

F4110

Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2009 – 2010  
USKUTEČNĚNÉ/PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY

1	Měřítko kvantového světa	24.2.
2	Brownův pohyb	3.3.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	10.3.
4	Elektronová optika	17. 3.
5	<del>Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi</del>	24. 3.
6	Neutronová interference	31. 3.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	7. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	14. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	21. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	28. 4.
11	Inversní linie čpavku: Sláva a pád	5.5.
12	Fysika nízkých a extrémně nízkých teplot	12. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	19. 5.
14	Zpomalené a zastavené světlo	24. 5.

F4110

Kvantová fyzika atomárních soustav  
letní semestr 2009 – 2010  
USKUTEČNĚNÉ/PLÁNOVANÉ PŘEDNÁŠKY

1	Měřítko kvantového světa	24.2.
2	Brownův pohyb	3.3.
3	Langevinova rovnice pro Brownův pohyb	10.3.
4	Elektronová optika	17. 3.
5	<del>Synchrotronové záření v kosmu a na Zemi</del>	24. 3.
6	Neutronová interference	31. 3.
7	Kvantová interferometrie (II. část)	7. 4.
8	Jev Bohma a Aharonova	14. 4.
9	Vibrace v polyatomických molekulách	21. 4.
10	Molekulové vibrace a skleníkový jev	28. 4.
11	Inversní linie čpavku: Sláva a pád	5.5.
12	Fysika nízkých a extrémně nízkých teplot	12. 5.
13	Studené atomy: BE kondensace	19. 5.
14	Zpomalené a zastavené světlo	24. 5.

$\hbar$

**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2009 - 2010**

**VI.**  
**Neutronová interferometrie**

**KOTLÁŘSKÁ 31. BŘEZNA 2010**

# Úvodem

- Planckova konstanta od teď bude rozhodující
- budeme sledovat komplementaritu částice – vlna
- nejprve kvalitativní pohled na  
de Broglieho/Schrödingerovy vlny
- pak něco o neutronech
- neutronová interference – mezi nejkrásnějšími  
pokusy s vlnovými vlastnostmi částic
- teoretický přístup fyzikální optiky – analogický teorii  
optického Machova-Zehnderova interferometru

# Schrödingerovy vlny

Schrödingerovy vlny  
(kvantová mechanika z rychlíku)

# de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$

de Broglie

$$\omega = \hbar^{-1} E, \quad \mathbf{k} = \hbar^{-1} \mathbf{p}$$

Relativistická heuristika:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

dva úměrné čtyřvektory

$$(i\omega, \mathbf{k}) = \hbar^{-1} (E, \mathbf{p})$$

$$= \hbar^{-1} \gamma (mc, m\mathbf{v})$$

# de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

de Broglie

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$

$$\omega = \hbar \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$$

Relativistická heuristika:

dva úměrné čtyřvektory

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(i\omega, \mathbf{k}) = \hbar (i\omega/c, \mathbf{p})$$

$$= \hbar (i\omega/c, \mathbf{v})$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = \gamma m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right) \approx m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 = \hbar \omega_0 + \hbar \omega$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$



# de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

de Broglie

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$

$$\omega = \hbar^{-1} E, \quad \mathbf{k} = \hbar^{-1} \mathbf{p}$$

Relativistická heuristika:

dva úměrné čtyřvektory

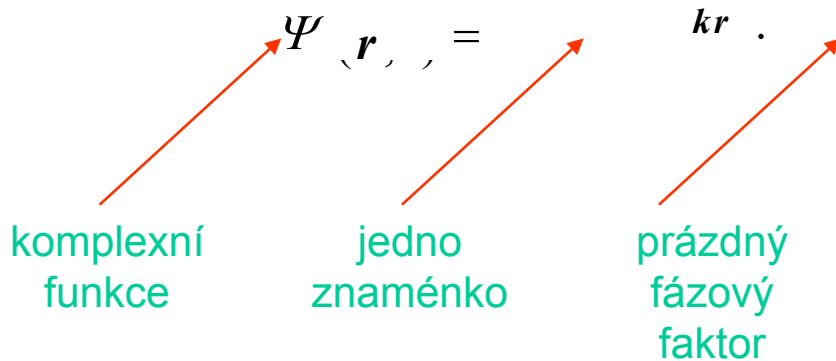
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(i\omega, \mathbf{k}) = \hbar^{-1} (E, \mathbf{p})$$

$$= \hbar^{-1} \gamma (E_0, \mathbf{p}_0)$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = \gamma E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx E_0 + \frac{1}{2} m v^2 \equiv E_0 + \frac{1}{2} m v^2 = \hbar \omega_0 + \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \frac{v^2}{c^2}$$



$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m c^2 \frac{v^2}{c^2}$$

# de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

de Broglie

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$

$$\omega = \hbar^{-1} E, \quad \mathbf{k} = \hbar^{-1} \mathbf{p}$$

Relativistická heuristika:

dva úměrné čtyřvektory

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(i\omega, \mathbf{k}) = \hbar^{-1} (E, \mathbf{p}) \\ = \hbar^{-1} \gamma (E_0, \mathbf{p}_0)$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = \gamma m_0 c^2 = m_0 c^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots \right) \approx m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 = \hbar \omega_0 + \hbar \omega$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)} \quad \mathbf{k}r \quad \cdot \quad E = \hbar \omega = \hbar \omega_0 + \hbar \omega = 2m_0 c^2 + \hbar \omega$$

# de Broglieovy materiální vlny

Volná částice:

de Broglie

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$

$$\omega = \hbar^{-1} E, \quad \mathbf{k} = \hbar^{-1} \mathbf{p}$$

Relativistická heuristika:

dva úměrné čtyřvektory

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$(i\omega, \mathbf{k}) = \hbar^{-1} (E, \mathbf{p})$$

Přechod k nerelativistické limitě (a nové značení)

$$E_{\text{rel}} = \gamma m c^2 = m c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx m c^2 + \frac{1}{2} m v^2 \equiv m_0 c^2 + E_{\text{kin}} = \hbar \omega_0 + \hbar \omega$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}, \quad E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Schrödingerova rovnice pro volnou částici

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v  $t$  počáteční podm.  $\Psi(\mathbf{r}, 0)$ , kvantová kausalita
- lineární princip superposice

# Schrödingerovy vlny

de Broglie

Volná částice:

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$ ,  $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}$ ,  $\omega = \frac{E}{\hbar}$

$k \rightarrow -k$   $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t)}$  dvě řešení ... stoj. vlna

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  = dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v  $t$  počáteční podm.  $\Psi(\mathbf{r}, 0)$ , kvantová kausalita
- lineární princip superposice

# Schrödingerovy vlny

de Broglie

Volná částice:

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - Et)}$ ,  $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}$ ,  $E = \hbar\omega$

$k \rightarrow -k$   $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + Et)}$  dvě řešení ... stoj. vlna

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  = dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v  $t$  počáteční podm.  $\Psi(\mathbf{r}, 0)$ , kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

# Schrödingerovy vlny

de Broglie

Volná částice:

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - Et)}$ ,  $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}$ ,  $E = \hbar\omega$

$k \rightarrow -k$   $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + Et)}$  dvě řešení ... stoj. vlna

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  dispersní zákon

tomu odpovídá  
Schrödingerova  
rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v  $t$  počáteční podm.  $\Psi(\mathbf{r}, 0)$
- kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším  
poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

# Schrödingerovy vlny

de Broglie

Volná částice:

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$ ,  $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}$ ,  $\omega = \frac{E}{\hbar}$

$k \rightarrow -k$   $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + \omega t)}$  dvě řešení ... stoj. vlna

$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v  $t$  počáteční podm.  $\Psi(\mathbf{r}, 0)$ , kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

stacionární řešení

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}), \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

# Schrödingerovy vlny

de Broglie

Volná částice:

rovinná vlna

$$k \rightarrow -k$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad \mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}, \quad \omega = \frac{E}{\hbar}$$

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \omega t)}$$

dvě řešení ... stoj. vlna

dispersní zákon

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v  $t$  počáteční podm.  $\Psi(\mathbf{r}, 0)$   
kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

stacionární řešení

nečasová Schrödingerova rovnice

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi(\mathbf{r}) + V(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}), \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

vlastní energie

vlastní funkce

prostorová amplituda



# Schrödingerovy vlny

de Broglie

Volná částice:

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$ ,  $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}$ ,  $\omega = \frac{E}{\hbar}$

$k \rightarrow -k$   $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + \omega t)}$  dvě řešení ... stoj. vlna

$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$

- 1. řádu v  $t$  počáteční podm.  $\Psi(\mathbf{r}, 0)$ , kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$

stacionární řešení

$\Delta \Psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \Psi(\mathbf{r}) = 0$ ,  $\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

$\underbrace{\Delta \Psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \Psi(\mathbf{r})}_{k^2(\mathbf{r})}$  velikost lokálního vlnového vektoru

# Schrödingerovy vlny

de Broglie

Volná částice:

rovinná vlna  $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)}$ ,  $\mathbf{k} = \frac{\mathbf{p}}{\hbar}$ ,  $\omega = \frac{E}{\hbar}$

$k \rightarrow -k$   $\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + \omega t)}$  dvě řešení ... stoj. vlna

$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  dispersní zákon

tomu odpovídá

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

- 1. řádu v  $t$  počáteční podm.  $\Psi(\mathbf{r}, 0)$ , kvantová kausalita
- lineární princip superposice

Částice ve vnějším poli:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t)$$

stacionární řešení

$$\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$

$k^2(\mathbf{r})$  velikost lokálního vlnového vektoru

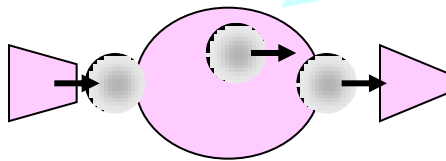
Užitečný pojem, pokud se  $k^2(\mathbf{r})$  mění plynule v prostoru  $\Rightarrow$

# Schrödingerovy vlny -- shrnutí

Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

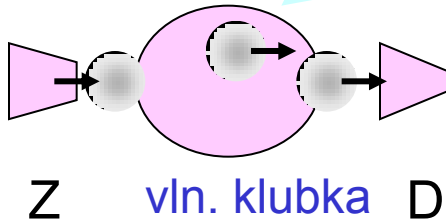


vln. klubka

# Schrödingerovy vlny -- shrnutí

Částice ve vnějším  
poli:  
Schrödingerova  
rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$



## ZÁKLADNÍ SCHEMA KVANTOVÉHO EXPERIMENTU

- Příprava počátečního stavu ... zdroj Z
- Kvantová evoluce podle Schrödingerovy rovnice ... zachována kvantová koherence
- Kvantové měření ... redukce vlnové funkce na jednu z vlastních funkcí pozorovatelné veličiny dané měřicím přístrojem ... registrační zařízení

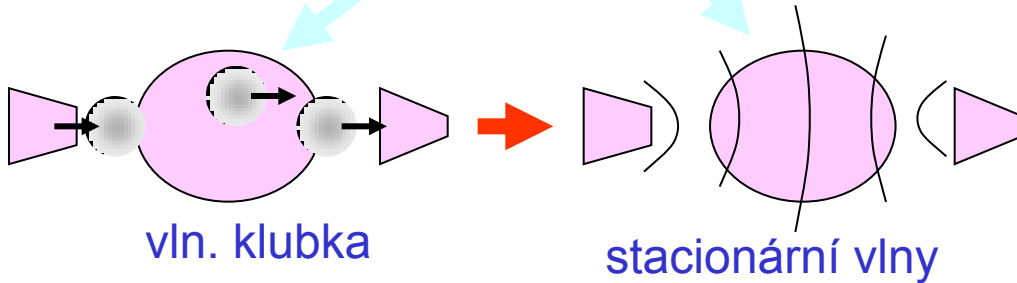
D

# Schrödingerovy vlny -- shrnutí

Částice ve vnějším poli:  
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení  $+\Delta V(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



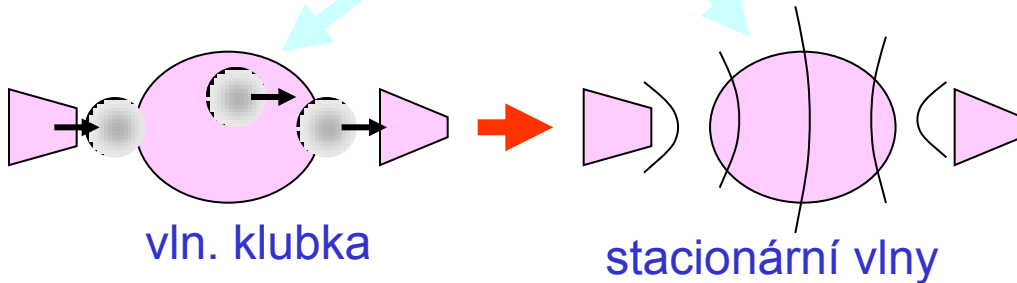
# Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

# Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:  
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení  $+\Delta V(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0$ ,  $\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



# Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

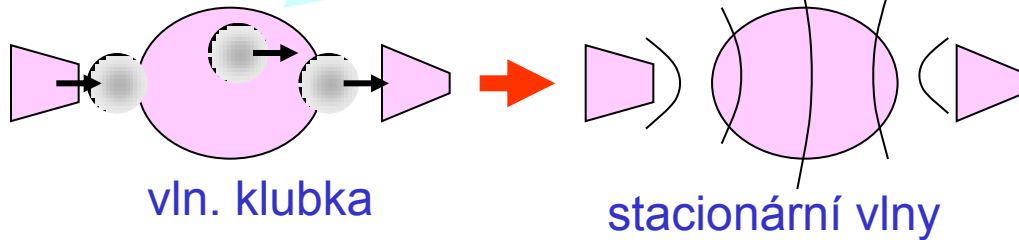
Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení  $+\Delta V(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0$ ,  $\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

plavně se měnící lokální vlnový vektor



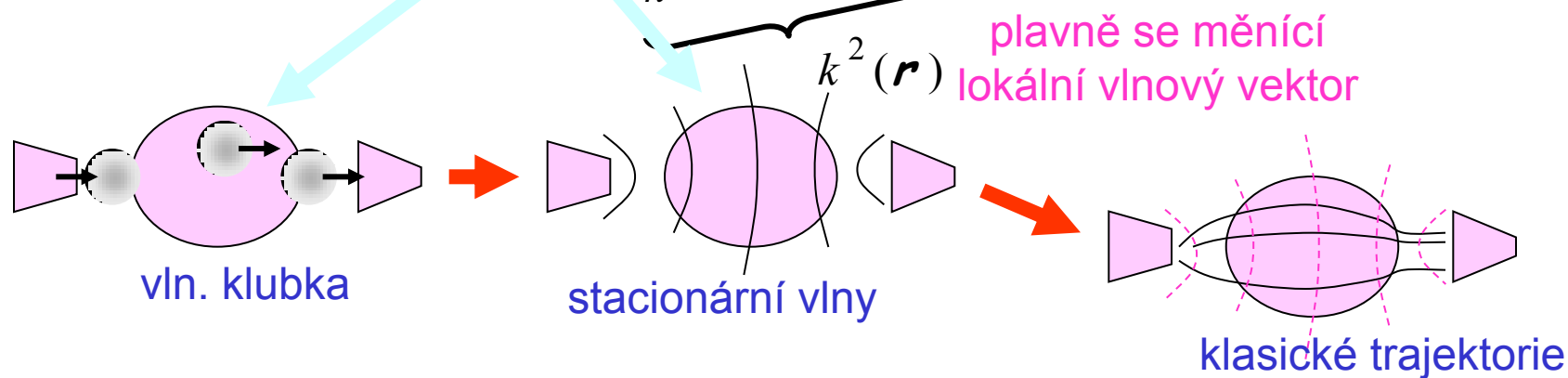


# Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:  
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení  $+\Delta V(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$



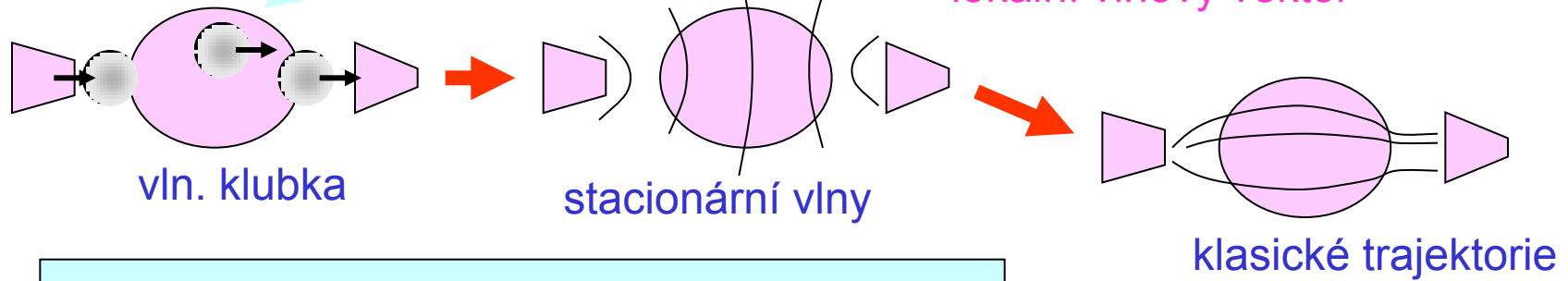
# Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení  $\psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0$ ,  $\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-iEt/\hbar}$



plavně se měnící lokální vlnový vektor

$$k^2(\mathbf{r})$$

vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) e^{iS(\mathbf{r})/\hbar}$$

$$S(\mathbf{r}) = \int \dots \hbar$$



# Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

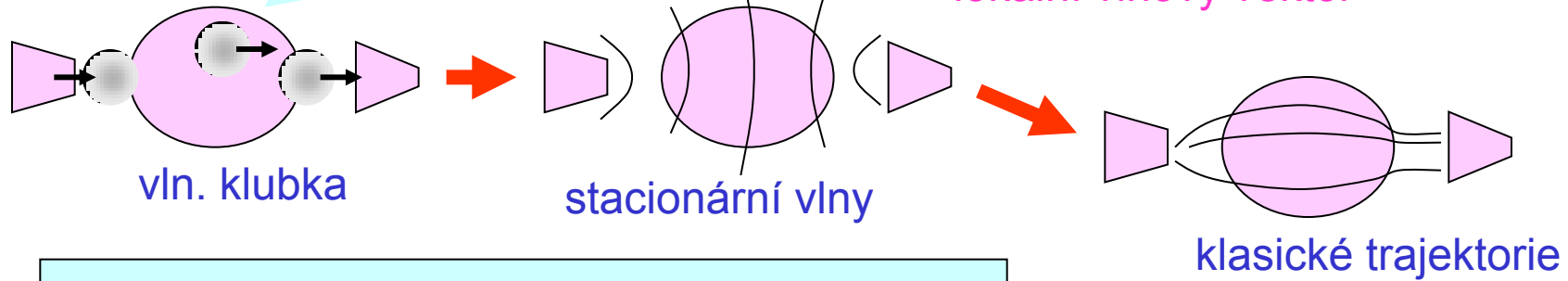
Částice ve vnějším poli:

Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení  $\psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0$ ,  $\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-iEt/\hbar}$

plavně se měnící lokální vlnový vektor



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

INDEX LOMU

$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{iS(\mathbf{r})/\hbar}$$

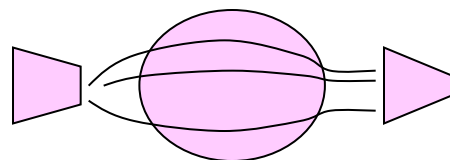
$$S(\mathbf{r}) = \int \mathbf{k} \cdot d\mathbf{r}$$

$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$



# Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...  
obvyklý způsob interpretace experimentů



klasické trajektorie

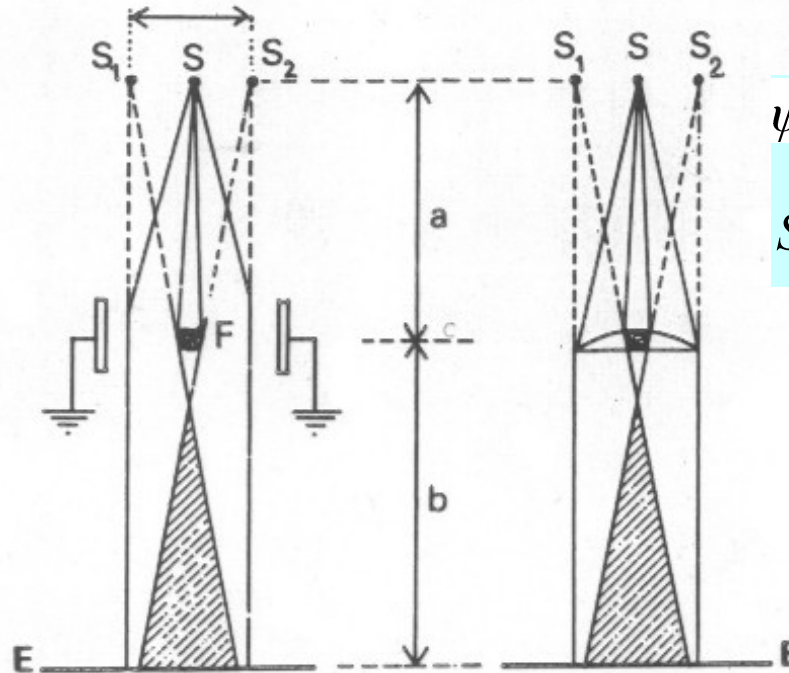
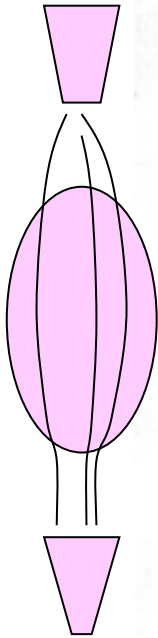
$$\psi(\mathbf{r}) = e^{iS(\mathbf{r})/\hbar}$$

$$S(\mathbf{r}) = \int \mathbf{p} \cdot d\mathbf{r}$$

# Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...  
obvyklý způsob interpretace experimentů

Klasické trajektorie



ELEKTRONOVÉ

OPTICKÉ

BIPRISMA

$$\psi(\mathbf{r}) = \int \psi(\mathbf{r}') e^{iS(\mathbf{r}, \mathbf{r}')/\hbar} d\mathbf{r}'$$

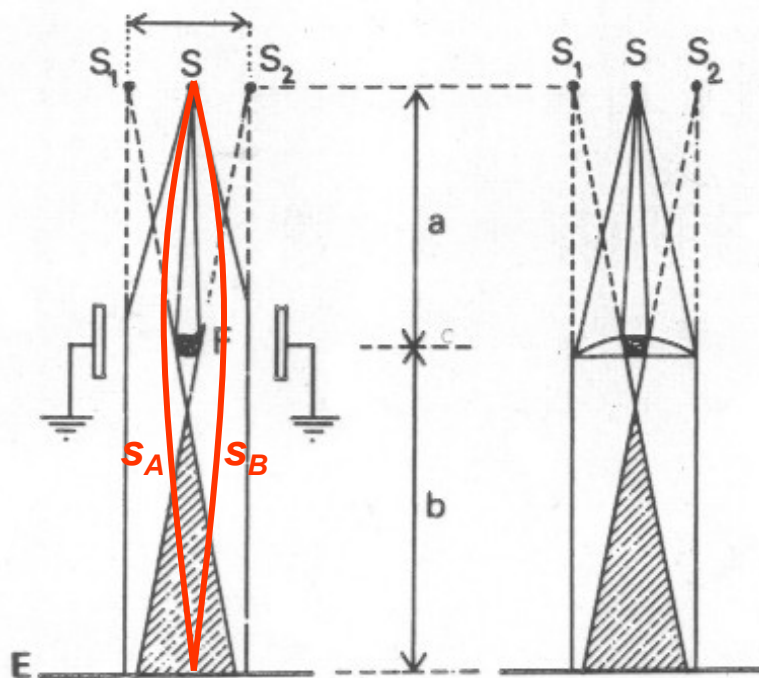
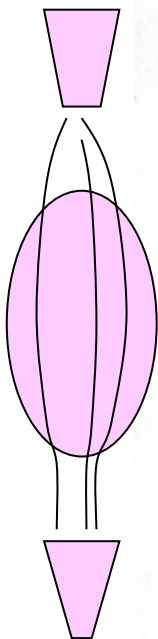
$$S(\mathbf{r}) = \int \mathbf{p} \cdot d\mathbf{r}$$



# Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Fresnelova aproximace fys. optiky ...  
obvyklý způsob interpretace experimentů

Klasické trajektorie



ELEKTRONOVÉ

OPTICKÉ

BIPRISMA

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int \psi(\mathbf{r}', t') e^{i(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{k} - i(E - E')t/\hbar} d\mathbf{r}' dt'$$

$$S(\mathbf{r}) = \int \mathbf{p} \cdot d\mathbf{r} - Et$$

fázový rozdíl =

$$\phi_A - \phi_B =$$

$$k \cdot (\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B) =$$

$$2\pi \cdot \frac{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_B|}{\lambda}$$



Neutrony

## *Proč právě neutronová interferometrie*

Jistě i jiné částice byly použity ... neutrony ale poskytují

mimořádně citlivé interferometrické metody

posloužily k provedení ojediněle krásných experimentů

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
<b>neutron</b>	<b>0</b>	<b>1,00866 u</b>	$\frac{1}{2}$	<b><math>-1,913\mu_p</math></b>	<b>932 s</b>



# Proč právě neutronová interferometrie

Jistě i jiné částice byly použity ... neutrony ale poskytují

dalekodosahové  
Coulombické síly

mimořádně citlivé interferometrické metody

posloužily k provedení ojedinele krásných experimentů

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001 \mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793 \mu_p$	stabilní
<b>neutron</b>	<b>0</b>	<b>1,00866 u</b>	$\frac{1}{2}$	<b><math>-1,913 \mu_p</math></b>	<b>932 s</b>

# Proč právě neutronová interferometrie

Jistě i jiné částice byly použity ... neutrony ale poskytují

dalekodosahové  
Coulombické síly

mimořádně citlivé interferometrické metody

posloužily k provedení ojediněle krásných experimentů

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	$-e$	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001\mu_e$	stabilní
proton	$+e$	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793\mu_p$	stabilní
<b>neutron</b>	<b>0</b>	<b>1,00866 u</b>	$\frac{1}{2}$	<b><math>-1,913\mu_p</math></b>	<b>932 s</b>

V látce neutron interaguje prostřednictvím jaderných sil nebo magn. momentu ... kontaktní interakce. Většinou spíše slabá. Jinak prochází téměř volně

Žádoucí vlnová délka např.  $1.8 \text{ \AA} = 0.18 \text{ nm}$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{2\pi}{k}, \quad p = \sqrt{2mE}, \quad v = p/m$$

částice	energie eV	rychlost m/s
elektron	46.4	4 041 000
neutron	$0.0253 = 293 k_B$	2 200

# Proč právě neutronová interferometrie

rozumně velká klubka  
prolétající aparaturou

. neutrony  
mimořádně krásný

žije mnohem déle, než trvá  
jeho průchod aparaturou

částice	náboj	hmotnost	spin	magn. moment	doba života
elektron	- e	$m_e = 0,00055 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$1,001 \mu_e$	stabilní
proton	+ e	$1,00782 \text{ u}$	$\frac{1}{2}$	$2,793 \mu_p$	stabilní
<b>neutron</b>	<b>0</b>	<b>1,00866 u</b>	$\frac{1}{2}$	<b>-1,913 <math>\mu_p</math></b>	<b>932 s</b>

tepelné neutrony  
snadno se získají  
termalisací neutronů  
ze zdroje

střednictvím jaderných  
spíše slabá. Jinak pro

$$8 \text{ \AA} = 0.18 \text{ nm}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad p = \sqrt{2mE}, \quad v = p/m$$

0.1 m urazí za  
45 mikrosekund, velmi  
pohodlná doba

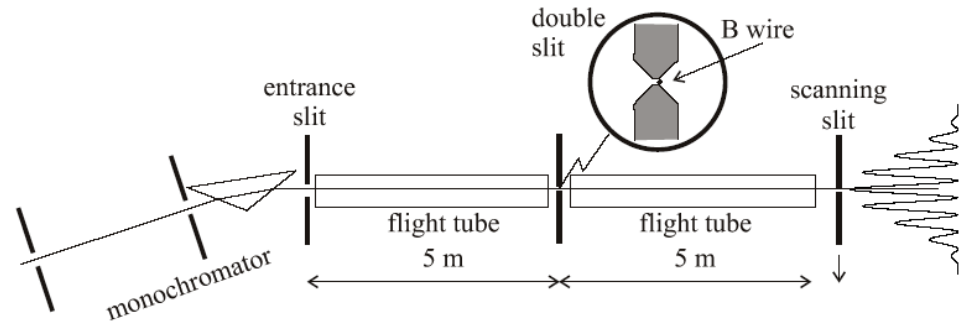
částice	energie eV	rychlost m/s
elektron	46.4	4 041 000
neutron	<b>0.0253 = 293 <math>k_B</math></b>	<b>2 200</b>

# Experimenty s interferencí neutronů

# Tři příklady aparatur ... které nemáme dnes na mysli

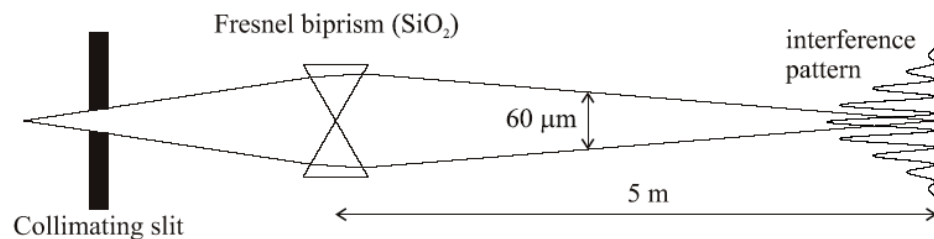
## ohyb na dvojštěbině

otázka: proč zrovna bor jako materiál pro dvojštěbinu



## neutronové biprisma

všimněte si ale biprismatu. jsou to opravdové křemenné hranoly, ale uspořádané jako rozptylka: index lomu  $n < 1$



## magnetický rozptyl na mřížce domén v železe

tato mřížka vzniká v železe spontánně a je dostatečně pravidelná pro vznik interferencí

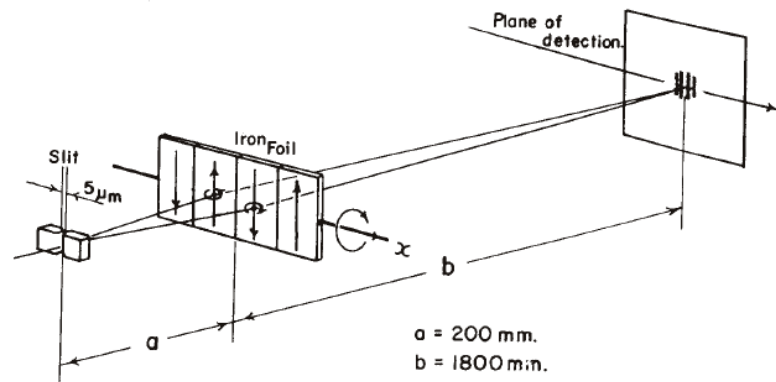


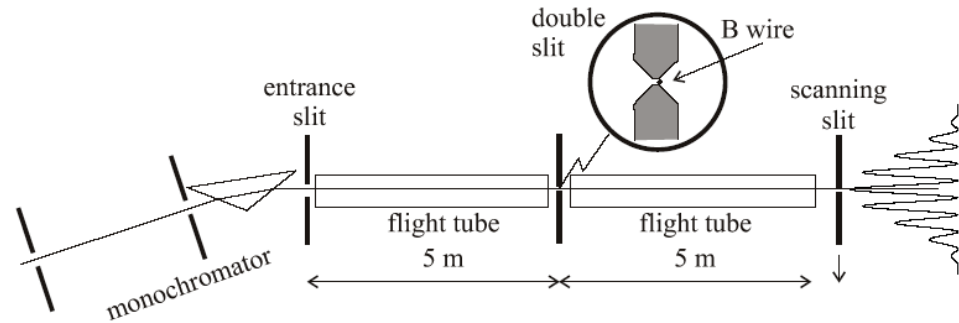
Figure 2.5.: Some examples of neutron interferometers using wavefront division: a double slit interferometer (Zeilinger et al. 1988a), the Fresnel biprism by Maier-Leibniz and Springer (1962) and diffraction from a ferromagnetic domain boundary (Klein and Opat 1976).



# Tři příklady aparatur ... které nemáme dnes na mysli

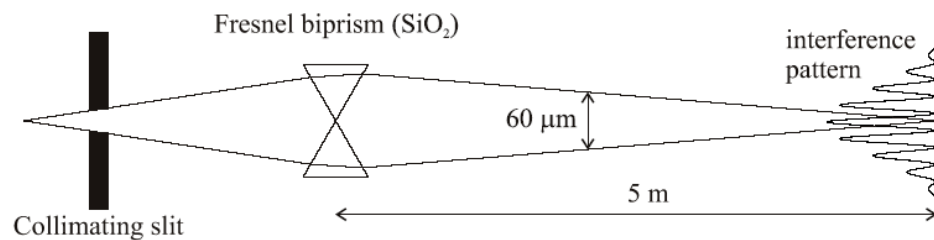
## ohyb na dvojštěbině

otázka: proč zrovna bor jako materiál pro dvojštěbinu



## neutronové biprisma

všimněte si ale biprismatu. jsou to opravdové křemenné hranoly, ale uspořádané jako rozptylka: index lomu  $n < 1$



## magnetický rozptyl na mřížce domén v železe

tato mřížka vzniká v železe spontánně a je dostatečně pravidelná pro vznik interferencí

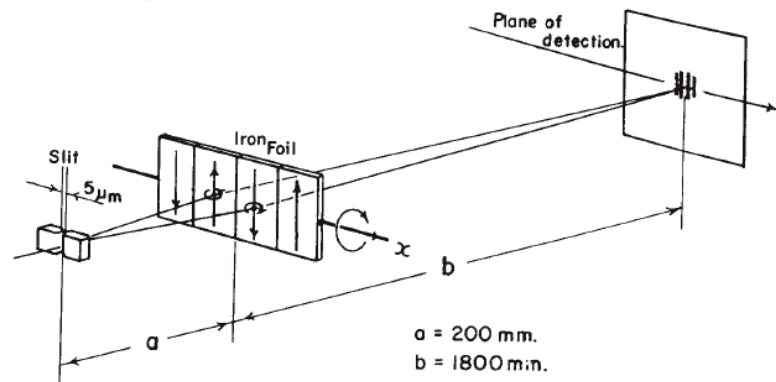


Figure 2.5.: Some examples of neutron interferometers using wavefront division: a double slit interferometer (Zeilinger et al. 1988a), the Fresnel biprism by Maier-Leibniz and Springer (1962) and diffraction from a ferromagnetic domain boundary (Klein and Opat 1976).



