

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2012 - 2013

IV.
Elektronová optika

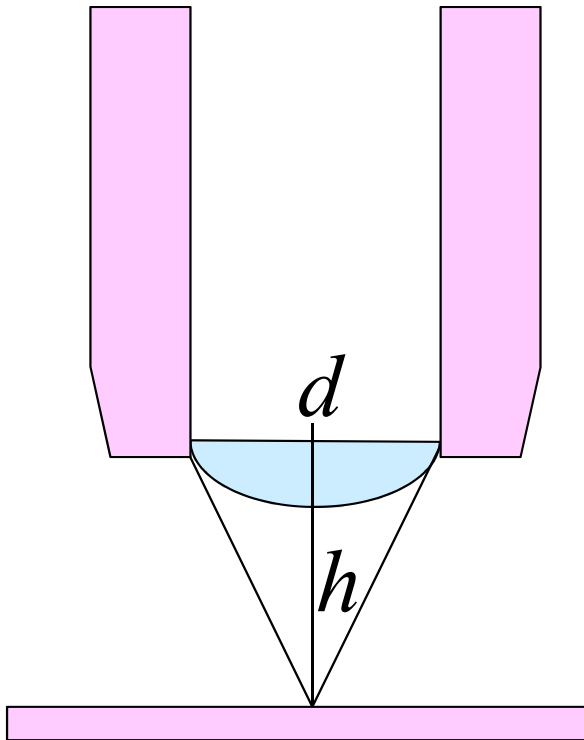
KOTLÁŘSKÁ 13. BŘEZNA 2013

F4110
Kvantová fyzika atomárních soustav
letní semestr 2012 - 2013

IV.
Elektronová mikroskopie

KOTLÁŘSKÁ 13. BŘEZNA 2013

Preludium: rozlišovací mez (optického) mikroskopu



Rozlišovací mez mikroskopu je dána vlnovou délkou použitého světla ... **Projeví se vlnové vlastnosti**

ABBEHO PODMÍNKA

$$\delta = \frac{0.61\lambda}{\text{NA}} \quad \text{poloměr prvního difrakčního peaku}$$

NA numerická apertura

$$\text{NA} = \sin \vartheta = d / 2\sqrt{h^2 + \frac{1}{4}d^2}$$

Grafické znázornění difrakčních obrazců

Numerical Aperture and Airy Disc Size

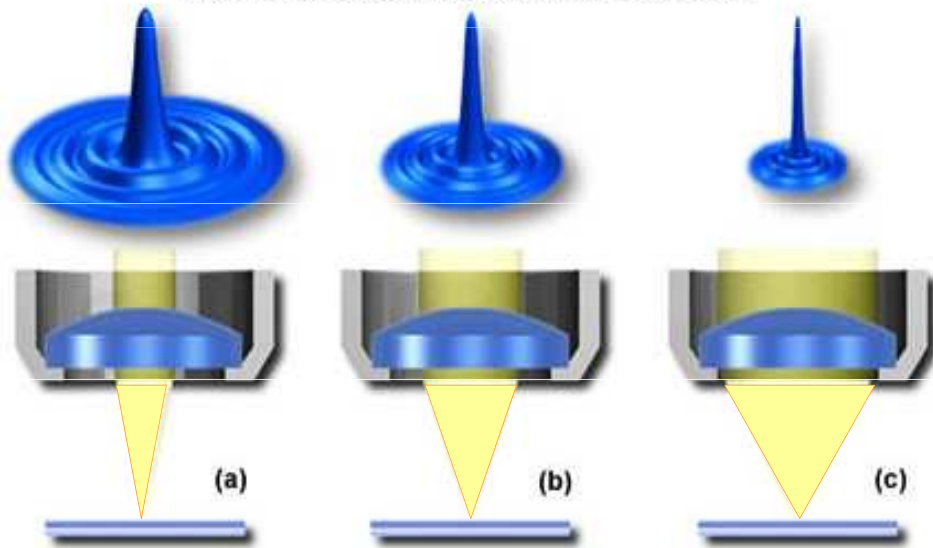
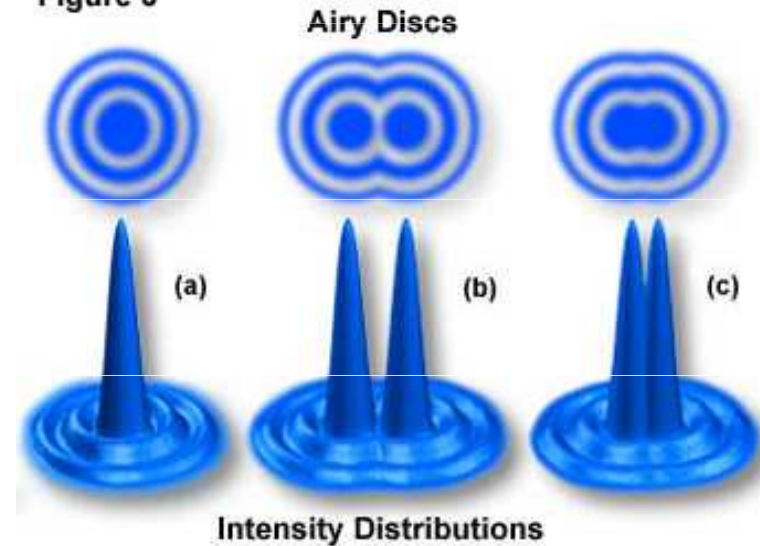


