar \omega' = \hbar \omega \gamma (1 - \beta \cos \theta)$$

- II. tento foton se elasticky rozptýlí. Pozorovatel vidí další dopplerovský posun

$$\hbar \omega = \hbar \omega' \gamma (1 + \beta \cos \theta')$$



# Rozptyl na laserovém svazku

## Vzpomínka na wiggler

- I. relativistický elektron vidí nalétávat měkký foton. V jeho souřadné soustavě je frekvence dopplerovsky posunutá

$$\hbar \omega' = \hbar \omega \gamma (1 - \beta \cos \theta)$$

- II. tento foton se elasticky rozptýlí. Pozorovatel vidí další dopplerovský posun

$$\hbar \omega = \hbar \omega' \gamma (1 + \beta \cos \theta')$$

Alternativní pohled (vlastně QED)

**INVERSNÍ COMPTONŮV ROZPTYL**

# Rozptyl na laserovém svazku

## Vzpomínka na wiggler

- I. relativistický elektron vidí nalétávat měkký foton. V jeho souřadné soustavě je frekvence dopplerovsky posunutá

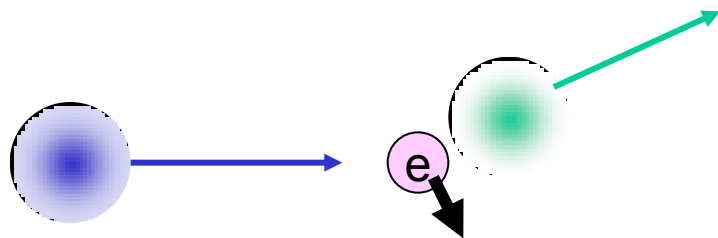
$$\hbar \omega \rightarrow \hbar \omega' \quad \text{dopad}$$

- II. tento foton se elasticky rozptýlí. Pozorovatel vidí další dopplerovský posun

$$\hbar \omega' \rightarrow \hbar \omega'' \quad \text{zad}$$

Alternativní pohled (vlastně QED)

**INVERSNÍ COMPTONŮV ROZPTYL**



COMPTON

# Rozptyl na laserovém svazku

## Vzpomínka na wiggler

- I. relativistický elektron vidí nalétávat měkký foton. V jeho souřadné soustavě je frekvence dopplerovsky posunutá

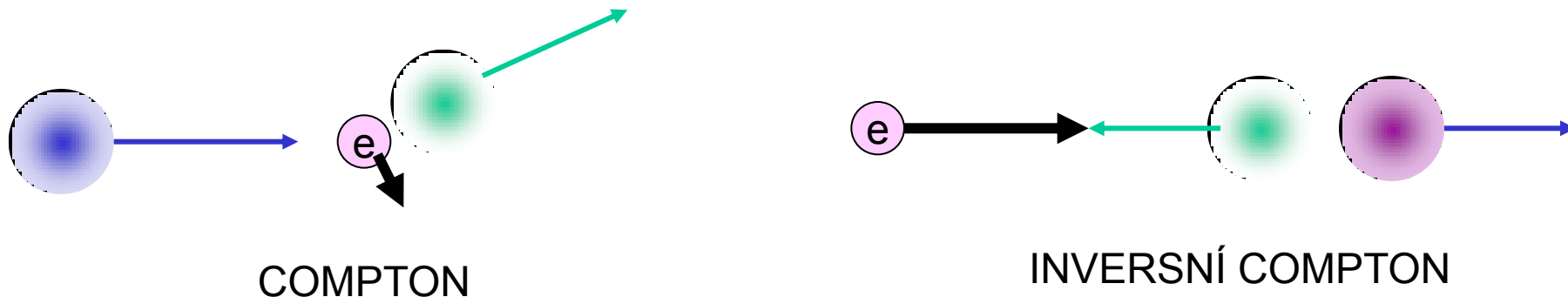
$$\hbar \omega \rightarrow \hbar \omega' \quad \text{dopad}$$

- II. tento foton se elasticky rozptýlí. Pozorovatel vidí další dopplerovský posun

$$\hbar \omega \rightarrow \hbar \omega'' \quad \text{zad}$$

Alternativní pohled (vlastně QED)