# neutronová dvojštěrbina

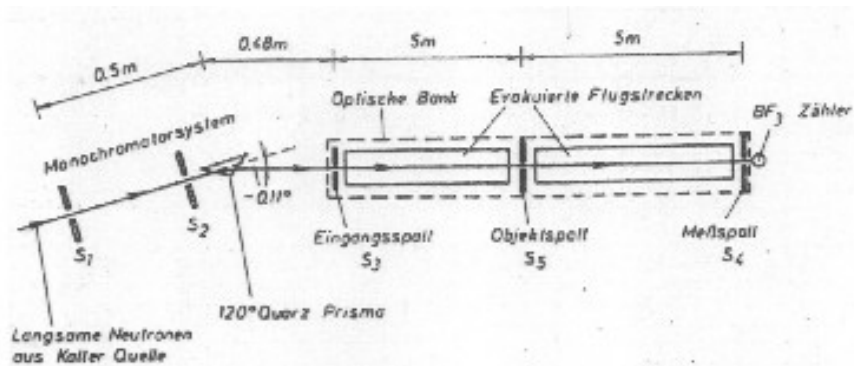
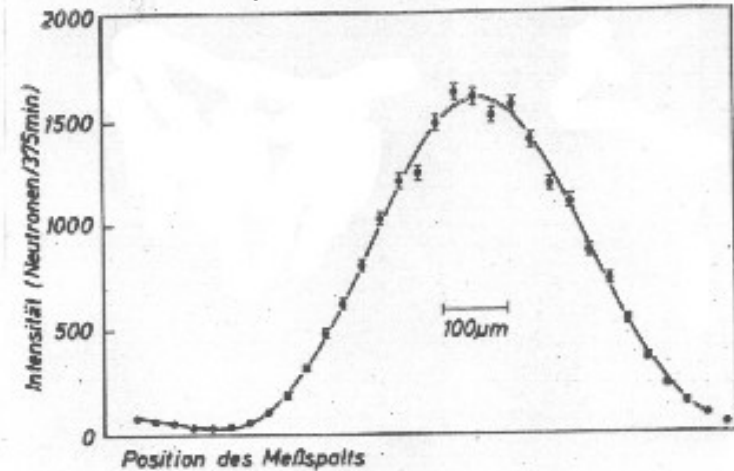


Abbildung 2 Die neutronenoptische Bank. Von den aus der Kalten Quelle des Reaktors kommenden Neutronen wird eine bestimmte Wellenlänge durch den Monochromator ausgewählt. Die Spalte  $S_3$  und  $S_4$  sind je  $20 \mu\text{m}$  breit. Als Objektspalt wurde entweder der Einzelspalt oder der Doppelspalt verwendet.

## jednoduchá štěrбина



# neutronová dvojštěrbina

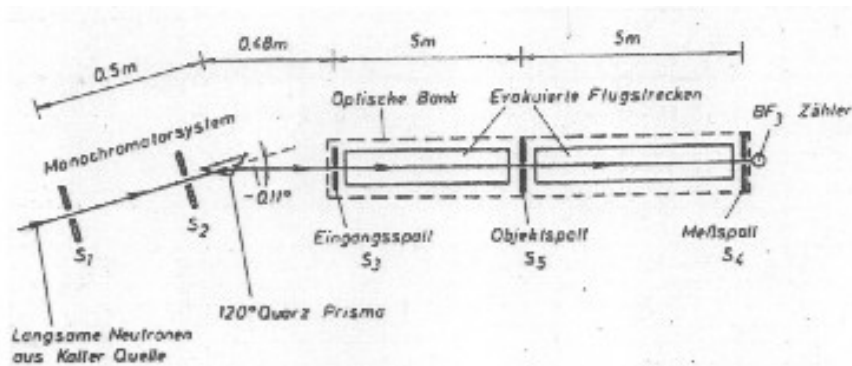
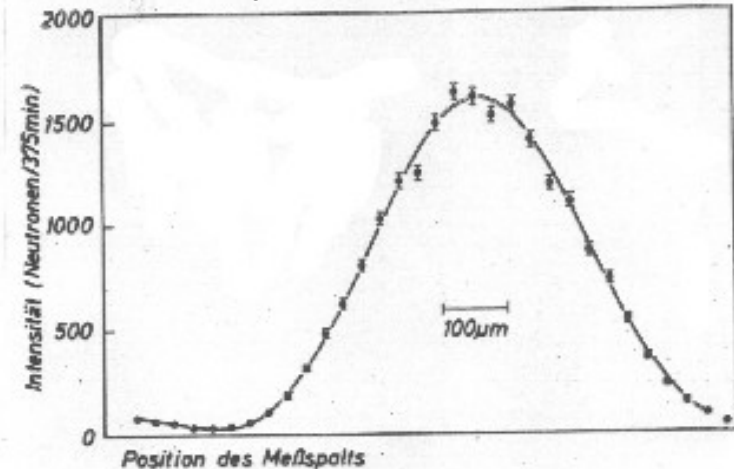
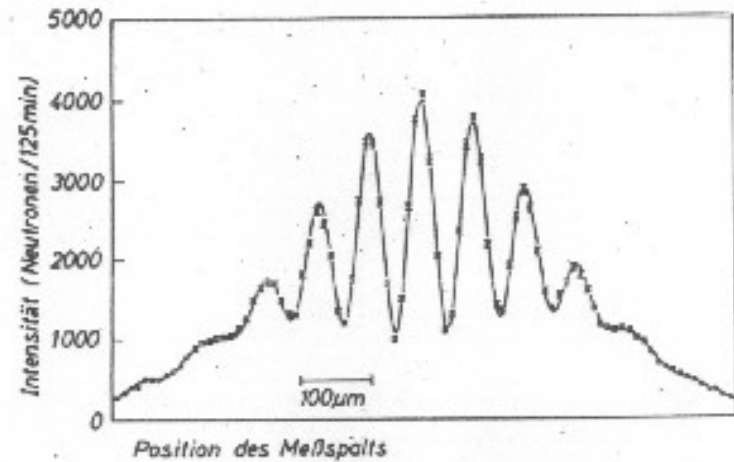
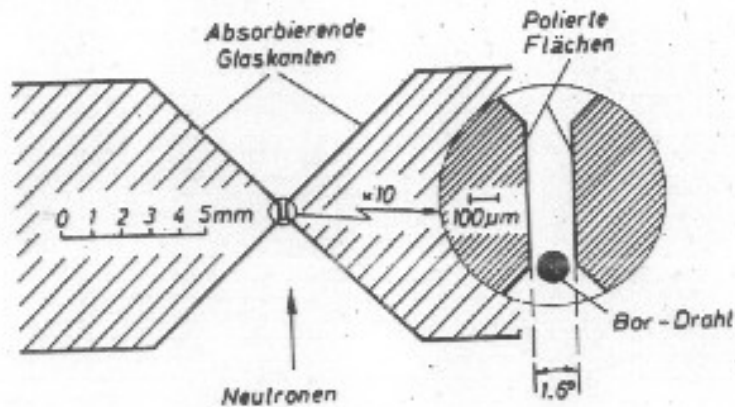


Abbildung 2 Die neutronenoptische Bank. Von den aus der Kalten Quelle des Reaktors kommenden Neutronen wird eine bestimmte Wellenlänge durch den Monochromator ausgewählt. Die Spalte S<sub>3</sub> und S<sub>4</sub> sind je 20 μm breit. Als Objektspalt wurde entweder der Einzelspalt oder der Doppelspalt verwendet.

## jednoduchá štěrбина

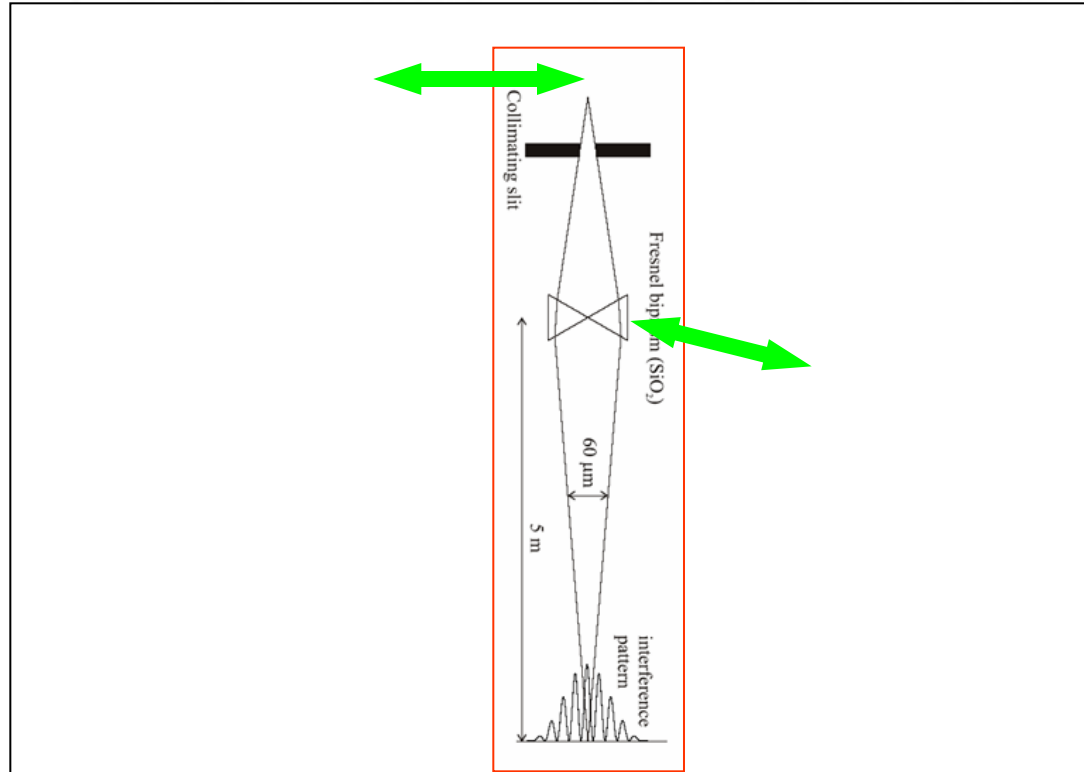


## dvojitá štěrбина





# *neutronové biprisma: srovnání*

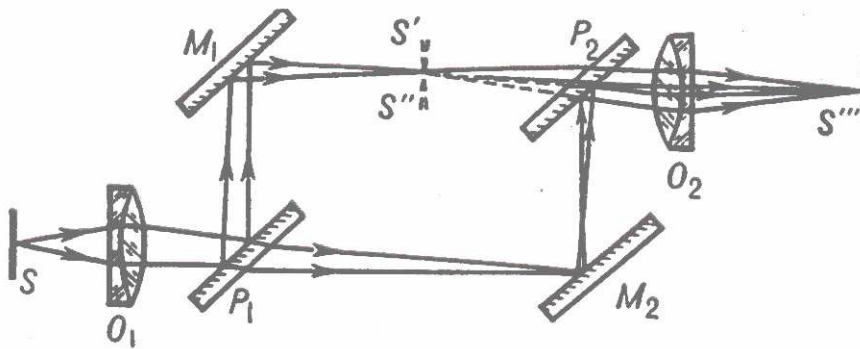


ELEKTRONOVÉ NEUTRONOVÉ OPTICKÉ  
BIPRISMA

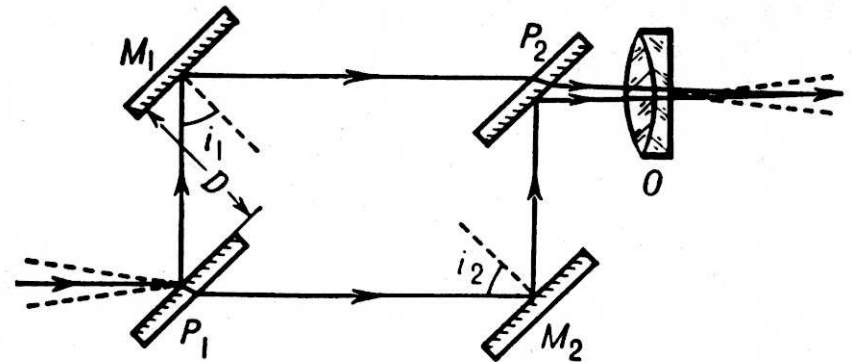
Neutrony: Mach-Zehnderův interferometr

# Inspirace z fyzikální optiky: Interferometr systému Mach-Zehnder

Uvedené systémy pro interferenci neutronů nedávaly prostorově oddělené dráhy, do kterých by se daly vkládat vzorky, kompenzační a justační členy atd. V optice však byl takový systém dávno znám:



Mach-Zehnder



Roschdestwenski

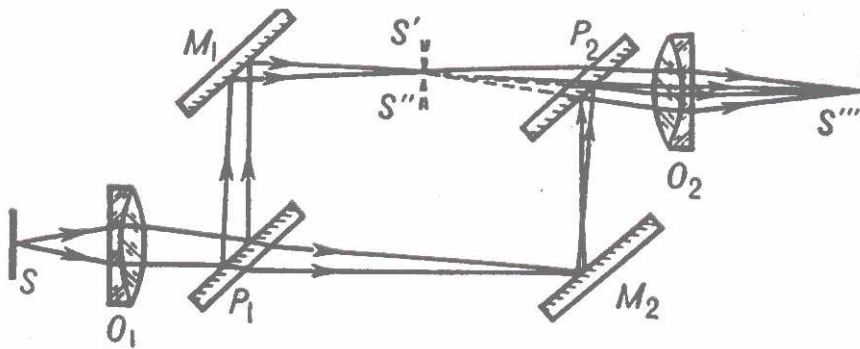
Čím se liší: u MZ jsou paralelní dvojice MM, PP, u R zase MP, MP.

Vzájemné natočení obou dvojic určuje šířku interferenčních proužků v prostoru. Čím je úhel menší, proužky jsou širší.

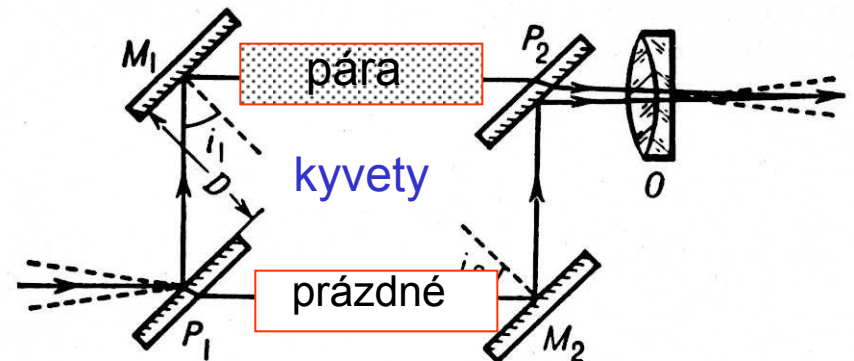
Oba svazky jsou symetrické ... stejný počet odrazů i průchodů, stejné dráhy, které lze ještě dokompenzovat

# Optický interferometr systému Mach-Zehnder

Uvedené systémy pro interferenci neutronů nedávaly prostorově oddělené dráhy, do kterých by se daly vkládat vzorky, kompensční a justační členy atd. V optice však byl takový systém dávno znám:



Mach-Zehnder



Roschdestwenski

Čím se liší: u MZ jsou paralelní dvojice MM, PP, u R zase MP, MP.

Vzájemné natočení obou dvojic určuje šířku interferenčních proužků v prostoru. Čím je úhel menší, proužky jsou širší.

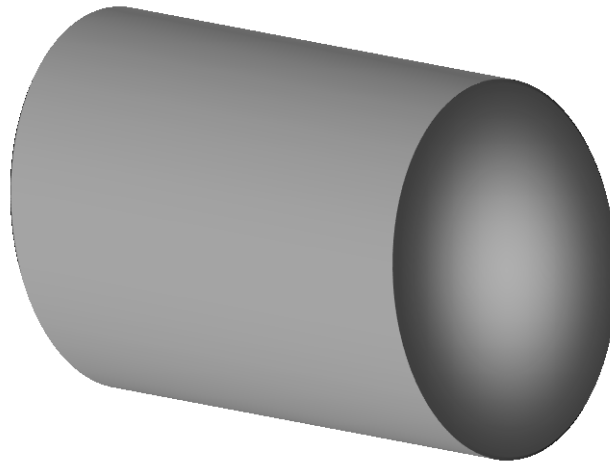
Oba svazky jsou symetrické ... stejný počet odrazů i průchodů, stejné dráhy, které lze ještě dokompenzovat

Známa aplikace: měření anomální disperse v atomových parách

## *Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)*

Uskutečnitelný díky rozvoje křemíkové technologie pro polovodičový průmysl. Už tenkrát uměli vypěstovat monokrystal křemíku o průměru 8 i 10 cm (3 a 4 inche) a s vysokou dokonalostí

Dnes jsou Si monokrystaly základem mezinárodních metrologických systémů – určení Avogadrovy konstanty atd.