Figure 4

Figure 3



Intensity Distributions

$$\delta = \frac{0.61\lambda}{NA} \quad \text{poloměr prvního difrakčního peaku}$$

NA numerická apertura

$$NA = \sin \vartheta = d / 2 \sqrt{h^2 + \frac{1}{4}d^2}$$

Rozlišení:

Kdy ještě dva difrakční obrazce nesplývají

Lidské oko rozliší 0,2 mm
Optický mikroskop 0,2 μm
... Zkrátit vlnovou délku

Grafické znázornění difrakčních obrazců

Numerical Aperture and Airy Disc Size

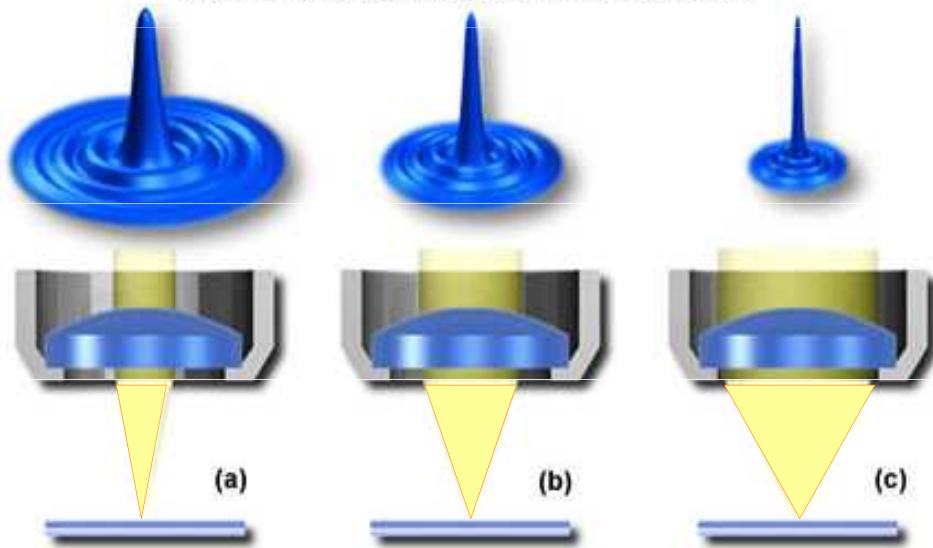


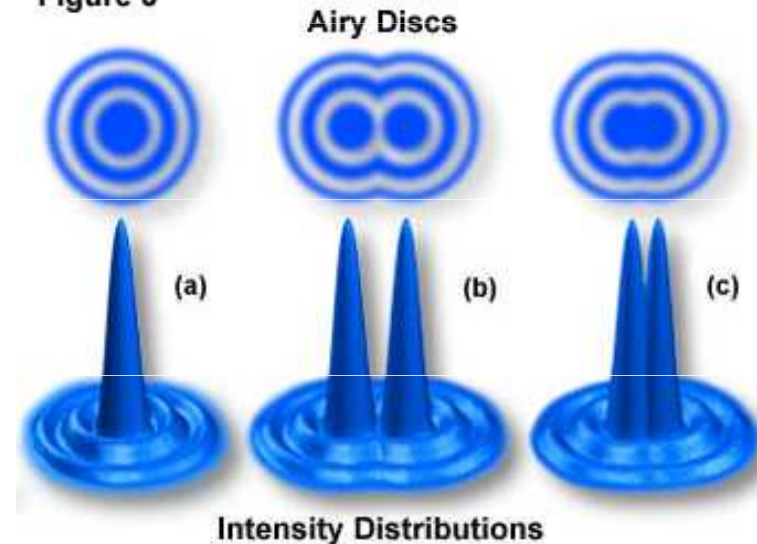
Figure 4

$$\delta = \frac{0.61\lambda}{NA} \quad \text{poloměr prvního difrakčního peaku}$$

NA numerická apertura

$$NA = \sin \vartheta = d / 2\sqrt{h^2 + \frac{1}{4}d^2}$$

Figure 3



Intensity Distributions

Rozlišení:

Kdy ještě dva difrakční obrazce nesplývají

Lidské oko rozliší 0,2 mm
Optický mikroskop 0,2 μm
... Zkrátit vlnovou délku
... elektronový mikroskop

Začátky elektronové mikroskopie

| | |
|------|---|
| 1924 | De Broglie postuluje vlnové vlastnosti částic |
| 1927 | Busch – teorie magnetické čočky |
| 1931 | Knoll a Ruska – první elektronový mikroskop |
| 1933 | Zvětšení lepší než u optických mikroskopů |
| 193? | Ruska – patentuje magnetické nastavce čoček |
| 1936 | Scherzer – teorém o neodstranitelné otvorové vadě |