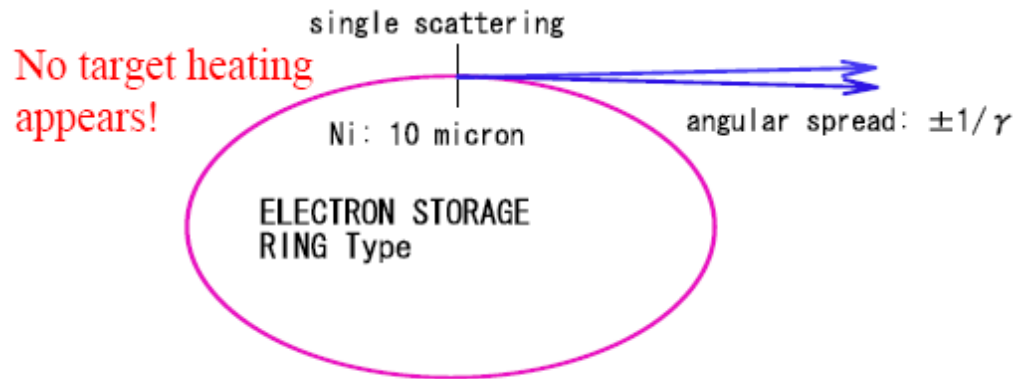
### INVERSNÍ COMPTONŮV ROZPTYL



Rozptyl na atomovém terčičku (folii)

