Není-li stanoveno jinak, dostává první, kdo odevzdá správně vyřešený úkol, uvedený počet bodů, každý další vždy o bod méně než předchozí.

1. (2b.) Dokažte, že pro $a \in \mathbb{Z}$, $m, n \in \mathbb{N}$ platí: $(a^m - 1, a^n - 1) = a^{(m,n)} - 1$.
2. (2b.) Dokažte, že v posloupnosti $(2^n - 3)_{n=1}^{\infty}$ je nekonečně mnoho násobků 5 a nekonečně mnoho násobků 13, ale žádný násobek 65.
3. (3b.) Dokažte, že pro každé liché prvočíslo p existuje nekonečně mnoho přirozených čísel n, splňujících $p \mid n \cdot 2^n + 1$.
4. (5b.) Dokažte, že existuje nekonečně mnoho lichých přirozených čísel k s vlastností, že čísla $2^{2^n} + k$ jsou složená pro všechna $n \in \mathbb{N}$.
5. (5b.) Dokažte, že pro každé celé číslo $k \neq 1$ existuje nekonečně mnoho přirozených čísel n s vlastností, že číslo $2^{2^n} + k$ je složené.
6. (3b.) Dokažte, že pro všechna lichá $n \in \mathbb{N}$ platí $n \mid 2^{n!} - 1$.
7. (2b.) Dokažte, že pro všechna $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ je číslo $\frac{1}{5}(2^{4n+2} + 1)$ složené.
8. (4b.) Dokažte, že pro každé $a \in \mathbb{N}$, $a \leq 100$ existuje $n \in \mathbb{N}, n \leq 6$ tak, že $a^{2^n} + 1$ je složené. (V případě, že podstatná část výpočtů bude provedena počítačem, budou uděleny max. 2 body).
9. (3b.) Řešte lineární diofantickou rovnici $379x + 314y + 183y^2 = 210$. (bez použití počítače.)