| 1938 | První komerční TEM -- Siemens |
| 1942 | Prototyp SEM (v USA) |

DALŠÍ ROZVOJ AŽ V POVÁLEČNÝCH LETECH

Hodně opožděná Nobelova cena



The Nobel Prize in Physics 1986

"for his fundamental work in electron optics, and for the design of the first electron microscope"

"for their design of the scanning tunneling microscope"



Ernst Ruska

🕒 1/2 of the prize

Federal Republic of Germany

Fritz-Haber-Institut der Max-Planck-Gesellschaft
Berlin, Federal Republic of Germany

b. 1906
d. 1988



Gerd Binnig

🕒 1/4 of the prize

Federal Republic of Germany

IBM Zurich Research Laboratory
Rüschlikon, Switzerland

b. 1947



Heinrich Rohrer

🕒 1/4 of the prize

Switzerland

IBM Zurich Research Laboratory
Rüschlikon, Switzerland

b. 1933

Hodně opožděná Nobelova cena



The Nobel Prize in Physics 1986

"for his fundamental work in electron optics, and for the design of the first electron microscope"



Ernst Ruska

Úvodem k vlastní přednášce

- S elektrony lze pracovat v přiblížení geometrické optiky, pokud se pohybují v dostatečně plyných polích
- Na příkladu elektrostatických polí prozkoumáme konstrukci centrovaných soustav v paraxiální aproximaci
- Magnetické čočky jsou ale mnohem zajímavější
- I elektronové optické soustavy trpí vadami zobrazení ...
- ale ty se dnes daří překonat