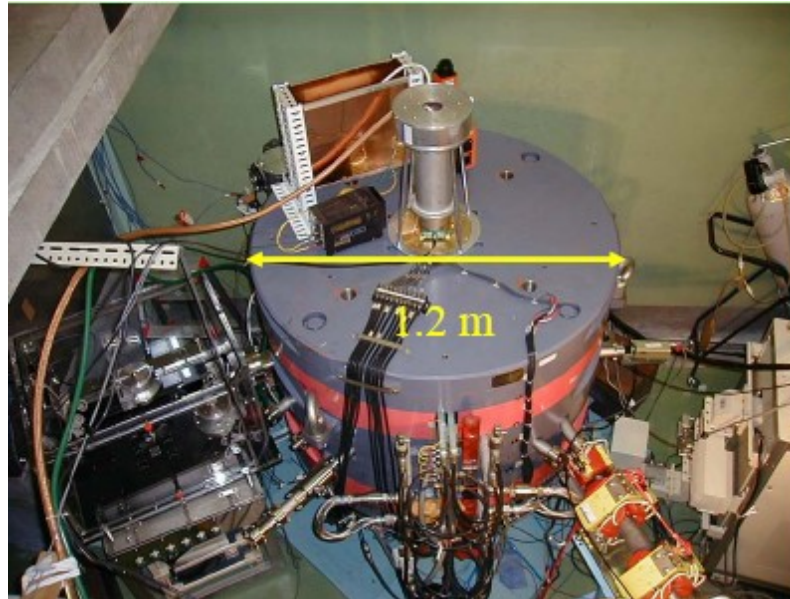
# Rozptyl na atomovém terčičku

Nakreslil sám Yamada

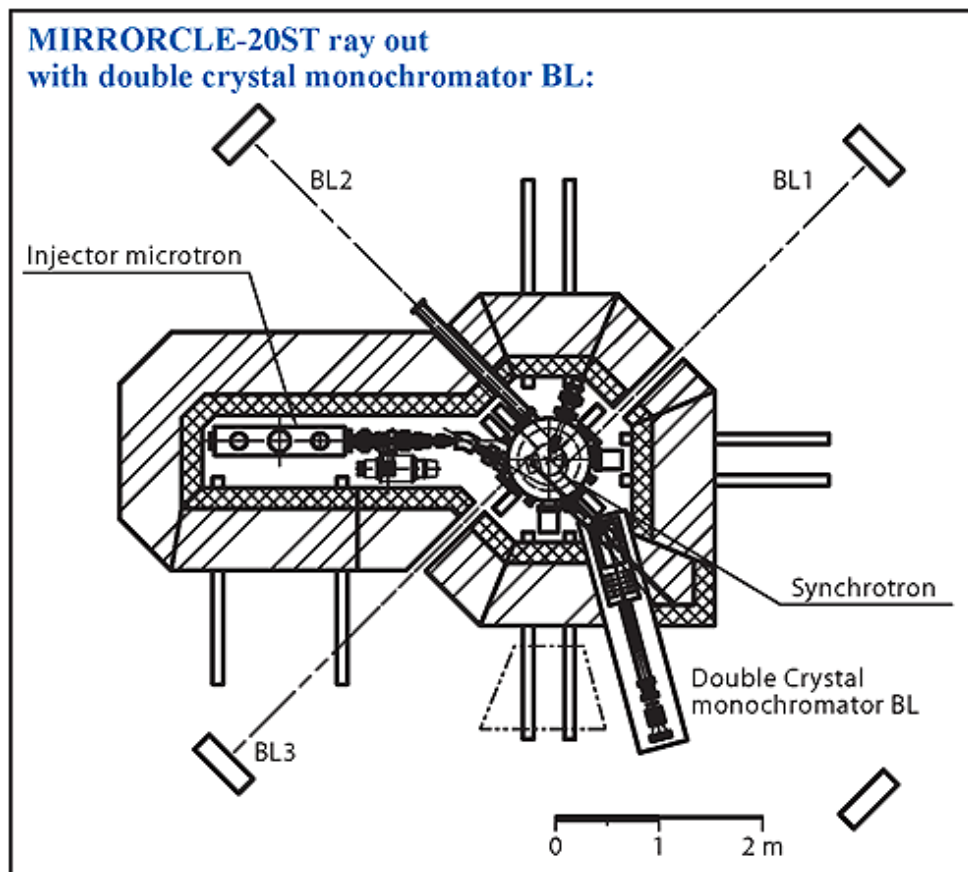


- Není to brzdné záření, ale elastická deflexe doprovázená zářením
- Filosofická otázka: je to synchrotron?
- Terčík je tak malý, že dojde jen k jednomu rozptylu, elektron se zotaví a vrátí do svazku. Na jednu injekci mnoho oběhů
- Energie elektronů 20 MeV, podobné jako u Comptona, relativistická kolimace je horší, ale nastává