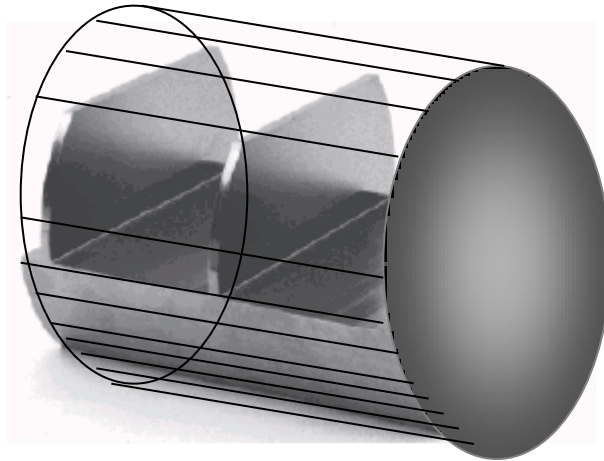


monokrystal  
ve tvaru válce

## *Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)*

Uskutečnitelný díky rozvoje křemíkové technologie pro polovodičový průmysl. Už tenkrát uměli vypěstovat monokrystal křemíku o průměru 8 i 10 cm (3 a 4 inche) a s vysokou dokonalostí

Dnes jsou Si monokrystaly základem mezinárodních metrologických systémů – určení Avogadrovy konstanty atd.



monokrystal  
ve tvaru válce

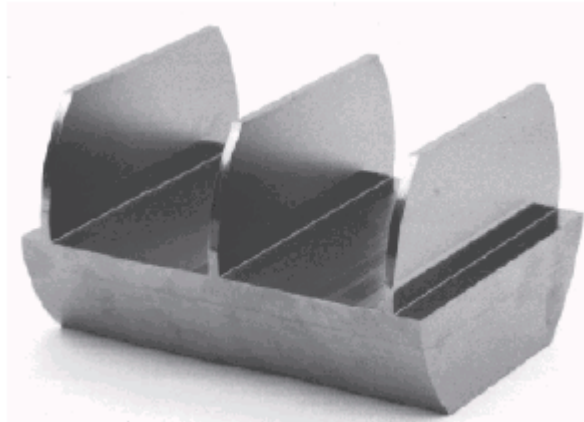
z něj se vyřeže  
interferometr jako  
celek

i vzdálené oblasti při  
pečlivé práci uchovají  
krystalografické  
uspořádání na dálku

## *Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)*

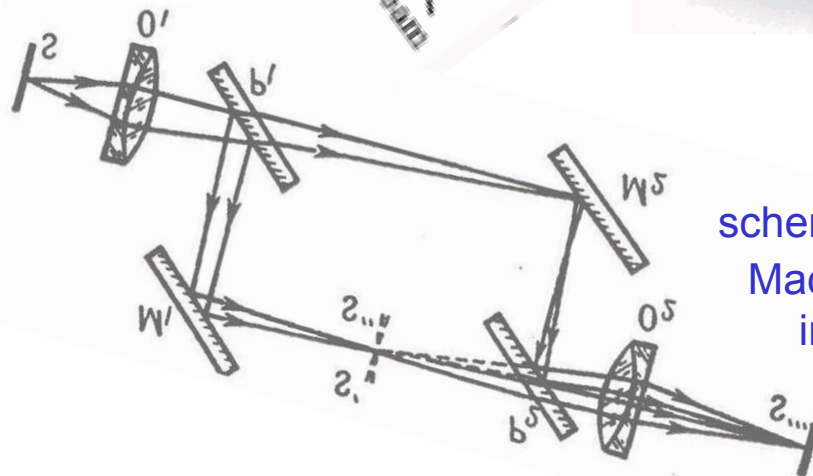
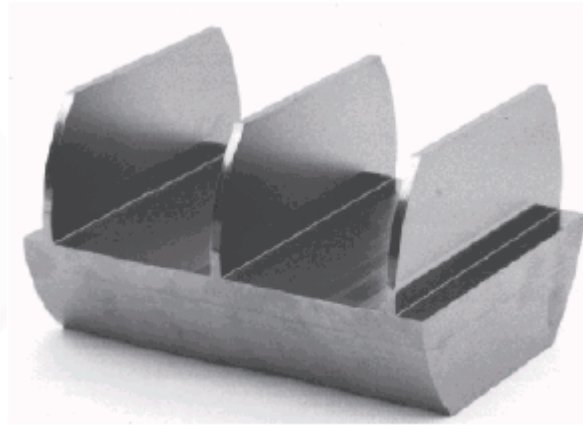
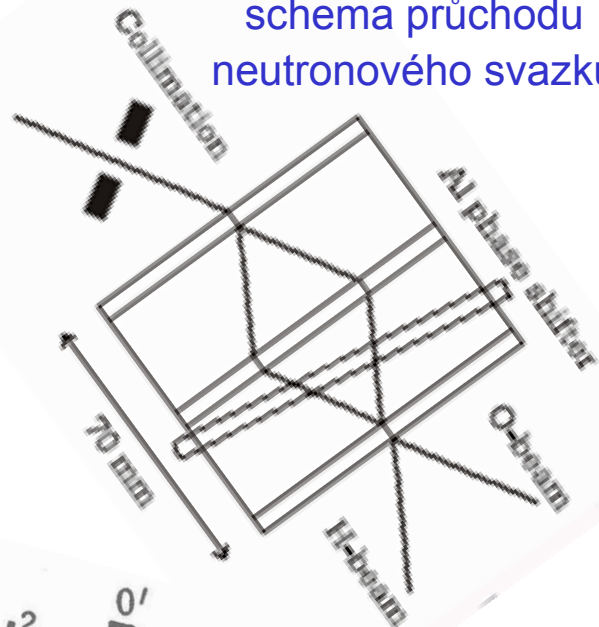
Uskutečnitelný díky rozvoje křemíkové technologie pro polovodičový průmysl. Už tenkrát uměli vypěstovat monokrystal křemíku o průměru 8 i 10 cm (3 a 4 inche) a s vysokou dokonalostí

Dnes jsou Si monokrystaly základem mezinárodních metrologických systémů – určení Avogadrovy konstanty atd.



# Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

schema průchodu neutronového svazku

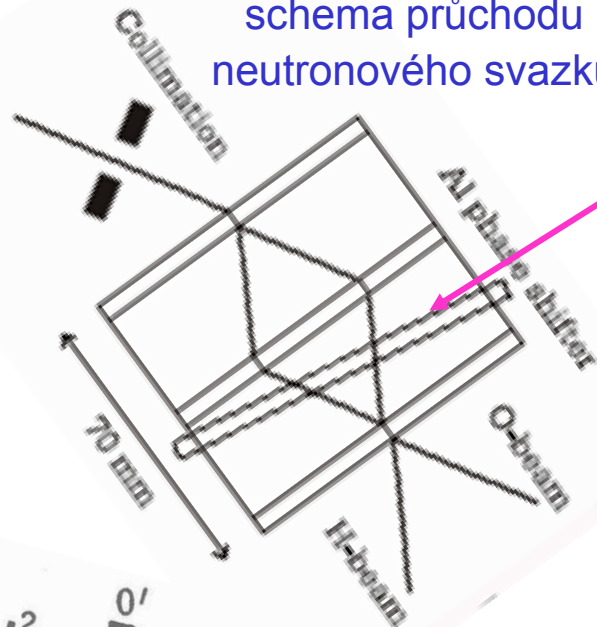


schema průchodu světla  
Mach-Zehnderovým  
interferometrem

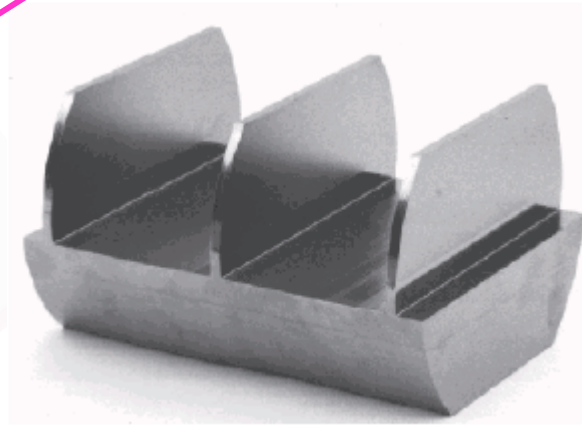


# Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)

schema průchodu neutronového svazku

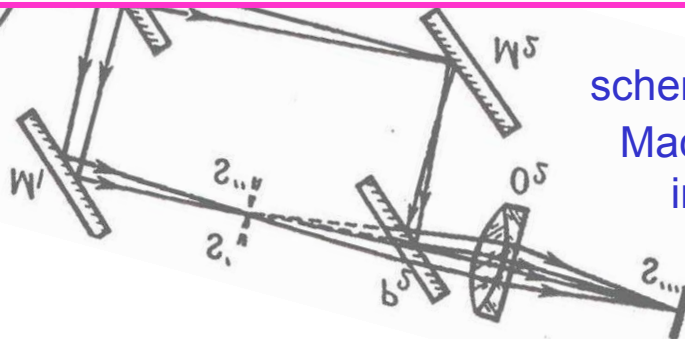


FÁZOVÝ  
KOMPENZÁTOR

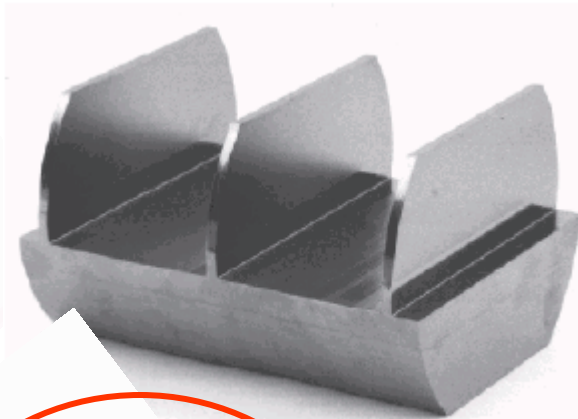
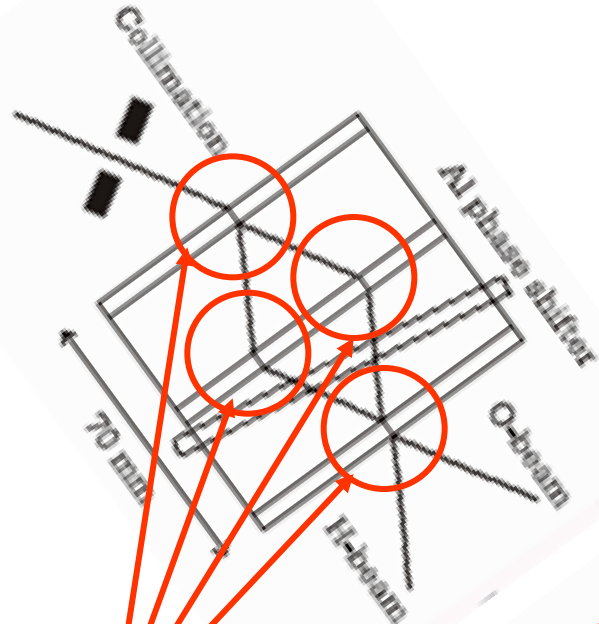


SYMETRICKÉ USPOŘÁDÁNÍ PAPRSKŮ

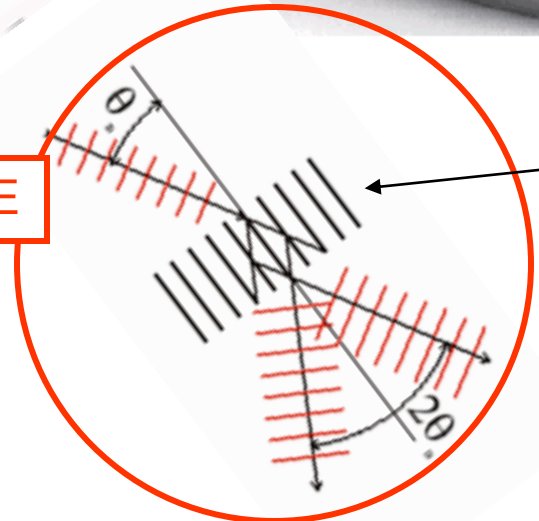
schema průchodu světla  
Mach-Zehnderovým  
interferometrem



# *Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)*

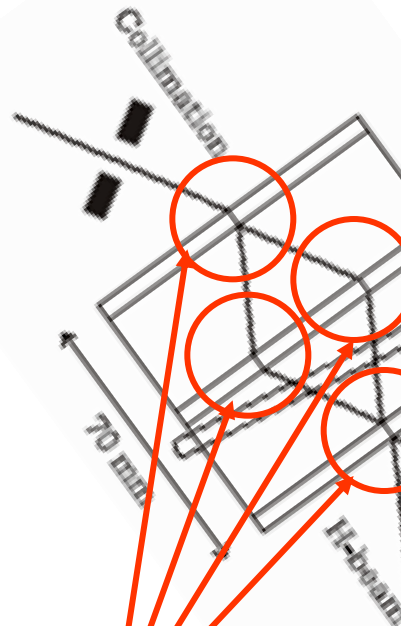


**BRAGGOVY REFLEXE**

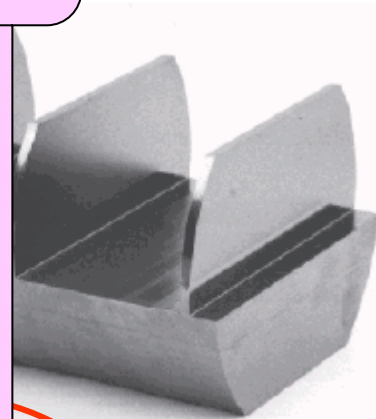


krytalové roviny ve směru osy interferometru

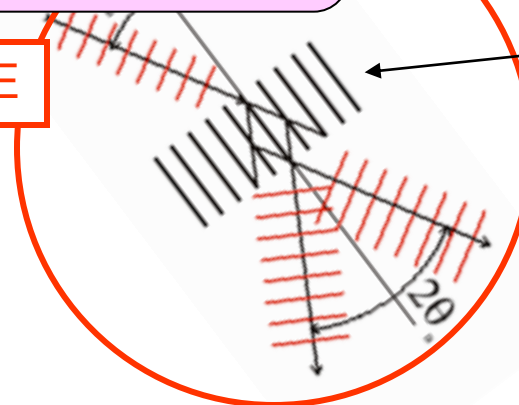
# *Si neutronový interferometr podle Bonseho a Raucha (1974)*



Ve skutečnosti složitá úloha z dynamické teorie difrakce, klade přísné podmínky na přesnost zhotovení interferometru