Nejprve několik reklamních obrázků

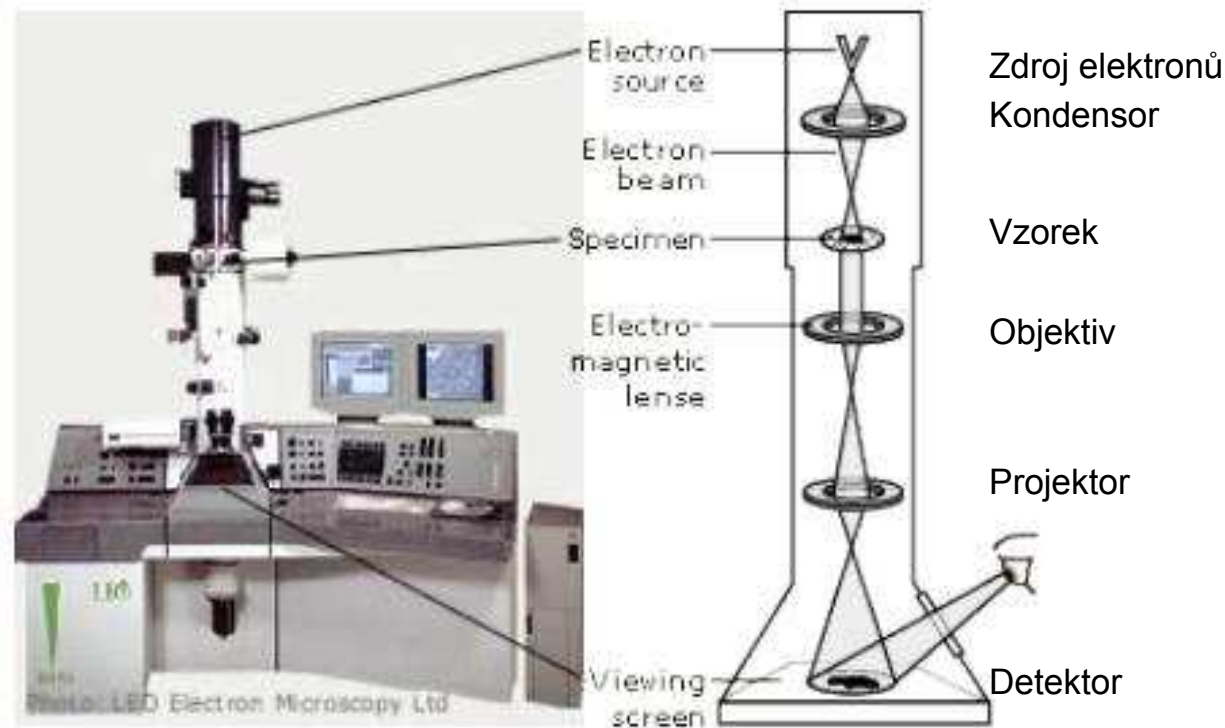
V dnešní době je elektronová mikroskopie standardní a rozšířenou laboratorní technikou.

Variant konstrukce je velký počet.

Celý obor se stále rozvíjí. Elektronové svazky se využívají i v technologii, například pro elektronovou litografii.

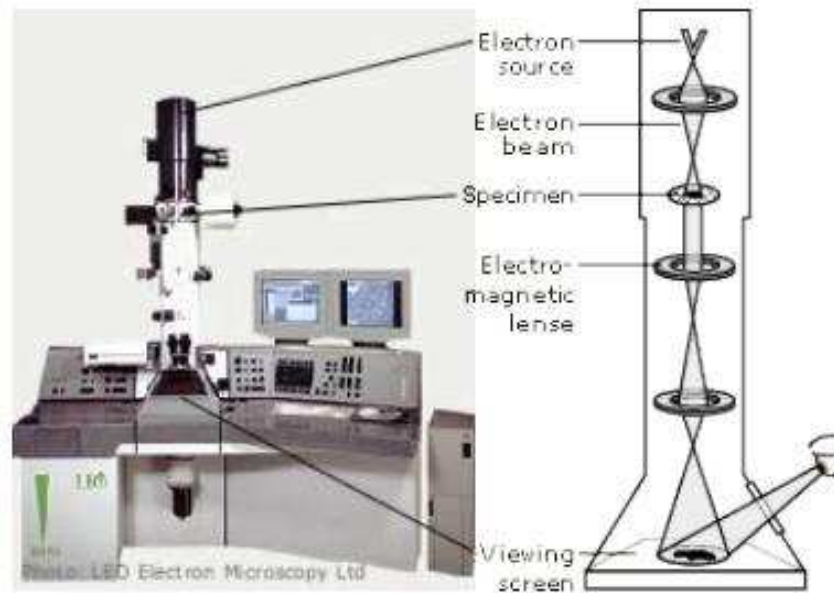
Transmisní (prozařovací) elektronový mikroskop

transmisní elektronový mikroskop (TEM)

