

## Metodické poznámky<sup>1</sup>

Podrobné úmrtnostní tabulky za Českou republiku a její kraje jsou založeny na III. hlavních souborech demografických událostí. Vstupní pravděpodobnosti úmrtí jsou vypočteny nepřímou metodou, tj. odvozeny ze specifických měř ( $m_x$ ). Tabulky jsou podrobné, tj. s jednoletým věkovým intervalem, odděleně pro muže a ženy. S ohledem na vyloučení nahodilých výkyvů jsou krajské tabulky zpracovány za dvouleté kalendářní období.

### Ukazatele úmrtnostních tabulek:

- *pravděpodobnost úmrtí* ( $q_x$ ) vyjadřuje pravděpodobnost, že osoba dožívající se přesného věku  $x$  let v daném období (tj. před dosažením věku  $x+1$ ) zemře:

$$q_x = 1 - e^{-m_x}$$

- *pravděpodobnost dožití* ( $p_x$ ) je doplňkem pravděpodobnosti úmrtí a vyjadřuje pravděpodobnost, že osoba dožívající se přesného věku  $x$  let v daném období nezemře, tedy dožije se věku  $x+1$ :

$$p_x = 1 - q_x$$

- *tabulkový počet dožívajících* ( $l_x$ ) je hypotetický počet osob, které se dožijí věku  $x$  let ze 100 000 živě narozených (kořen tabulky -  $l_0$ ) při zachování řádu úmrtnosti sledovaného období:

$$l_{x+1} = p_x * l_x$$

- *tabulkový počet zemřelých* ( $d_x$ ) vyjadřuje hypotetický počet zemřelých osob v dokončeném věku  $x$  let; je počítán jako rozdíl dvou po sobě jdoucích tabulkových počtů dožívajících:

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

- *tabulkový počet žijících* ( $L_x$ ) je hypotetický průměrný počet žijících v dokončeném věku  $x$  let; počítá se (kromě věku 0) jako průměr ze dvou po sobě jdoucích tabulkových počtů dožívajících:

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$$

Tabulkový počet žijících ve věku 0 je odvozen z přesného rozložení zemřelých kojenců v daném období podle ročníku narození. Koeficient  $\alpha$  (alfa) udává, jaký podíl zemřelých ve věku 0 v daném roce (ve III. hlavním souboru událostí) pochází z generace narozených daného roku. Při výpočtu krajských úmrtnostních tabulek je aplikován koeficient vypočtený z rozložení zemřelých kojenců v I. hlavním souboru událostí (pro dané dvouleté období) v celé České republice.

$$L_0 = l_0 - \alpha * d_0$$

- *pomocný ukazatel* ( $T_x$ ) vyjadřuje počet let života, které má tabulková generace (nikoliv jednotlivců) v daném věku ještě před sebou, a je dán kumulací počtu žijících  $L_x$  od nejvyššího věku tabulky  $\omega-1$  až po věk  $x$ :

---

<sup>1</sup> [http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/umrtnostni\\_tabulky\\_metodika](http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/umrtnostni_tabulky_metodika)

$$T_x = T_{x+1} + L_x$$

$$T_x = \sum_{\omega=1}^x L_x$$

- střední délka života neboli naděje dožití ( $e_x$ ) udává průměrný počet let, který má naději prožít osoba právě x-letá při zachování řádu úmrtnosti sledovaného období. Jedná se o syntetický ukazatel, který zobrazuje úmrtnostní poměry ve všech věkových skupinách.

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}$$

### Výpočet vstupní pravděpodobnosti úmrtí pro podrobnou úmrtnostní tabulku:

Vstupní data:

- počet zemřelých dle pohlaví a jednotek věku v daném roce (rocích za jednotlivé kraje)
- počet zemřelých ve věku 0 v ČR podle ročníku narození
- počet obyvatel dle pohlaví a jednotek věku v ČR k 1.7. daného roku (resp. k 1.1. daného roku v jednotlivých krajích)
- počet živě narozených dle pohlaví v daném roce (rocích za jednotlivé kraje)

Postup:

1. Z empirických dat vypočteme pro věk  $x \geq 1$  specifickou míru úmrtnosti ( $m_x$ ), jakožto podíl zemřelých daného věku a pohlaví a středního stavu obyvatel daného věku a pohlaví v dané územní jednotce:

$${}_t m_x^{CR} = \frac{{}_t D_x}{1.7 {}_t P_x}$$

$${}_{t-1,t} m_x^{kraj} = \frac{{}_{t-1} D_x + {}_t D_x}{1.1 {}_t P_x}$$

2. Vypočteme pravděpodobnost úmrtí, která je založena na spojitě funkci  $q_x = 1 - e^{-m_x}$ . Pravděpodobnost úmrtí ve věku 0 je rovna tzv. kojenecké úmrtnosti, podílu zemřelých ve věku 0 a živě narozených v daném období.

$${}_t q_0^{CR} = \frac{{}_t D_0}{{}_t N^v}$$

$${}_{t-1,t} q_0^{kraj} = \frac{{}_{t-1} D_0 + {}_t D_0}{{}_{t-1} N^v + {}_t N^v}$$

3. Pro odstranění náhodných výkyvů jsou hodnoty pravděpodobnosti úmrtí od věku 4 let vyrovnány pomocí vzorce:

$$q_x^{vyrov} = [105 * q_x + 90 * (q_{x-1} + q_{x+1}) + 45 * (q_{x-2} + q_{x+2}) - 30 * (q_{x-3} + q_{x+3})] / 315$$

4. Vzhledem k malé velikosti souboru zemřelých ve vyšším věku (a tudíž většímu kolísání empirických hodnot) se pravděpodobnost úmrtí přibližně od věku 80 let odvozuje

(extrapoluje) pomocí Gompertz-Makehamova vzorce  $\log p_x = a + b * c^x$ .

Vstupní charakteristikou pro Gompertz-Makehamovu formuli je přirozený logaritmus pravděpodobnosti dožití, odvozené z vyrovnané hodnoty pravděpodobnosti úmrtí:

$$\ln p_x^{\text{vyrovn}} = \ln(1 - q_x^{\text{vyrovn}})$$

ČSÚ používá King-Hardyho metodu, při které extrapolace vychází ze soustavy rovnic ( $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ) pro tři stejně dlouhé po sobě jdoucí intervaly, kde  $d$  je délka intervalu a  $x_0$  věk na počátku prvního intervalu (zde  $x_0 = 60$  a  $d = 8$ ).

$$R_1 = \sum_{i=x_0}^{x_0+d-1} \ln p_i^{\text{vyrovn}} \quad R_2 = \sum_{i=x_0+d}^{x_0+2d-1} \ln p_i^{\text{vyrovn}} \quad R_3 = \sum_{i=x_0+2d}^{x_0+3d-1} \ln p_i^{\text{vyrovn}}$$

5. Konstanty  $a$ ,  $b$ ,  $c$  obsažené v Gompertz-Makehamově formuli charakterizující sílu úmrtnosti vypočteme podle vztahů:

$$c^d = \frac{R_3 - R_2}{R_2 - R_1} \quad c = \sqrt[d]{c^d} \quad b = \frac{(c-1) * (R_2 - R_1)}{c^{x_0} * (c^d - 1)^2} \quad a = \left[ R_1 - \frac{(R_2 - R_1)}{(c^d - 1)} \right] / d$$

6. Dosazením  $a$ ,  $b$ ,  $c$  do Gompertz-Makehamova vzorce vypočteme pro věk  $x \geq 71$  modelové pravděpodobnosti dožití  $r_x = \exp(a + b * c^x)$  a najdeme věk  $y$  ( $y \geq 75$ ), pro který nabývá odchylka  $|px_{\text{vyrovn}} - rx|$  minimální hodnoty. Od věku  $y$  pak pravděpodobnost úmrtí nejlépe vystihuje funkce  $qx_{GM}$ , která je doplňkem funkce  $rx$  do jedné. Přechod na extrapolované hodnoty je upraven vyrovnáním hodnot pro věk  $z = (y - 4), \dots, (y + 4)$ :

$$q_z^{GM} = 1 - \left[ \left(1 - \frac{z - y + 5}{10}\right) * p_z^{\text{vyrovn}} + \frac{z - y + 5}{10} * r_z \right]$$

7. Pro výpočet úmrtnostní tabulky jsou tedy vstupními hodnotami následující pravděpodobnosti úmrtí:

- pro věk 0..... kojenecká úmrtnost
- pro věk 1, 2, 3 ..... pravděpodobnosti odvozené ze specifických měř úmrtnosti
- pro věk 4 až  $(y - 5)$  ..... pravděpodobnosti vyrovnané
- pro věk  $(y - 4)$  až  $\omega - 1$  ..... pravděpodobnosti vyrovnané a extrapolované