# *Mirrorcle 20 ve skutečnosti*



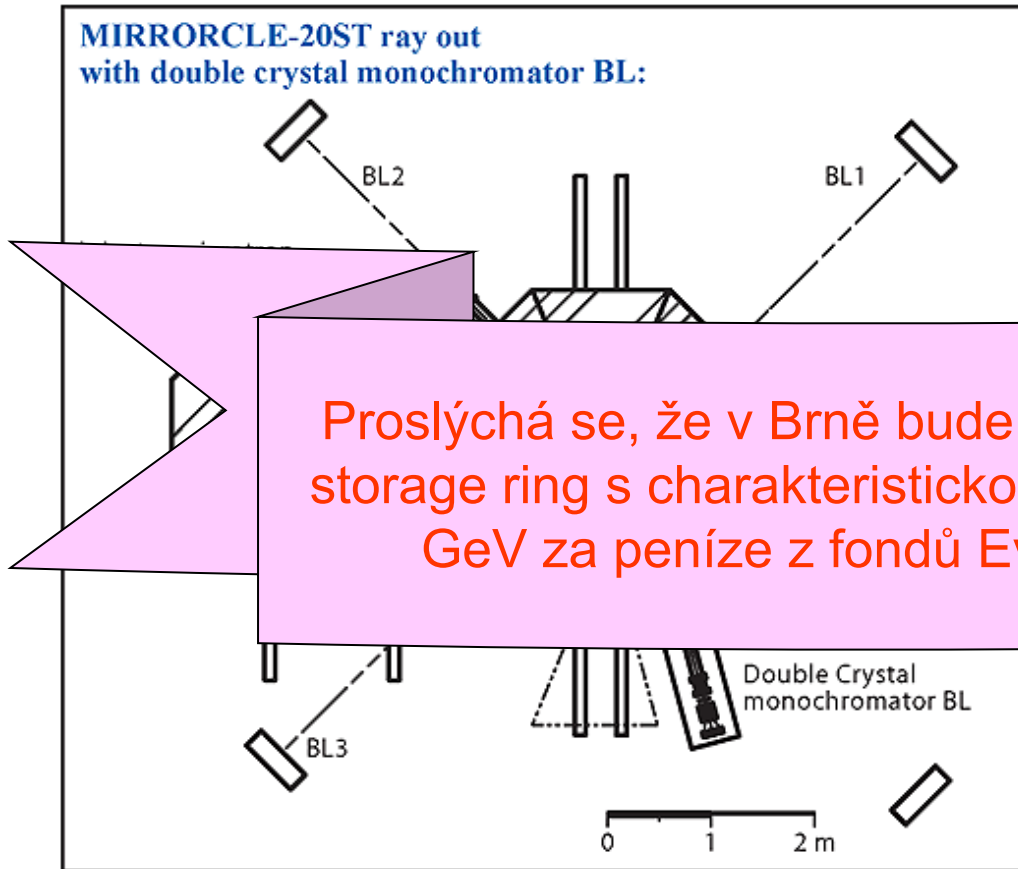
# *Budoucnost SZ pro nás zde v Praze*



Zařazeno do plánu MTZ na  
MFF v Praze, ale už nějak  
dlouho

Obr. 1 půdorys synchrotronu

# Budoucnost SZ pro nás zde v Praze *a v Brně*



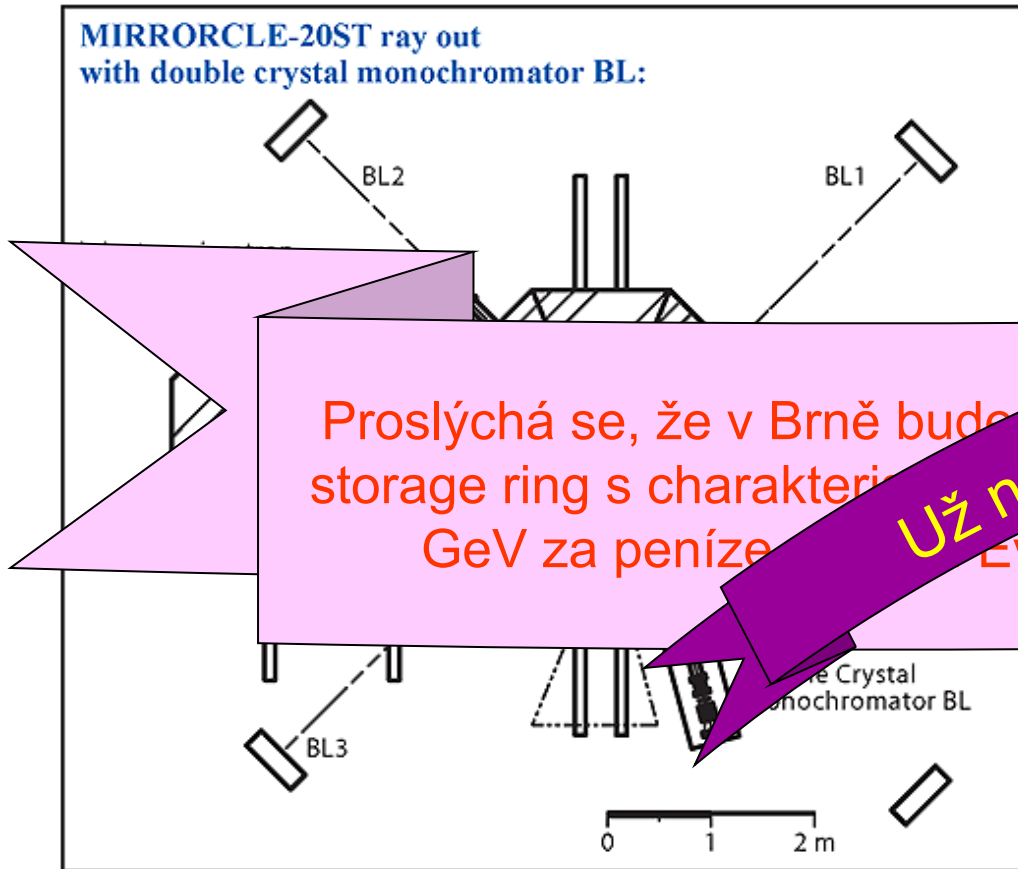
Zařazeno do plánu MTZ na  
MFF v Praze, ale už nějak  
dlouho

Proslýchá se, že v Brně bude vybudován velký  
storage ring s charakteristickou energií několika  
GeV za peníze z fondů Evropské Unie

Obr. 1 půdorys synchrotronu



# Budoucnost SZ pro nás zde v Praze *a v Brně*



Zařazeno do plánu MTZ na  
MFF v Praze, ale už nějak  
dlouho

Proslýchá se, že v Brně bude velký  
storage ring s charakteristickou energií několika  
GeV za peníze Evropské Unie

**Už ne**

Obr. 1 půdorys synchrotronu

*The end*