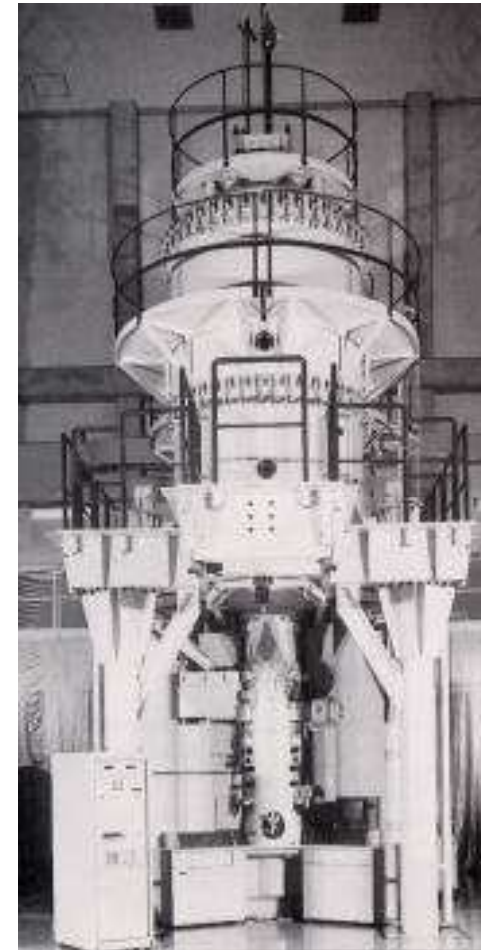


Transmisní elektronový mikroskop

transmisní elektronový mikroskop (TEM)



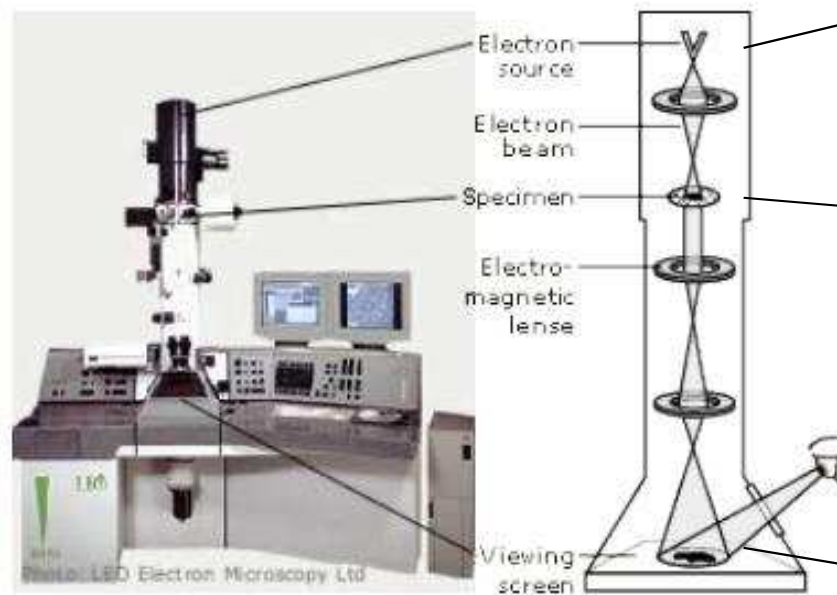
STOLNÍ PŘÍSTROJ
~ 50 000 eV



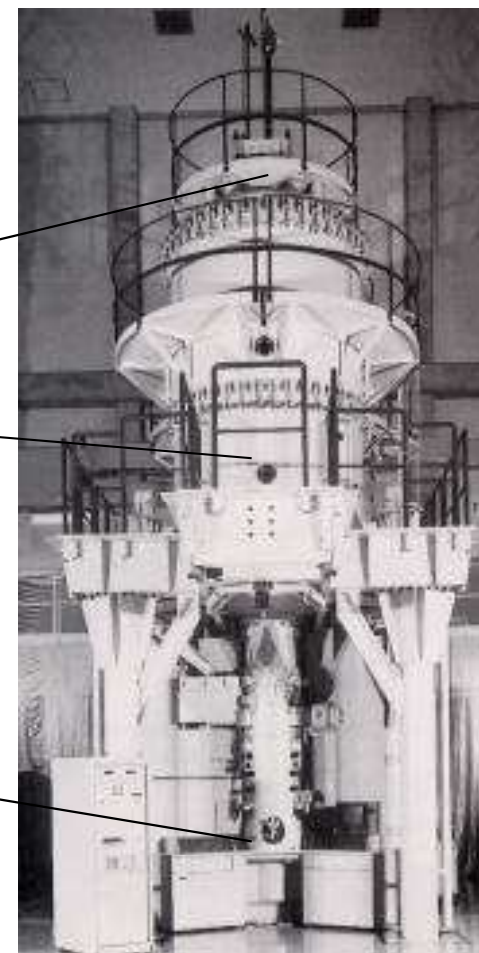
UNIKÁTNÍ PŘÍSTROJ
~ 1 000 000 eV

Transmisní elektronový mikroskop

transmisní elektronový mikroskop (TEM)