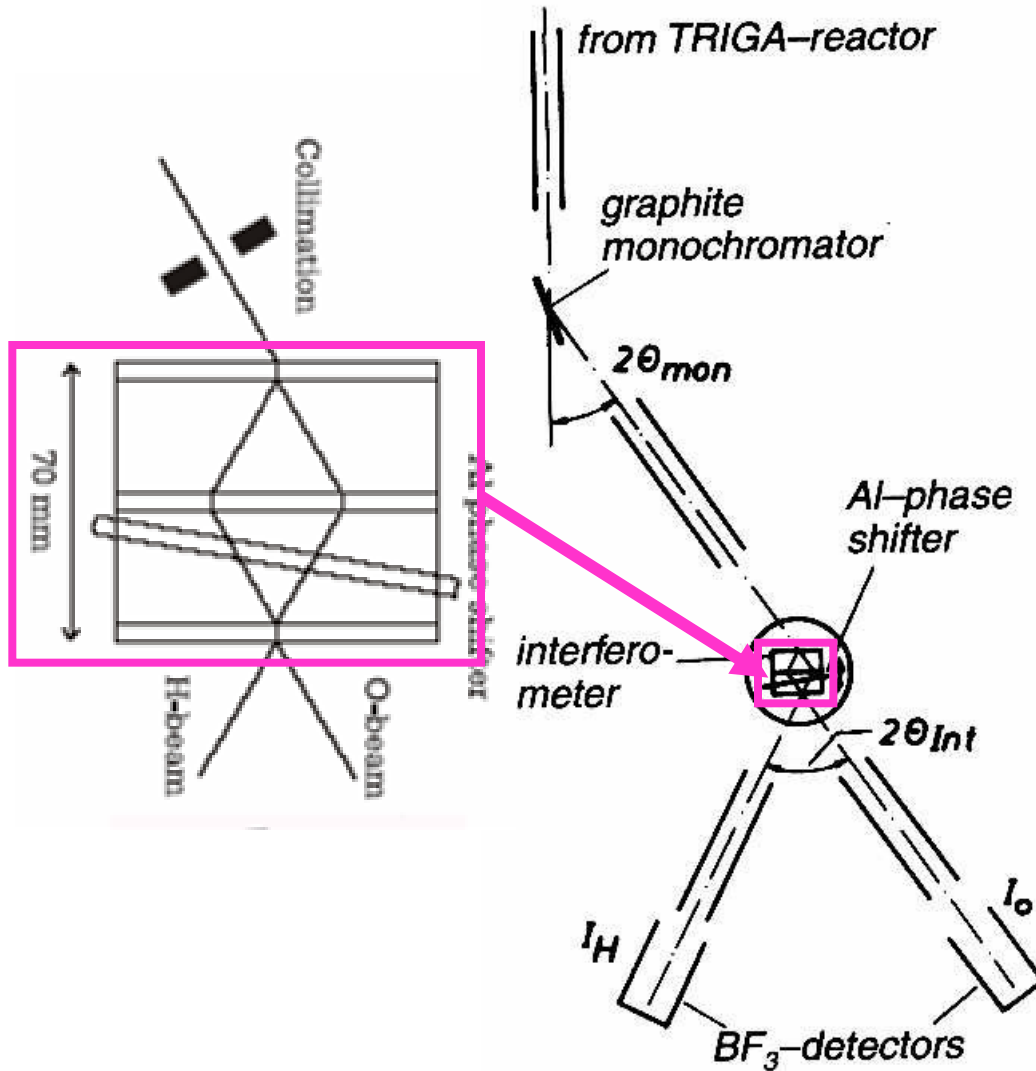
**BRAGGOVY REFLEXE**



krystalové roviny ve směru osy interferometru

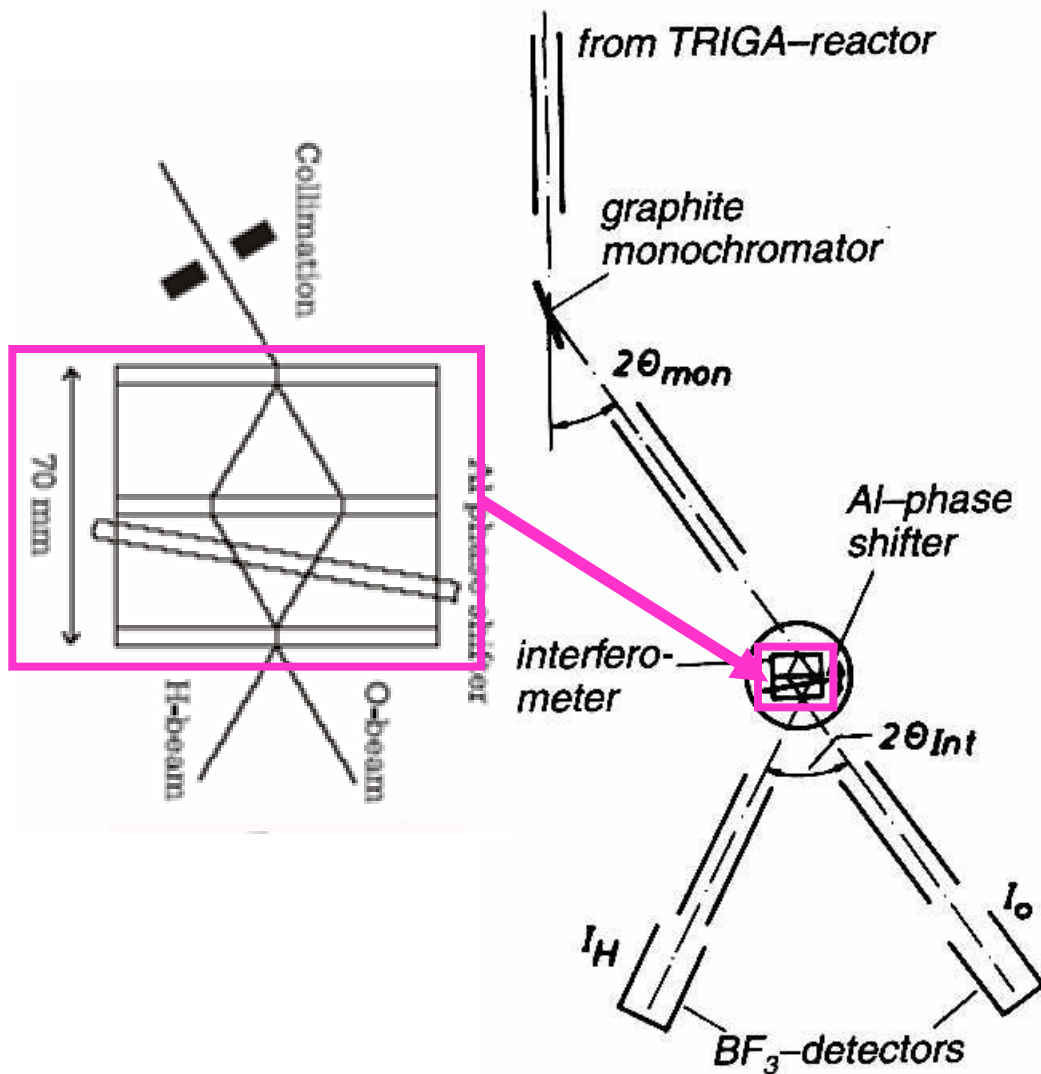
# Celé zařízení

schema z r. 1974



# Celé zařízení

## schema z r. 1974



## KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	<i>r</i>
kolimace	neurčitě	
monochromatisace	vlna	<i>p</i>
dopadající svazek	neurčitě	
vlastní experiment interference	vlna	<i>p</i>
vycházející svazky	neurčitě	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	<i>r</i>

# Malá odbočka – co je Q komplementarita

## KVANTOVÁ KOMPLEMENTARITA PODLE N. BOHRA (1927) je

- jen zvláštním, i když výchozím, případem P.K.
- filosofickou interpretací duality částice – vlna
- výrazem principiálního Q omezení poznatelnosti
- obecným substrátem Kodaňské interpretace QM

### Podle Bohra (v mé parafrázi)

Naše výroky o Q systému mají epistemický charakter. Sám o sobě Q systém "není nijaký", teprve v interakci s klasickým měřicím přístrojem se nám jeví jako popsatelný v klasických pojmech (jiné nemáme), tedy buď jako částice, nebo jako vlna. Tyto popisy jsou komplementární, tj. ve svém sjednocení dávají úplnou charakteristiku systému možnou v kvantovém světě

### HRUBÁ KORESPONDENCE

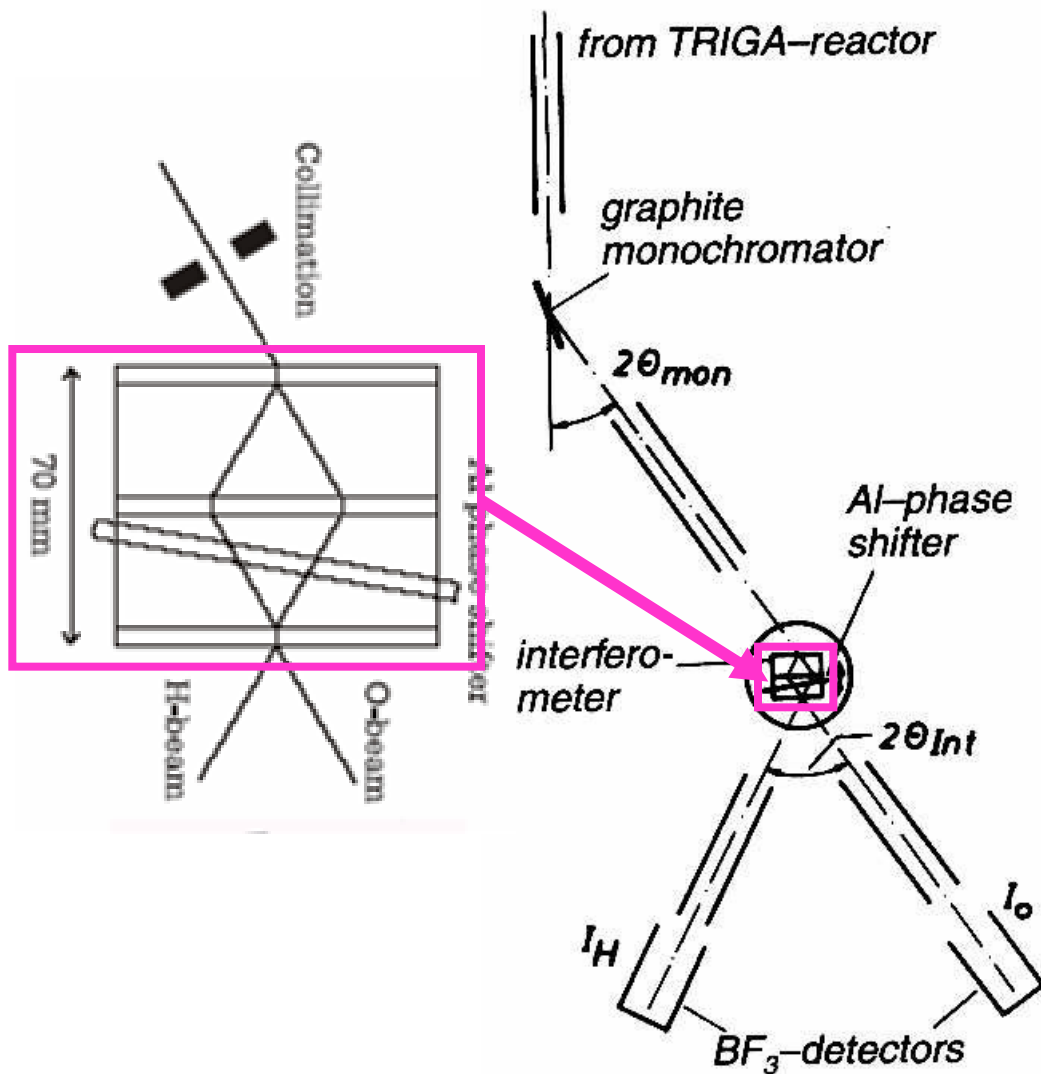
N. Bohr	W. Heisenberg
princip komplementarity	princip neurčitosti
částice	pozorovatelná poloha
vlna	pozorovatelná hybnost

## KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	<i>r</i>
kolimace	neurčité	
monochromatisace	vlna	<i>p</i>
dopadající svazek	neurčité	
vlastní experiment interference	vlna	<i>p</i>
vycházející svazky	neurčité	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	<i>r</i>

# Celé zařízení

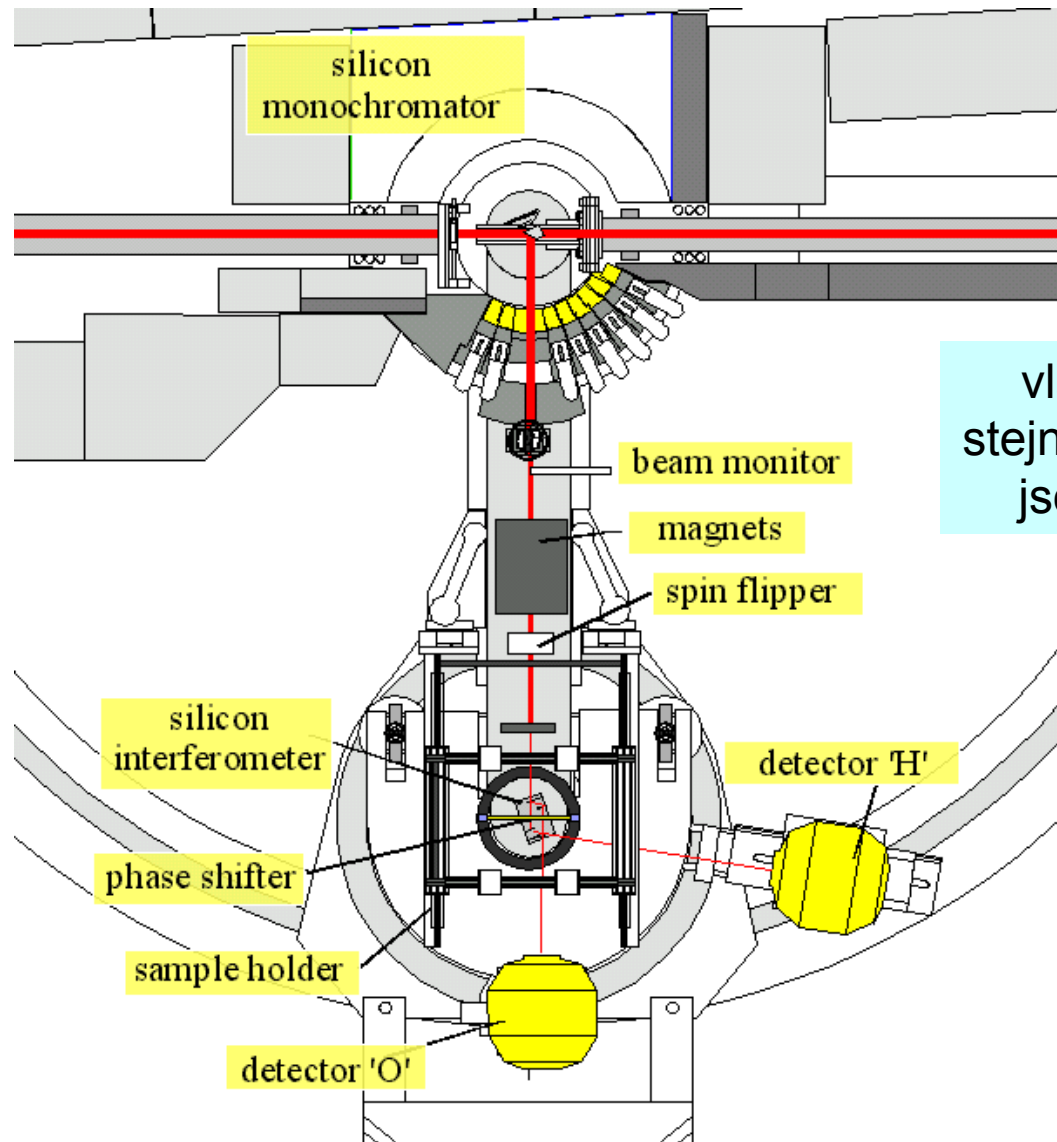
## schema z r. 1974



## KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	<i>r</i>
kolimace	neurčitě	
monochromatisace	vlna	<i>p</i>
dopadající svazek	neurčitě	
vlastní experiment interference	vlna	<i>p</i>
vycházející svazky	neurčitě	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	<i>r</i>

# *Současná verze instalovaná v ILL Grenoble*



vlastně překvapivě stejné, jenom parametry jsou mnohem lepší



# Kvantová gravimetrie

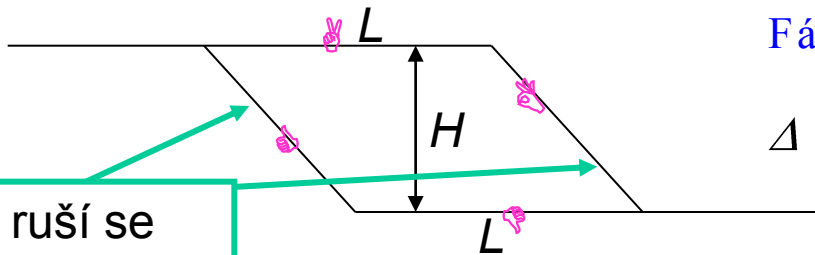
# Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-17} \times 0 \times 1.1 / 1.6 \times 10^{-9} \approx 10^{-10} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



ruší se navzájem

Fázový rozdíl  $\Delta\Phi = \frac{\hbar}{h}$

$$\Delta = \frac{1}{v} \int_A \int_B \int_C \int_D \mathbf{r} \cdot \mathbf{r}$$

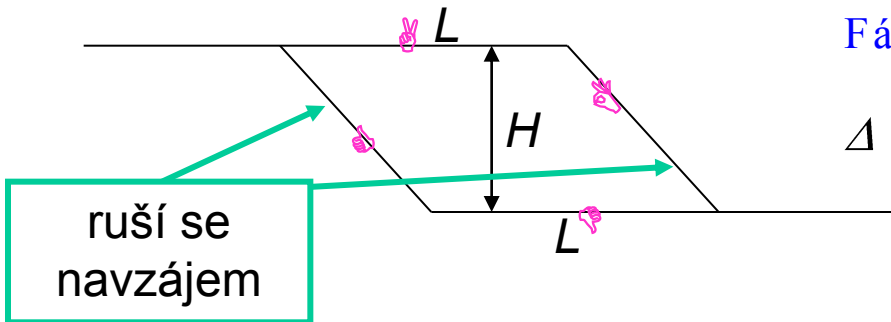
# Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-17} \times 0 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-9} \approx 10^{-10} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



Fázový rozdíl  $\Delta\Phi = \frac{\hbar}{2E} \int_A^B \int_C^D \mathbf{r} \cdot \mathbf{g}$

$$\Delta = \frac{\hbar}{2E} \int_A^B \int_C^D \mathbf{r} \cdot \mathbf{g}$$

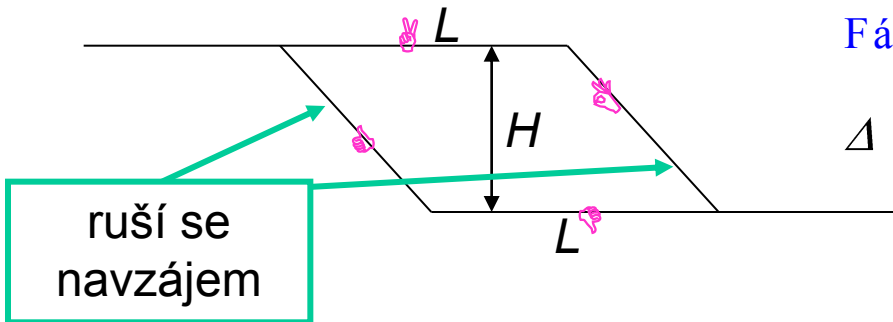
# Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-17} \times 0 \times 1.1 / 1.6 \times 10^{-9} \approx 10^{-10} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



Fázový rozdíl  $\Delta\Phi = \frac{\hbar}{\hbar} \int_A^B \int_C^D \mathbf{r} \cdot \mathbf{r} \dots$

$$\Delta = \frac{\hbar}{\hbar} \int_A^B \int_C^D \mathbf{r} \cdot \mathbf{r} \dots$$

$$= \frac{\hbar}{\hbar} \int_A^D \mathbf{r} \cdot \mathbf{r} \dots 2E$$

$$n(\mathbf{r}) = \frac{\sqrt{2m(E - V(\mathbf{r}))}}{\hbar} \approx \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

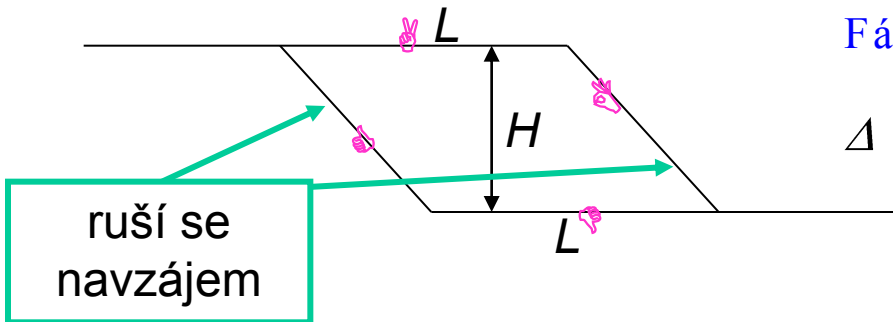
# Interferenční gravimetrie

Zpravidla se vliv gravitace v kvantové mechanice zanedbává, jsou to malé síly.

