Zadání DU do BI 7440

Předpovídání kulminace výskytu sezónní chřipky

Jedna z nejběžnějších nemocí (v mírném pásmu / na severní polokouli), kterou prodělal ve svém životě snad každý člověk, se pravidelně ve větší míře vyskytuje v období od listopadu do dubna. Například v USA dostane podle odhadů chřipku mezi 5 až 20 procenty populace, přičemž přibližně 36 000 lidí nemoci podlehne. V ČR onemocní chřipkou přibližně stejné procento populace jako v USA, počet úmrtí se přitom pohybuje v desítkách (až k jednomu stu) [2, 3].

Pro předpovídání kulminace výskytu chřipky u obyvatel České republiky vytvoříme klasický kompartmentový model, v němž rozdělíme populaci do skupin. Budeme používat následující označení:

S ... počet náchylných lidí, tj. zdravých lidí, kteří nemají proti chřipce imunitu a mohou jí onemocnět
A ... počet infekčních lidí bez symptomů nemoci
$\boldsymbol{I}$ ... počet infekčních lidí se symptomy nemoci
R ... počet uzdravených lidí, tj. těch, kteří nemoc již prodělali a jsou proti nemoci nadále imunní
V ... počet očkovaných lidí, tj. lidí, kteří nemoc neprodělali, ale díky očkování jsou vůči ní imunní
D ... počet zesnulých lidí, tj. těch, kteří nemoci podlehli

Předpoklady:

- člověk může během sledovaného období (listopad až duben) onemocnět chřipkou nejvýše jednou,
- očkovaný člověk je během sledovaného období plně imunní (nemůže onemocnět chřipkou)
- všichni lidé z libovolné (ale pevně zvolené) skupiny jsou si rovni (tj. např. nehledě na jejich věk či zdravotní stav)
- N, tj. počet obyvatel ČR, je během sledovaného období konstantní a platí pro něj: $N = S(t) + A(t) + \boldsymbol{I}(t) + R(t) + D(t)$ pro libovolné $t \in \mathbb{R}$, $t \geq 0$.
- přechod člověka z jedné skupiny do jiné závisí pouze na konstantním parametru a velikosti skupiny, z níž přechází, s výjimkou přechodu ze skupiny náchylných lidí do skupiny infekčních lidí bez symptomů nemoci, který je tím častější, čím více je infekčních lidí.

Vytvořte program v Maple (Matlab), který vykreslí grafy řešení:

- jaký sezónní průběh bude chřipka mít
- kolik lidí celkem prodělá onemocnění
- jak bude ovlivněn počet nemocných (případně průběh onemocnění) počtem očkovaných lidí a jak na tom bude záviset počet zesnulých (při různé „síle" nemoci)
- citlivosti parametrů modelu a neurčitost vypočteného řešení

Matematický model

Na základě zmíněných předpokladů sestavíme model. Čas budeme přitom chápat jako spojitou veličinu[1]. Parametry α, β, γ, δ, κ a μ vystupující v modelu nechť jsou nezáporná reálná čísla nejvýše rovná jedné (z příslušné skupiny se nemůže přesunout do jiné více lidí, než kolik jich tam je).

$$
\begin{aligned}
S'(t) &= -\beta \cdot S(t) \cdot \frac{A(t)+I(t)}{N} - \mu \cdot S(t) \\
A'(t) &= \beta \cdot S(t) \cdot \frac{A(t)+I(t)}{N} - (\alpha + \kappa + \mu) \cdot A(t) \\
I'(t) &= \alpha \cdot A(t) - (\gamma + \delta) \cdot I(t) \\
R'(t) &= \gamma \cdot I(t) + \kappa \cdot A(t) \\
V'(t) &= \mu \cdot (S(t) + A(t)) \\
D'(t) &= \delta \cdot I(t)
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Počáteční podmínka bude tvořena stavem na začátku sledovaného období, pro něž $t = 0$. Nechť

$S(0) = S0$ (10^7), $A(0) = A0$ (10^4), $I(0) = I0$ ($0.5\ 10^5$),

$R(0) = R0$ (0), $V(0) = V0$ (150), $D(0) = D0$ (0).

Hodnoty parametrů byly odhadnuty na základě existující literatury: SZU, UZIS, MZCR, Hygienu, CZSO (ČSÚ), [3].

$\alpha = 0.5$, $\beta = 0.4166667$, $\gamma = 0.2$, $\delta = 0.1190476\ 10^{-4}$, $\kappa = 0.9$ a $\mu = 0.2873563\ 10^{-3}$

Literatura

[1] Hřebíček, J., Pospíšil, Z., Urbánek, J.: Úvod do matematického modelování s využitím Maple. CERM, Brno (2010)

[2] Petráš, M.: Očkování proti chřipce. http://www.vakciny.net/doporucene_ockovani/chripka.html

[3] Prosper, O., Saucedo, O., Thompson, D., Torres-Garcia, G., Wang, X., Castillo- Chavez, C.: Modeling Control Strategies for Concurrent Epidemics of Seasonal and Pandemic H1N1 Influenza. Mathematical Biosciences and Engineering (2011)