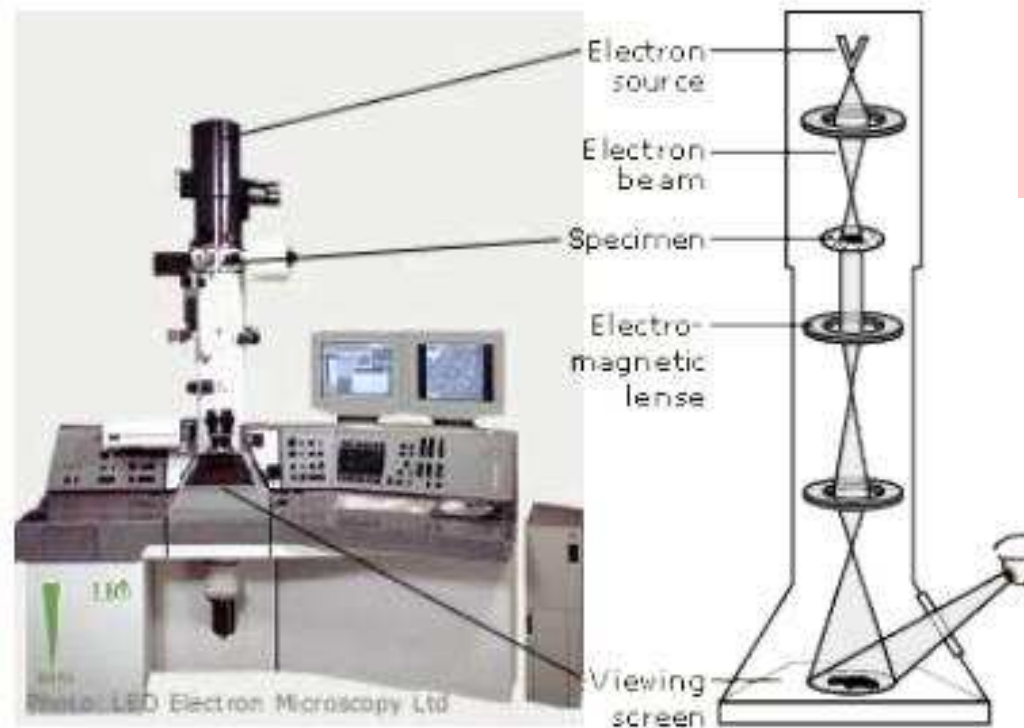
STOLNÍ PŘÍSTROJ
~ 50 000 eV



UNIKÁTNÍ PŘÍSTROJ
~ 1 000 000 eV

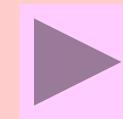
Transmisní elektronový mikroskop

transmisní elektronový mikroskop (TEM)