Kolik tak činí gravitační potenciál neutronu v poli Zemské tíže?

$$V(x, y, z) = -mg(z - z_0) \approx -1.7 \times 10^{-17} \times 0 \times 0.1 / 1.6 \times 10^{-9} \approx 10^{-10} \text{ eV}$$

S tímto výsledkem můžeme trajektorie vzít jako bez účinku gravitačního pole



Fázový rozdíl  $\Delta\Phi = \frac{\hbar}{\hbar} \dots$

$$\Delta = \int_A^B \int_C^D \dots$$

$$= \int_A^D \dots 2E$$

$$\Delta S = k_0 \times L \times mgH / 2E$$

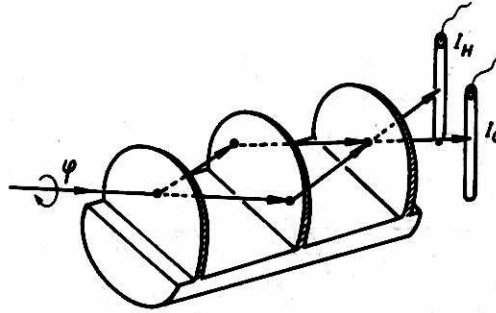
$$= LH \times g \times (\pi \times m / h)^2 \times \dots$$

plocha obemknutá drahami  $\rightarrow LH =$

měníme natáčením

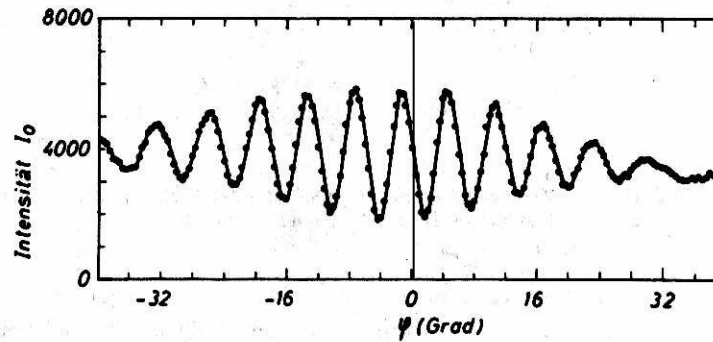
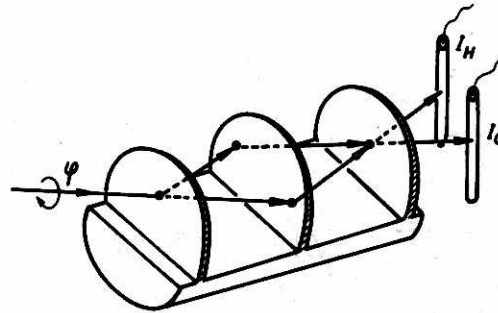
# Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je  
vodorovná



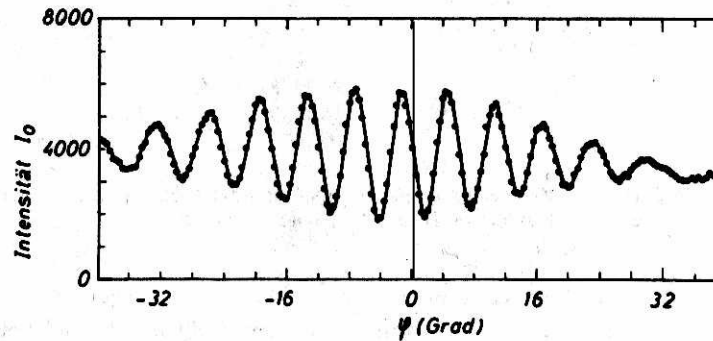
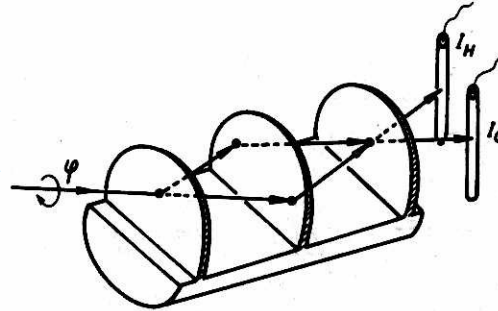
# Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je  
vodorovná



# Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je  
vodorovná

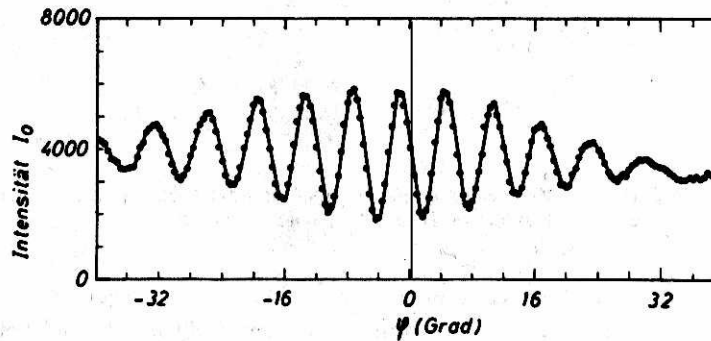
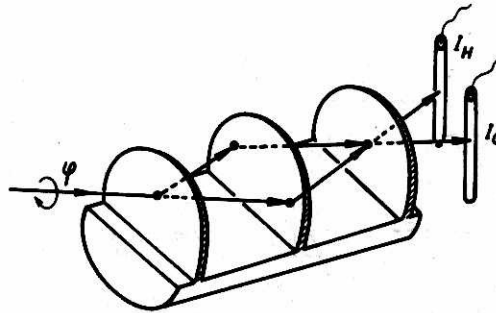


COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner



# Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je  
vodorovná



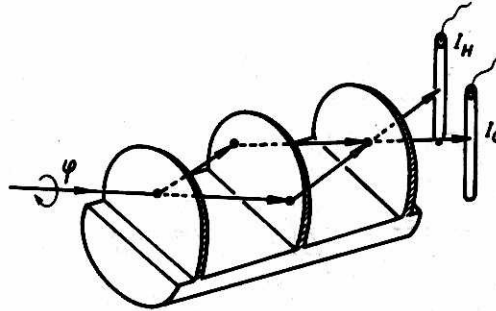
1 nepravděpodobně  
citlivé

$$\Delta \Phi = \dots \approx \dots$$
$$H \approx \dots \times \dots$$

COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner

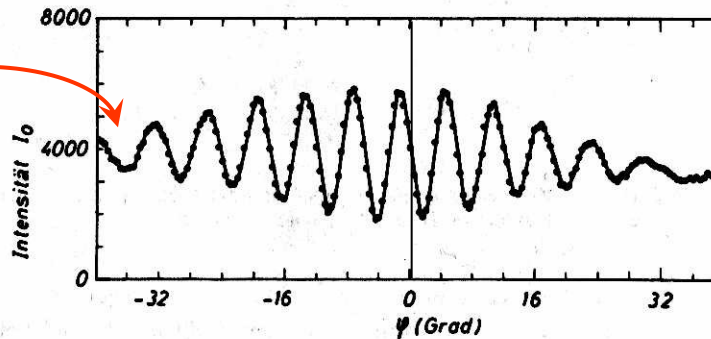
# Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je  
vodorovná



② kontrast brzo vymizí:  
to neumíme vysvětlit jen  
počítáním fázových  
posuvů.

Příště úplnější teorie



① nepravděpodobně  
citlivé

$$\Delta \Phi = \dots \approx \dots$$
$$H \approx \dots \times \dots$$

COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner

## *Co s tím dál?*

### DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

## Co s tím dál?

### DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém  $m_i \langle z \rangle'' = -g$

.... stejné jako v klasické fyzice

# Co s tím dál?

## DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém  $m_i \langle z \rangle'' = - m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

$m_i$  ... setrvačná hmotnost

$m_g$  ... tíhová hmotnost

# Co s tím dál?

## DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém  $m_i \langle z \rangle'' = -g$

.... stejné jako v klasické fyzice

$m_i$  ... setrvačná hmotnost

$m_g$  ... tíhová hmotnost

Ve Schrödingerově rovnici jiná kombinace

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V(\mathbf{r})\psi = E\psi$$

# Co s tím dál?

## DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém  $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

$m_i$  ... setrvačná hmotnost

$m_g$  ... tíhová hmotnost

Ve Schrödingerově rovnici jiná kombinace

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{r}^2} + \frac{\hbar^2}{2m_i} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{m_g g}{\hbar^2} \right) \right) \psi = E \psi$$

vzorec pro fázový rozdíl je nezávisle měřitelná kombinace:

$$LH \times g \times \pi \times \frac{m_i m_g}{h^2} \times \lambda$$

# Co s tím dál?

## DVĚ MOŽNOSTI

- Věříme na princip ekvivalence. Pak je to velmi přesná gravimetrická metoda **gravimetrie ... měření gravit. účinků Země na daném místě**

Ize studovat rotaci Země, vliv Coriolisovy síly atd.

Ize sledovat změny grav. pole. např. v Missouri cítí příliv a odliv v Tichém oceánu

- hodláme ověřovat princip ekvivalence v kvantové mechanice

Ehrenfestův teorém  $m_i \langle z \rangle'' = -m_g g$

.... stejné jako v klasické fyzice

$m_i$  ... setrvačná hmotnost

$m_g$  ... tíhová hmotnost

Ve Schrödingerově rovnici jiná kombinace

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \mathbf{r}^2} + \frac{2m_i}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi = 0$$

vzorec pro fázový rozdíl je nezávisle měřitelná kombinace:

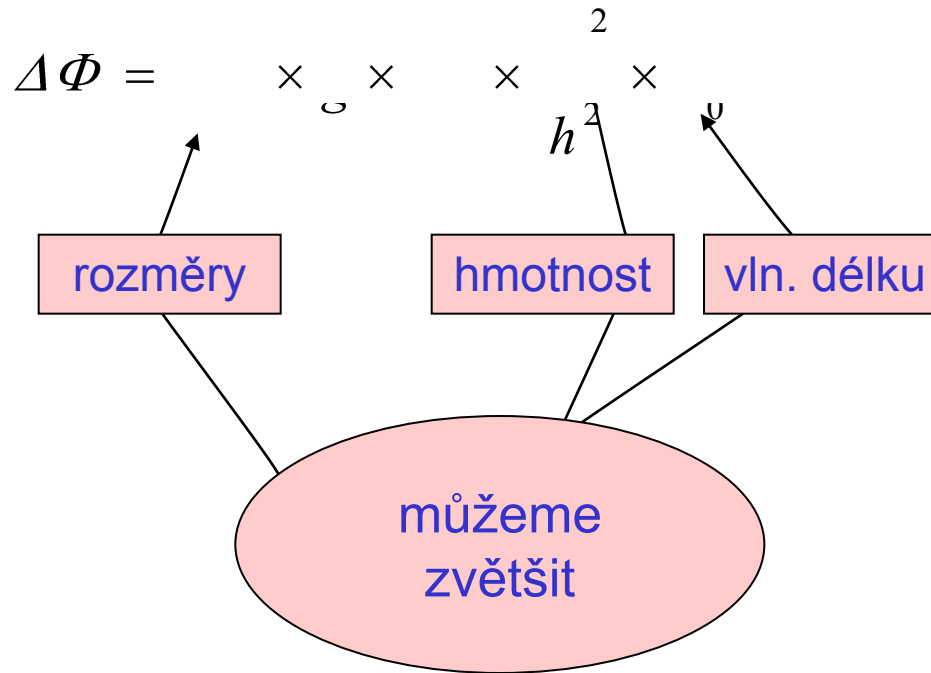
$$LH \times g \times \pi \times \frac{m_i m_g}{h^2} \times \lambda$$

s přesností měření

$$m_i = m_g$$



# Zvýšení citlivosti



## VELMI STUDENÉ NEUTRONY

skleněné holografické mřížky  
dráhy částic v interferometru  
okolo 1metru

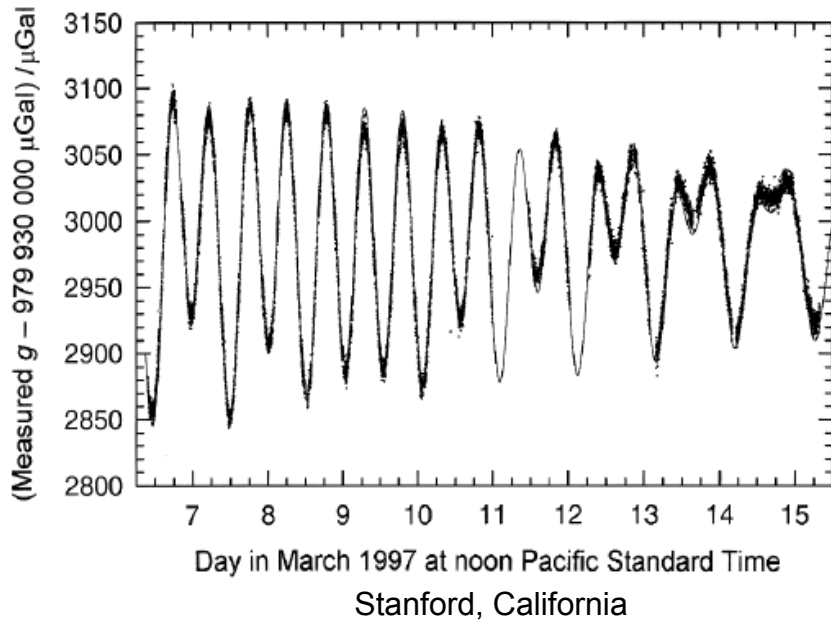
## STUDENÉ ATOMY CESIA

mřížky stojatých světelných vln  
dráhy částic v interferometru  
okolo 1metru

# Gravimetrie s cesiovými atomy

$$g \approx 1 \mu \text{ m s}^{-2}$$

Galileo

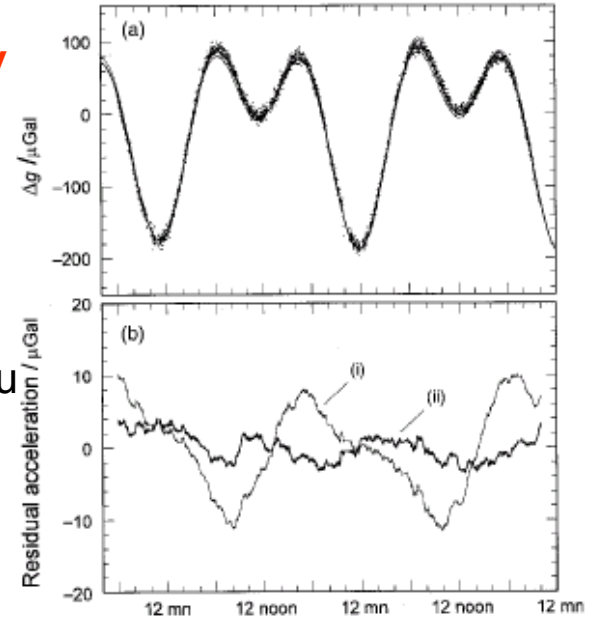


slapové efekty v zemské kůře

teoretický fit

I. bez vlivu oceánu

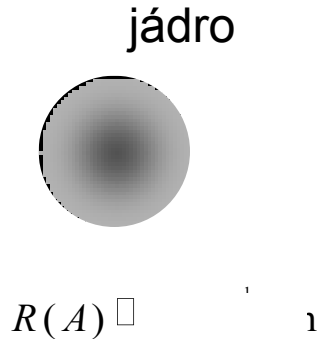
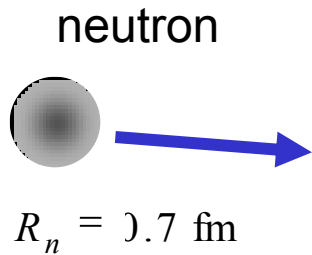
II. se započtením vlivu oceánského vzduší



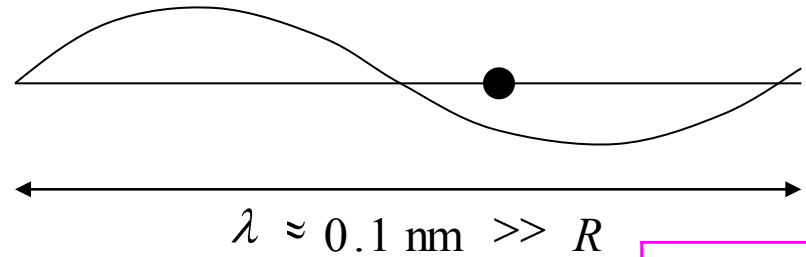
Object	Mass/kg	Distance/m	Gravity/ $\mu\text{Gal}$	Gradient/ $\mu\text{Gal m}^{-1}$	Angle/degree	Gravity change/ $\mu\text{Gal}$
Earth	$6.0 \times 10^{24}$	$6.4 \times 10^6$	$9.8 \times 10^8$	308	0	$9.8 \times 10^8$
Optical table	1000	1.5	3.0	4	0	3.0
Aluminium spacers	1	0.1	0.7	13	0	0.7
Experimental physicist (A. P.)	90	1.0	0.7	1.2	45	0.5
Loaded truck	40 000	10	2.7	0.5	45	2.0
Physics lecture hall (demolished)	$2.0 \times 10^6$	50	5.0	0.2	90	0.0
Hole (excavated)	$2.0 \times 10^7$	100	13.3	0.3	85	1.3

# Šíření neutronů v nemagnetických látkách

# Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



$R(100) \approx 5.5 \text{ fm}$

experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

FERMIHO  
PSEUDOPOTENCIÁL

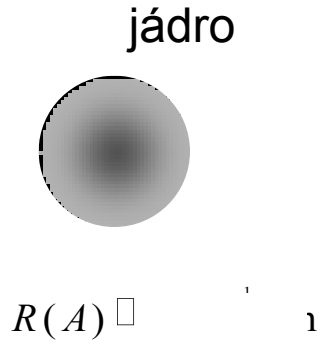
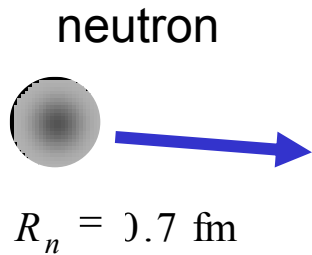
$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka  
z experimentu

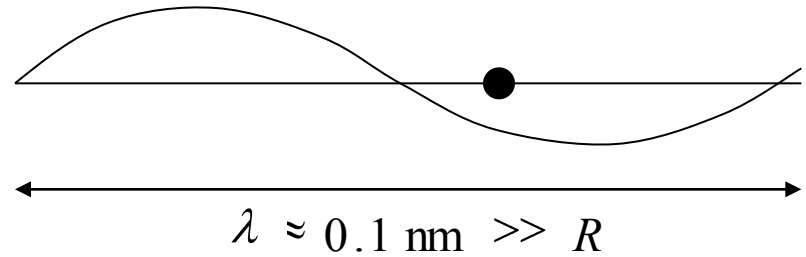
Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$$\sigma_{\text{TOT}} = 4\pi b^2 \quad \text{účinný průřez}$$

# Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

FERMIHO  
PSEUDOPOTENCIÁL

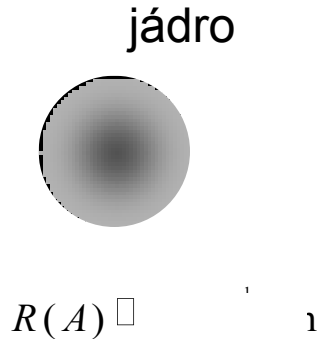
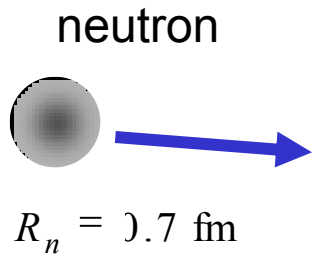
$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka  
z experimentu

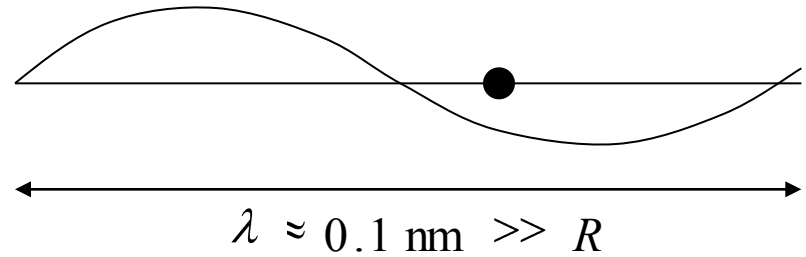
Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$$\sigma_{\text{TOT}} = \dots \text{účinný průřez}$$

# Interakce neutronů s hmotou



bodově kontaktní interakce



experiment potvrzuje čistě isotropní rozptyl (stejný ve všech směrech). To je signatura krátkodosahového rozptylového potenciálu

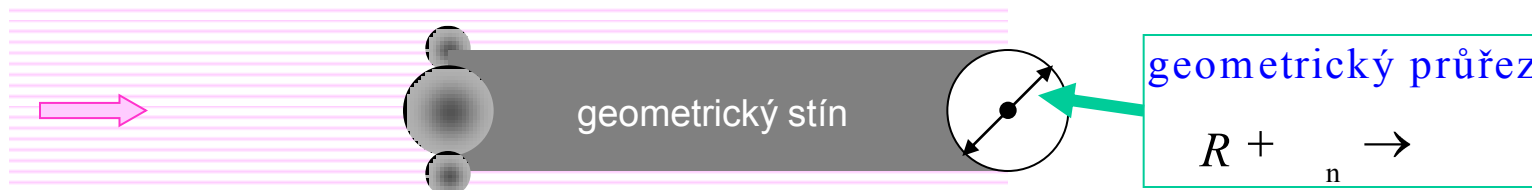
FERMIHO  
PSEUDOPOTENCIÁL

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot b \cdot \delta(\mathbf{r})$$

rozptylová délka  
z experimentu

Konstanty jsou nastaveny tak, že již v Bornově aproximaci

$$\sigma_{\text{TOT}} = 4\pi R^2 \quad \text{účinný průřez}$$



# Ukázka parametrů

barn [stodola] =  $10^{-28}$  m<sup>2</sup>

Element	Symbol	$\sigma_\gamma$ [barn] capture	$\sigma_t$ [barn] hydrogen	$\sigma_\alpha$ [barn] alpha	$\sigma_a$ [barn] absorption	$\sigma_s$ [barn] scattering	$\sigma_f$ [barn] fission	$\sigma_t$ [barn] total	Density [gm/cm <sup>3</sup> ]
Actinium	Ac				515				
Aluminum	13Al27	0.23			0.23	1.49		1.72	2.699
Bismuth	Bi				0.033				9.8
Boron	5B				759	3.6			2.3
	B10	0.5	<0.2	3837		2.23			
	B11	5.5			0.0055	3.9			
Cadmium	Cd				2450	5.6			8.65
Oxygen	8O	0.000,27			0.000,27	3.76			1.4x10-8
	8O16	0.000,178			0.000,178				
	8O17			0.235	0.235				
Silicon	14Si	0.16			0.16	2.2		2.4	2.33
	14Si28	0.17							
	14Si29	0.28							
	14Si30	0.107							
	14Si31	0.48							

běžné hodnoty  
pro  
elastický rozptyl

# Ukázka parametrů

barn [stodola] =  $10^{-28}$  m<sup>2</sup>

Element	Symbol	$\sigma_\gamma$ [barn] capture	$\sigma_t$ [barn] hydrogen	$\sigma_\alpha$ [barn] alpha	$\sigma_a$ [barn] absorption	$\sigma_s$ [barn] scattering	$\sigma_f$ [barn] fission	$\sigma_t$ [barn] total	Density [gm/cm <sup>3</sup> ]
Actinium	Ac				515				
Aluminum	13Al27	0.23			0.23	1.49		1.72	2.699
Bismuth	Bi				0.033				9.8
Boron	5B				759	3.6			2.3
	B10	0.5	<0.2	3837		2.23			
	B11	5.5			0.0055	3.9			
Cadmium	Cd				2450	5.6			8.65
Oxygen	8O	0.000,27			0.000,27	3.76			1.4x10-8
	8O16	0.000,178			0.000,178				
	8O17			0.235	0.235				
Silicon	14Si	0.16			0.16	2.2		2.4	2.33
	14Si28	0.17							
	14Si29	0.28							
	14Si30	0.107							
	14Si31	0.48							

běžné hodnoty  
pro  
elastický rozptyl



# Ukázka parametrů

barn [stodola] =  $10^{-28}$  m<sup>2</sup>

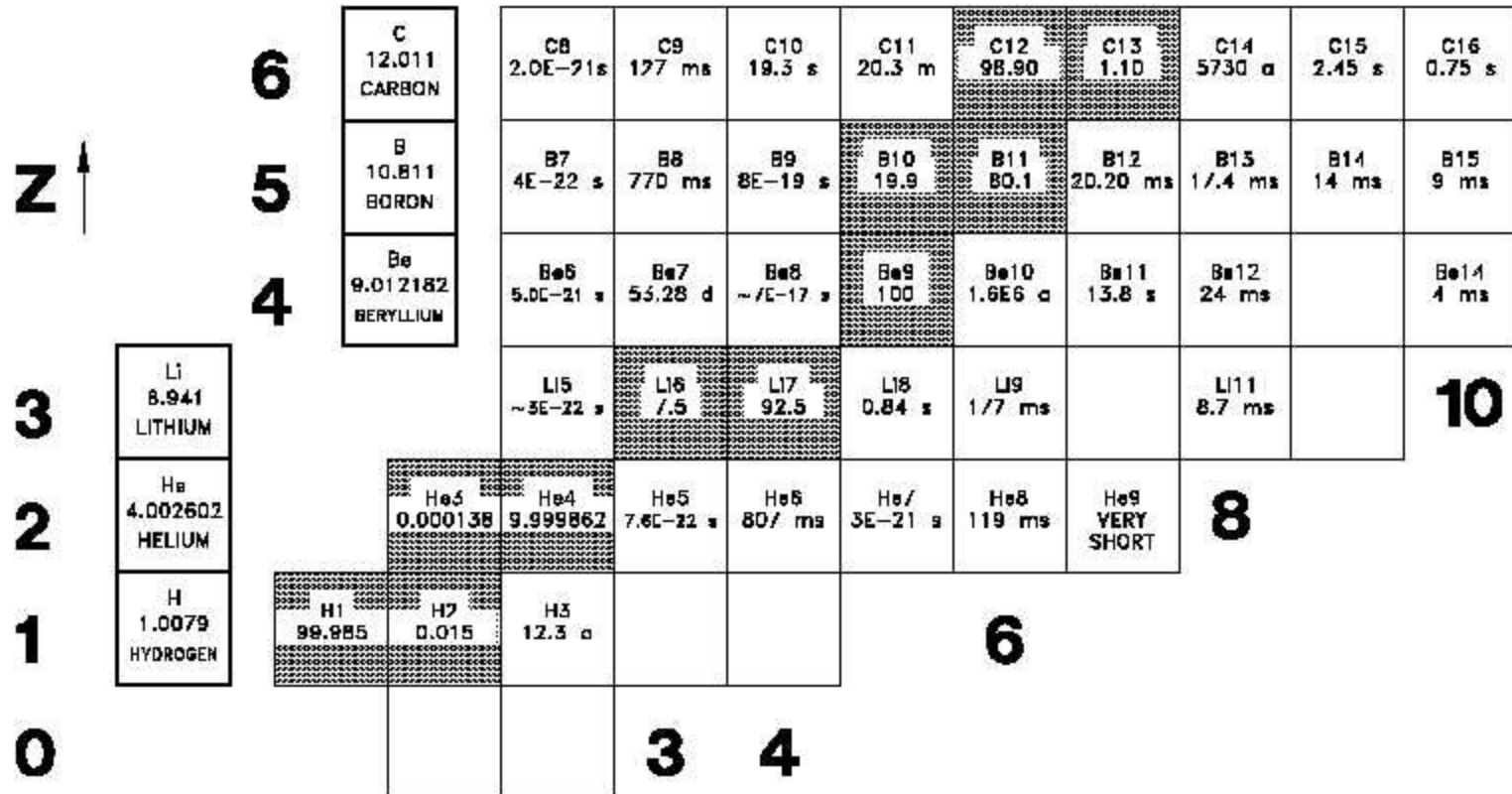
Element	Symbol	$\sigma_\gamma$ [barn] capture	$\sigma_t$ [barn] hydrogen	$\sigma_\alpha$ [barn] alpha	$\sigma_a$ [barn] absorption	$\sigma_s$ [barn] scattering	$\sigma_f$ [barn] fission	$\sigma_t$ [barn] total	Density [gm/cm <sup>3</sup> ]
Actinium	Ac				515				
Aluminum	13Al27	0.23			0.23	1.49		1.72	2.699
Bismuth	Bi				0.033				9.8
Boron	5B				759	3.6			2.3
	B10	0.5	<0.2	3837	0.0055	2.23			
	B11	5.5				3.9			
Cadmium	Cd				2450	5.6			8.65
Oxygen	8O	0.000,27			0.000,27	3.76			1.4x10-8
Silicon		0.16				2.2		2.4	2.33
	14Si30	0.107							
	14Si31	0.48							

bor absorbuje neutrony a emituje  $\alpha$  částici; slouží k detekci neutronů

kadmium absorbuje neutrony a slouží k řízení reaktoru

běžné hodnoty pro elastický rozptyl

# Absorpční průřez přirozeného boru



# Absorpční průřez přirozeného boru – odhad

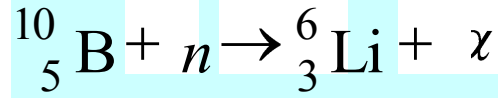
**Z** ↑

<b>6</b>	<b>C</b> 12.011 CARBON	<b>C8</b> 2.0E-21 s	<b>C9</b> 177 ms	<b>C10</b> 19.3 s	<b>C11</b> 20.3 m	<b>C12</b> 98.90	<b>C13</b> 1.10	<b>C14</b> 5730 a	<b>C15</b> 2.45 s	<b>C16</b> 0.75 s	
	<b>5</b>	<b>B</b> 10.811 BORON	<b>B7</b> 4E-22 s	<b>B8</b> 770 ms	<b>B9</b> 8E-19	<b>B10</b> 19.9	<b>B11</b> 80.1	<b>B12</b> 0.20 ms	<b>B13</b> 1/4 ms	<b>B14</b> 14 ms	<b>B15</b> 9 ms
	<b>4</b>	<b>Be</b> 9.012182 BERYLLIUM	<b>Be6</b> 5.0E-21 s	<b>Be7</b> 55.28 d	<b>Be8</b> ~7E-17 s	<b>Be9</b> 100	<b>Be10</b> 1.6E6 a	<b>Be11</b> 13.8 s	<b>Be12</b> 24 ms		<b>Be14</b> 4 ms
	<b>3</b>	<b>Li</b> 6.941 LITHIUM	<b>Li5</b> ~5E-22 s	<b>Li6</b> 7.5	<b>Li7</b> 92.5	<b>Li8</b> 0.84 s	<b>Li9</b> 1/7 ms		<b>Li11</b> 8.7 ms		<b>10</b>
	<b>2</b>	<b>He</b> 4.002602 HELIUM	<b>He5</b> 0.000138	<b>He4</b> 9.999862	<b>He5</b> 7.6E-22 s	<b>He6</b> 80/ ms	<b>He7</b> 3E-21 s	<b>He8</b> 119 ms	<b>He9</b> VERY SHORT	<b>8</b>	
	<b>1</b>	<b>H</b> 1.0079 HYDROGEN	<b>H1</b> 99.985	<b>H7</b> 0.015	<b>H3</b> 12.3 a					<b>6</b>	
<b>0</b>									<b>3</b>	<b>4</b>	

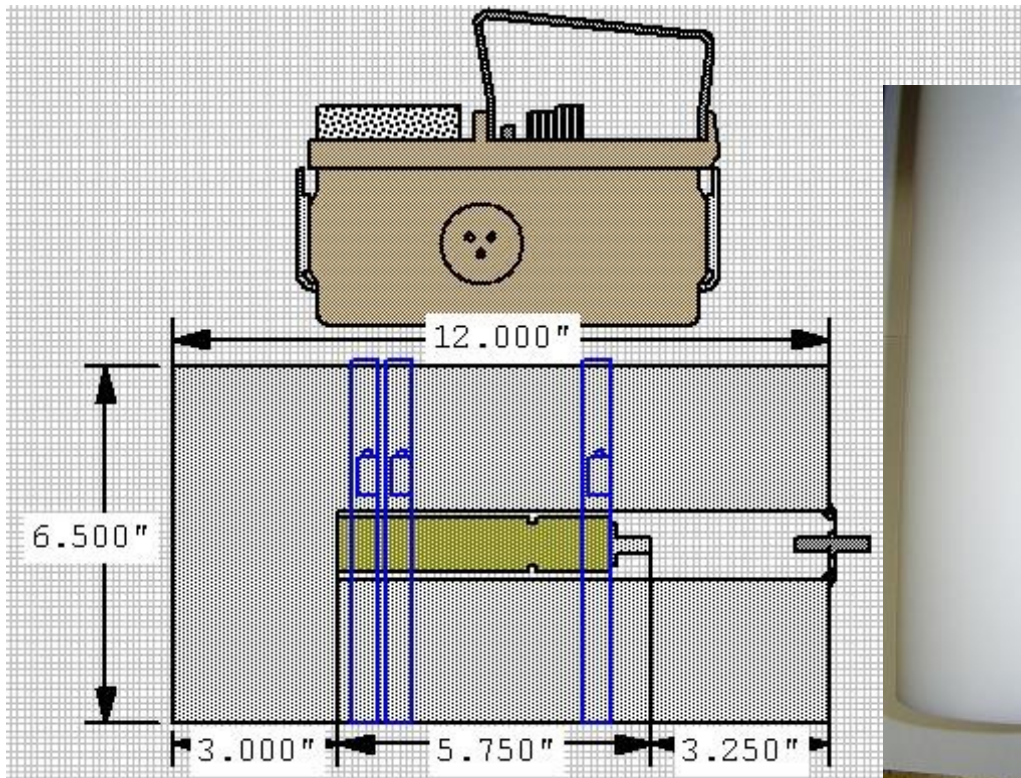
$$\sigma_a + \sigma_c = \sigma_a + \sigma_c$$

# $BF_3$ detektor neutronů

reakce



náboj  $2e$   
normální detekce



# Optický potenciál neutronů v nemagnetických látkách

# Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku  $\rightarrow$  efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2}{m} \sum_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{\hbar^2}{m} \rho$$

hustota  
atomů

polohy  
jednotlivých  
atomů

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu  
potenciální energie

**OPTICKÝ POTENCIÁL**

# Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku  $\rightarrow$  efektivní konstantní pot. energie

