

Domácí úkoly ke cvičení č. 2

1. V každém z následujících případů určete vzájemnou polohu afinních podprostorů \mathcal{P} a \mathcal{Q} v prostoru \mathbb{R}^5 . Každý z podprostorů \mathcal{P} a \mathcal{Q} je pokaždé zadán buďto parametrickým popisem, anebo implicitně pomocí soustavy lineárních rovnic nad \mathbb{R} . V každém z uvedených případů dále určete dimenzi spojení $\mathcal{P} \sqcup \mathcal{Q}$ podprostorů \mathcal{P} a \mathcal{Q} , a nejsou-li tyto podprostory navzájem disjunktní, určete též dimenzi jejich průniku $\mathcal{P} \cap \mathcal{Q}$.

(a) $\mathcal{P} : X = [0, -7, 0, -4, 9]$
 $+s \cdot (1, -1, 1, 1, 3) + t \cdot (1, -2, -1, -2, 2),$

$\mathcal{Q} : X = [0, 1, 0, 0, 9]$
 $+u \cdot (1, 1, -3, -3, 1) + v \cdot (1, 2, -1, 0, 2).$

(b) $\mathcal{P} : X = [0, -1, 0, 4, 1]$
 $+s \cdot (1, 2, 4, 0, -2) + t \cdot (4, -1, -4, 0, 7),$

$\mathcal{Q} : X = [2, -3, 1, 4, 0]$
 $+u \cdot (2, 3, -1, 0, 4) + v \cdot (1, -5, 2, 0, -3).$

(c) $\mathcal{P} : X = [2, -6, 5, -8, 1] + r \cdot (2, -8, 3, -5, 1),$

$\mathcal{Q} : \begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= 6, \\ x_1 - x_2 - 4x_3 - 4x_4 + 2x_5 &= 2, \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 2x_5 &= 4. \end{aligned}$

(d) $\mathcal{P} : X = [1, 1, 1, 1, 1] + r \cdot (1, 2, -1, 3, 1),$

$\mathcal{Q} : \begin{aligned} x_1 + 4x_2 + 2x_3 - x_4 - 4x_5 &= 8, \\ x_1 + 4x_2 + 4x_3 - x_4 - 2x_5 &= 8, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 &= 6. \end{aligned}$

(e) $\mathcal{P} : \begin{aligned} x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 &= -5, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + 6x_4 - 3x_5 &= 7, \\ x_3 + x_4 - x_5 &= 0, \end{aligned}$

$$\begin{aligned}
Q: \quad x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 + 2x_5 &= 6, \\
3x_1 - 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 4, \\
4x_2 + 2x_3 - x_4 - 2x_5 &= 5.
\end{aligned}$$

2. V prostoru \mathbb{R}^4 necht' jsou prostřednictvím parametrického popisu zadány přímky

$$p: X = [1, 2, 1, 2] + s \cdot (1, -1, -1, 1),$$

$$q: X = [2, 1, 2, 1] + t \cdot (1, 1, -1, -1),$$

a dále necht' je implicitně pomocí soustavy lineárních rovnic zadána rovina

$$\begin{aligned}
\eta: \quad x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 2, \\
x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 &= 1.
\end{aligned}$$

Najděte v prostoru \mathbb{R}^4 přímku r rovnoběžnou s přímkou p a protínající současně přímku q i rovinu η . Najděte také průsečíky této přímky r s přímkou q i s rovinou η .