DETAIL

Srovnání s
optickým
mikroskopem

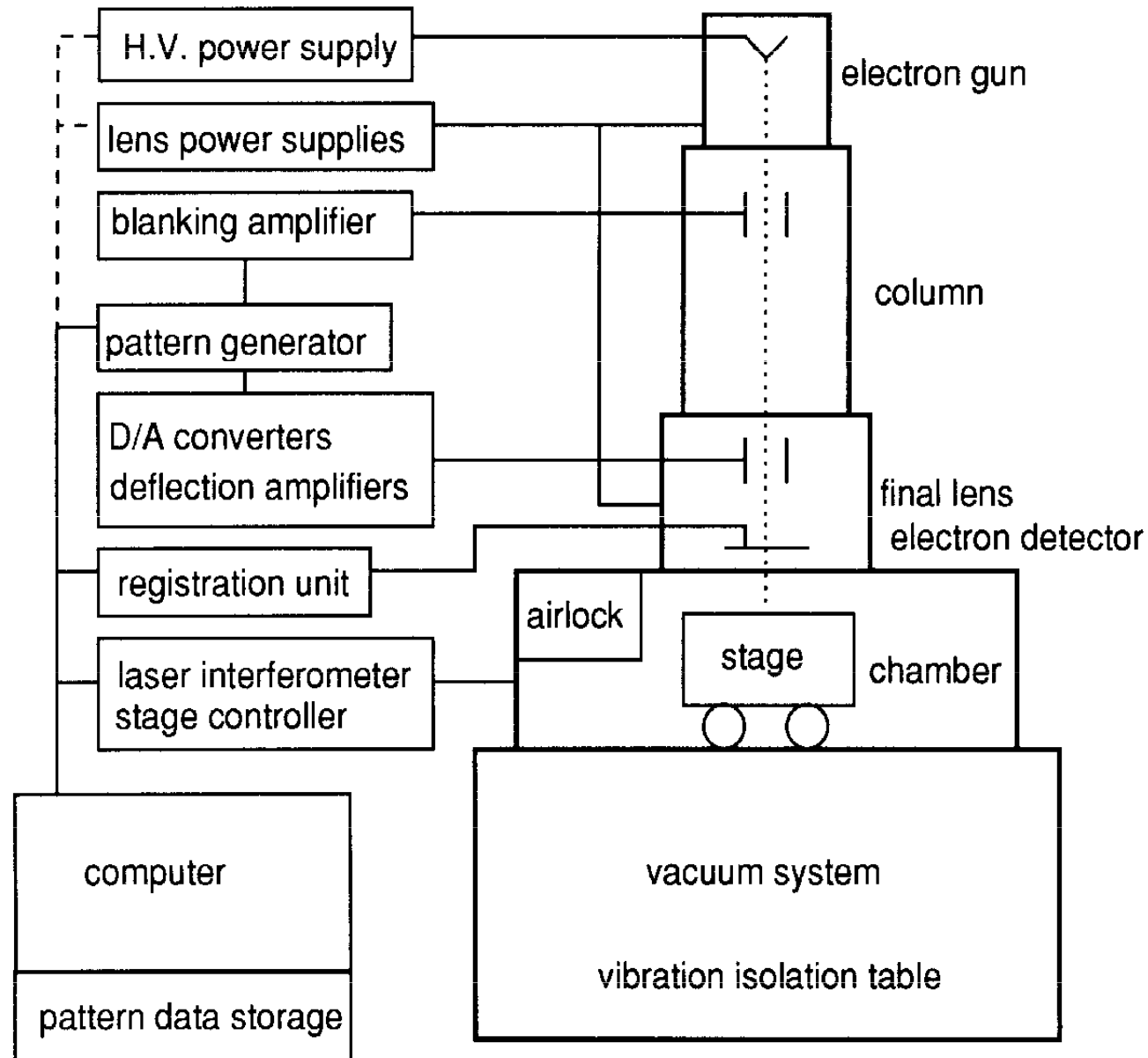


Exkurs A: elektronová litografie

Elektronové svazky se využívají i v technologii,
například pro elektronovou litografii.