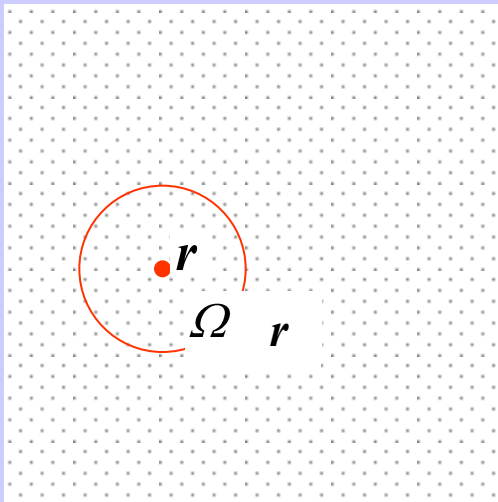
$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2}{m} \sum_l \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{\hbar^2}{m} \rho$$

hustota atomů

polohy jednotlivých atomů

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

**OPTICKÝ POTENCIÁL**

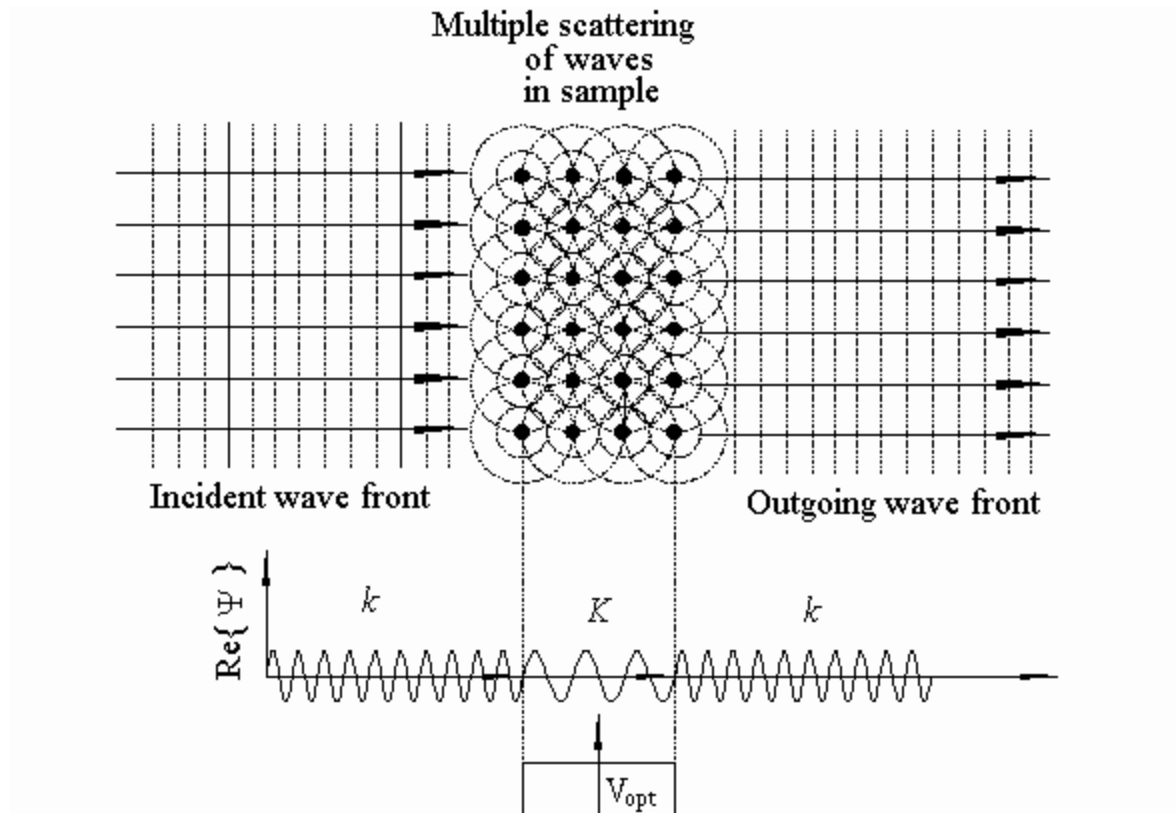


$$V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \sum_l \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l) d\mathbf{r}_l$$

$$= \frac{1}{\Omega} \sum_l \int_{\Omega} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l) d\mathbf{r}_l$$

$$= \frac{\hbar^2}{m} \rho$$

# *Ke vzniku označení "optický potenciál"*





# Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku  $\rightarrow$  efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{m} \cdot \dots \cdot \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 \rightarrow \text{OPT} = \frac{\hbar^2}{m} \cdot \dots$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \frac{\chi_{\text{OPT}}(\mathbf{r})}{2E}$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_v}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

# Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku  $\rightarrow$  efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{m} \cdot \dots \cdot \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 \rightarrow \dots \rightarrow \dots = \frac{\hbar^2}{m} \cdot \dots$$

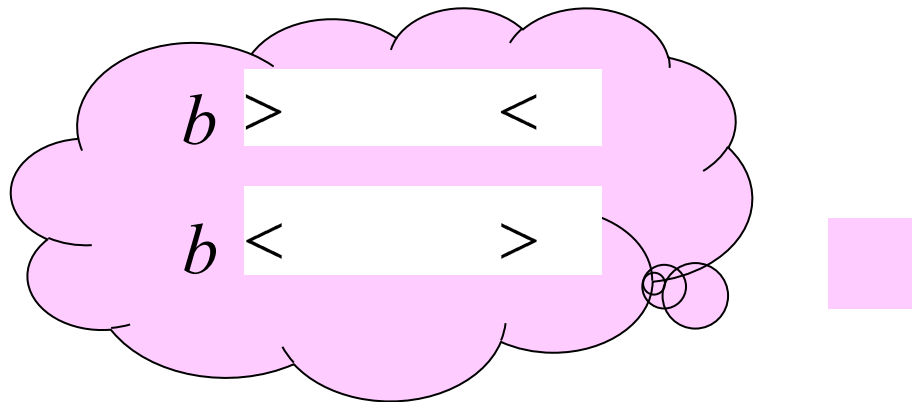
Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \sqrt{\epsilon_{\text{OPT}}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_v}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$



# Interferometrické měření rozptylových délek

# Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku  $\rightarrow$  efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \cdot \dots \cdot \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 \rightarrow \text{OPT} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \dots$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \frac{V_{\text{OPT}}(\mathbf{r})}{2E}$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_v}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

# Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku  $\rightarrow$  efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \cdot \dots \cdot \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 \rightarrow \text{OPT} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \dots$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \sqrt{\epsilon_{\text{OPT}}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_v}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

**Interferenčním měřením indexu lomu najdeme rozptylovou délku  $b$  !!!**

# Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku  $\rightarrow$  efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \cdot \dots \cdot \mathbf{r} - \mathbf{r}_1 \rightarrow \text{OPT} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \dots$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \sqrt{\epsilon_{\text{OPT}}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_v}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

**makroskopickým**  
**Interferenčním**

měřením indexu lomu najdeme rozptylovou

**mikroskopickou**  
**délku  $b$  !!!**







# Optický potenciál neutronů v PL: interferometrické měření

celková potenciální energie ve vzorku  $\rightarrow$  efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_1) \rightarrow \text{OPT} = \frac{\hbar^2}{2m} \cdot \dots$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \sqrt{\epsilon_{\text{OPT}}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

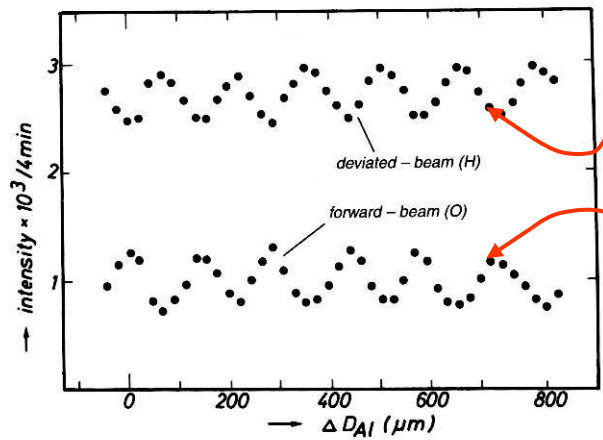
makroskopickým Interferenčním měřením

mikroskopickou délku  $b$  !!!

měření indexu lomu najdeme rozptylovou

## PRVNÍ MĚŘENÍ TOHOTO TYPU

Zasouváním klínu z hliníku narůstá dráhový rozdíl



$$I_{\text{TOT}} = I_{\text{O}} + I_{\text{H}} = \text{const}$$

## 2.2 Neutron optics

7

Material	$N$ ( $\text{nm}^{-3}$ )	$\bar{b}$ (fm)	$V_{\text{op}}$ ( $10^{-7}\text{eV}$ )	$(1 - n)$ $\times 10^{-2}$
Ni	91.3	10.3	2.449	1.49
SiO <sub>2</sub> (quartz-glass)	22.0	15.75	0.902	0.55
Ti	56.7	-3.438	-0.508	-0.310
V	72.2	-0.3824	-0.072	-0.044
Al	60.3	3.449	0.541	0.330

**Table 2.2.:** Neutron optical data for selected materials calculated for  $\lambda = 10 \text{ nm}$ . Source: Koester et al. (1991).

# Ukázka skutečných hodnot

*o.k.*

## 2.2 Neutron optics

7

Material	$N$ ( $\text{nm}^{-3}$ )	$\bar{b}$ (fm)	$V_{\text{op}}$ ( $10^{-7}\text{eV}$ )	$(1 - n)$ $\times 10^{-2}$
Ni	91.3	10.3	2.449	1.49
SiO <sub>2</sub> (quartz-glass)	22.0	15.75	0.902	0.55
Ti	56.7	-3.438	-0.508	-0.310
V	72.2	-0.3824	-0.072	-0.044
Al	60.3	3.449	0.541	0.330

Table 2.2.: Neutron optical data for selected materials calculated for  $\lambda = 10 \text{ nm}$ . Source: Koester et al. (1991).

### UKÁZKA VÝPOČTU PRO HLINÍK

hustota  $\rho = 2699 \text{ kg/m}^3$

relativní atomová hmotnost  $A = 27$

$$N = 1000 N_A \times \frac{\rho}{A} \approx 1000 \times 6.02 \times 10^{23} \times 2699 / 27 = 5.02 \times 10^{28} \text{ m}^{-3} = 50.2 \text{ fm}^{-3} \quad \text{o.k.}$$

$$V_{\text{OPT}} = \frac{2 \times 3.14 \dots \times (1.055 \times 10^{-14})^2}{1.66 \times 10^{-27} \times 0.00866} \cdot 3.449 \times 10^{-5} \times 5.02 \times 10^{28} / 1.602 \times 10^{-9} = 5.41 \times 10^{-7} \text{ eV} \quad \text{o.k.}$$

$$1 - n = (10 \times 10^{-9})^2 \times 3.449 \times 10^{-5} \times 5.02 \times 10^{28} / 2 / 3.14 \dots = 3.30 \times 10^{-2} \quad \text{o.k.}$$

# Moderní přesné měření (NIST)

## Vyloučení justačních (geometrických) chyb

- přesouvání vzorku mezi oběma cestami
- natáčení po krocích ve sklonu a v azimutu

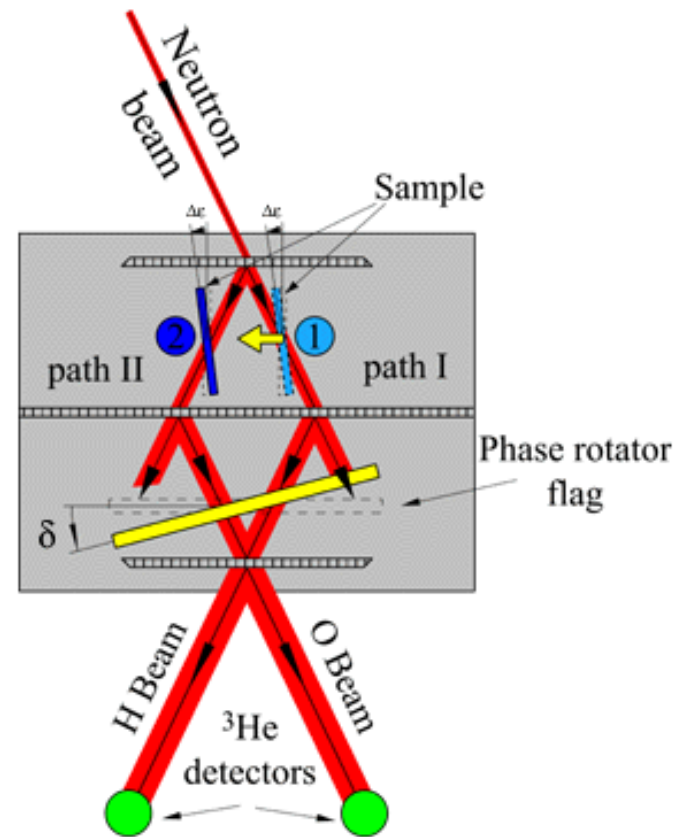
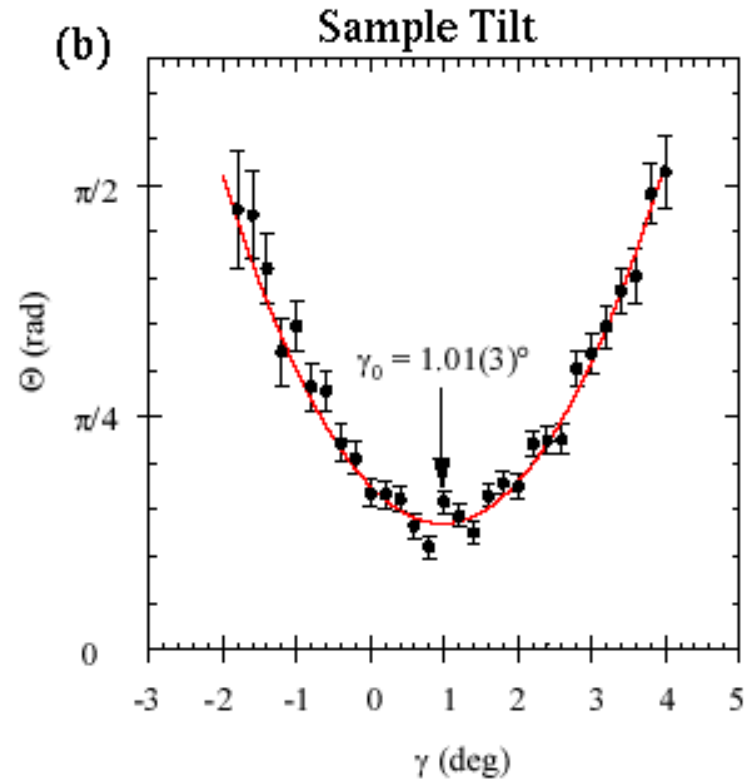
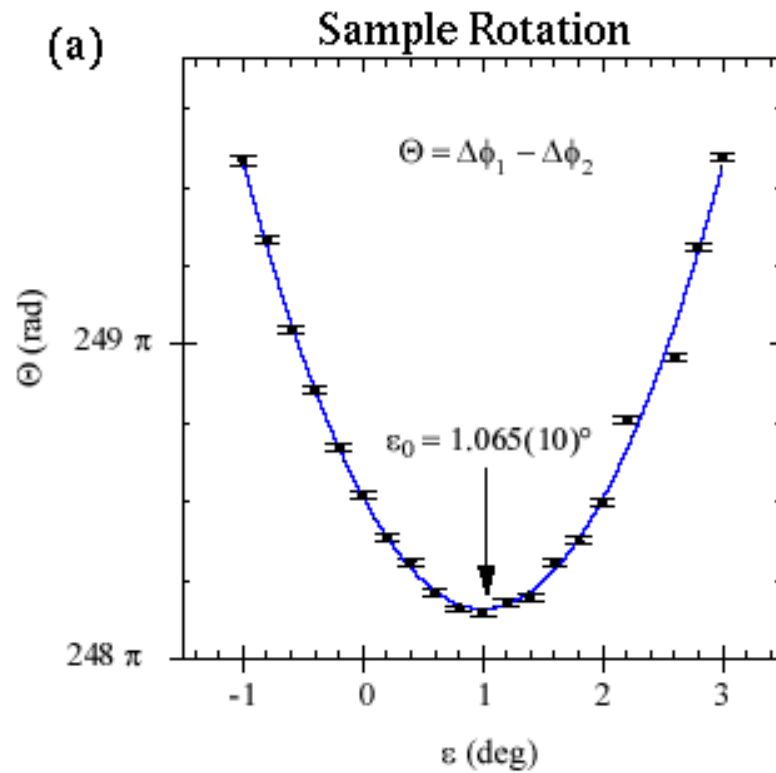


Fig. 1. Topview of neutron interferometer experimental setup to measure scattering

# Vyloučení geometrických chyb



# Moderní přesné měření (NIST)

Moderní přesné měření

v NIST

údaje pro křemík

$$b_{\text{new}} = 4.1507(2) \text{ fm}$$

$$b_{\text{accepted}} = 4.1490(10) \text{ fm}$$

Uncertainty level is at **0.005%**,  
an improvement of a factor of 5  
over previous best measurement  
[C.G. Shull and J.A. Oberteuffer,  
Phys. Rev. Lett. **29**, 867 (1972);  
also C.G. Shull,  
Phys. Rev. Lett. **21**, 1585 (1968)].

Sources of uncertainty:

1. Variations in the thickness  $D$   
amounting to **0.005 %**.
2. Statistical **0.001 %**.
3. Alignment **0.0002 %**.
4. Density **0.0001 %**.

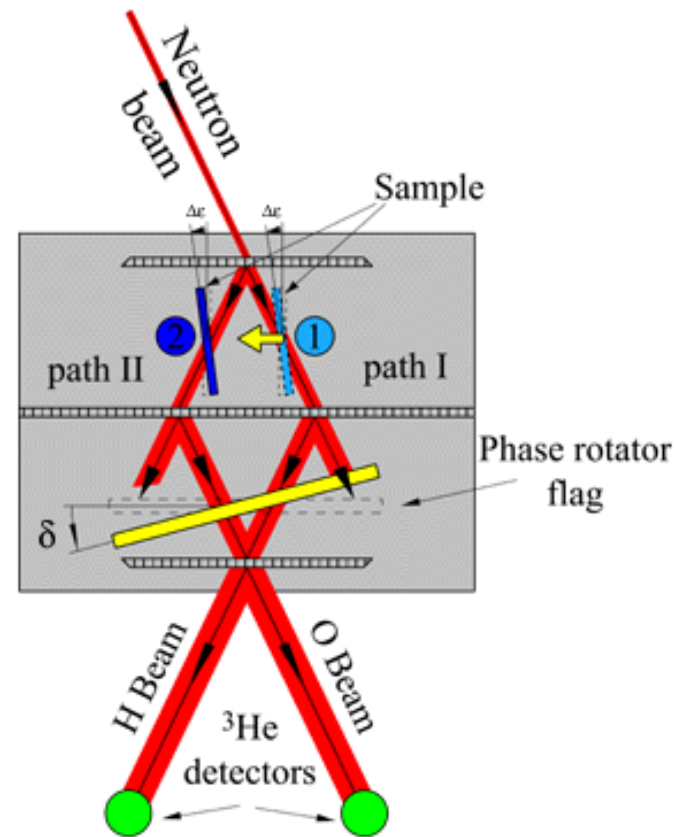


Fig. 1. Topview of neutron interferometer experimental setup to measure scattering

*The end*