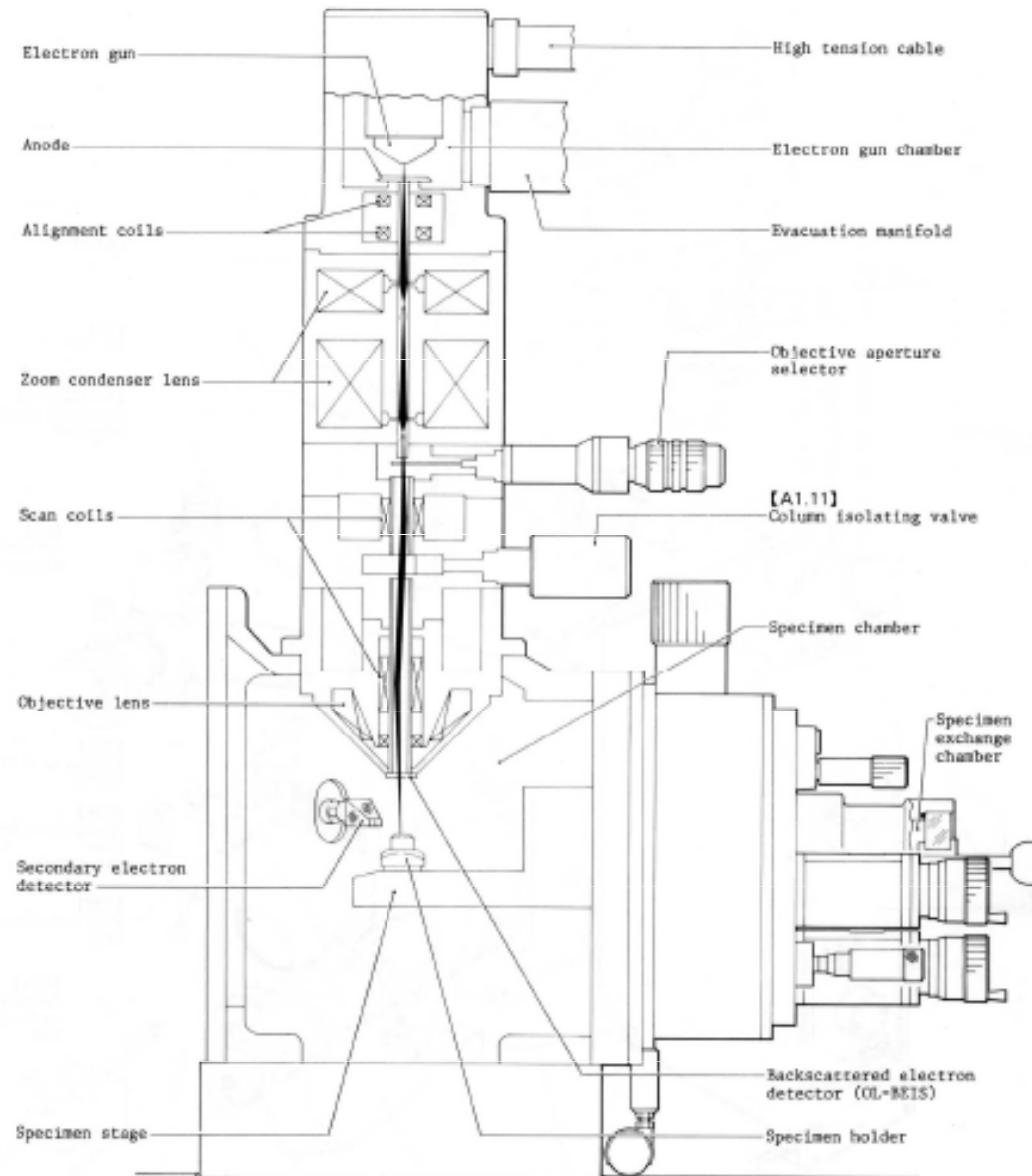
Hodí se méně pro seriovou výrobu, zato dokonale
pro unikátní litografické práce s vysokým
rozlišením.

Blokový diagram EBL systému



Schema elektronového litografu

JSM-840A Cross-section of Column



Litografický postup je podobný jako u optické litografie

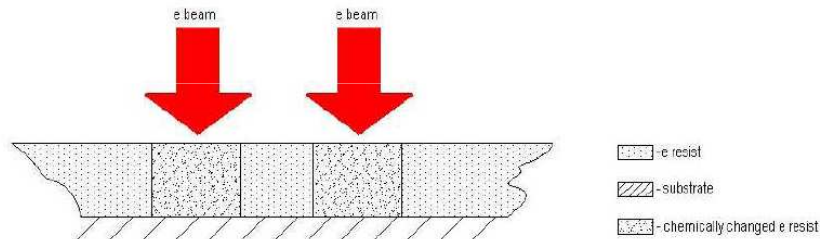


Figure 2.1 E resist crosssection: The electron beam causes chemical changes in the exposed areas

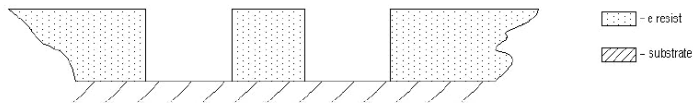


Figure 2.2 E resist crosssection: Only the chemically changed e resist can be dissolved in a specific solvent (positive lithography)

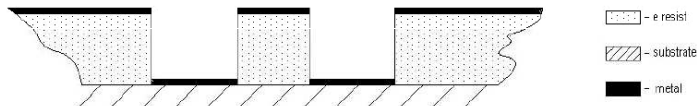


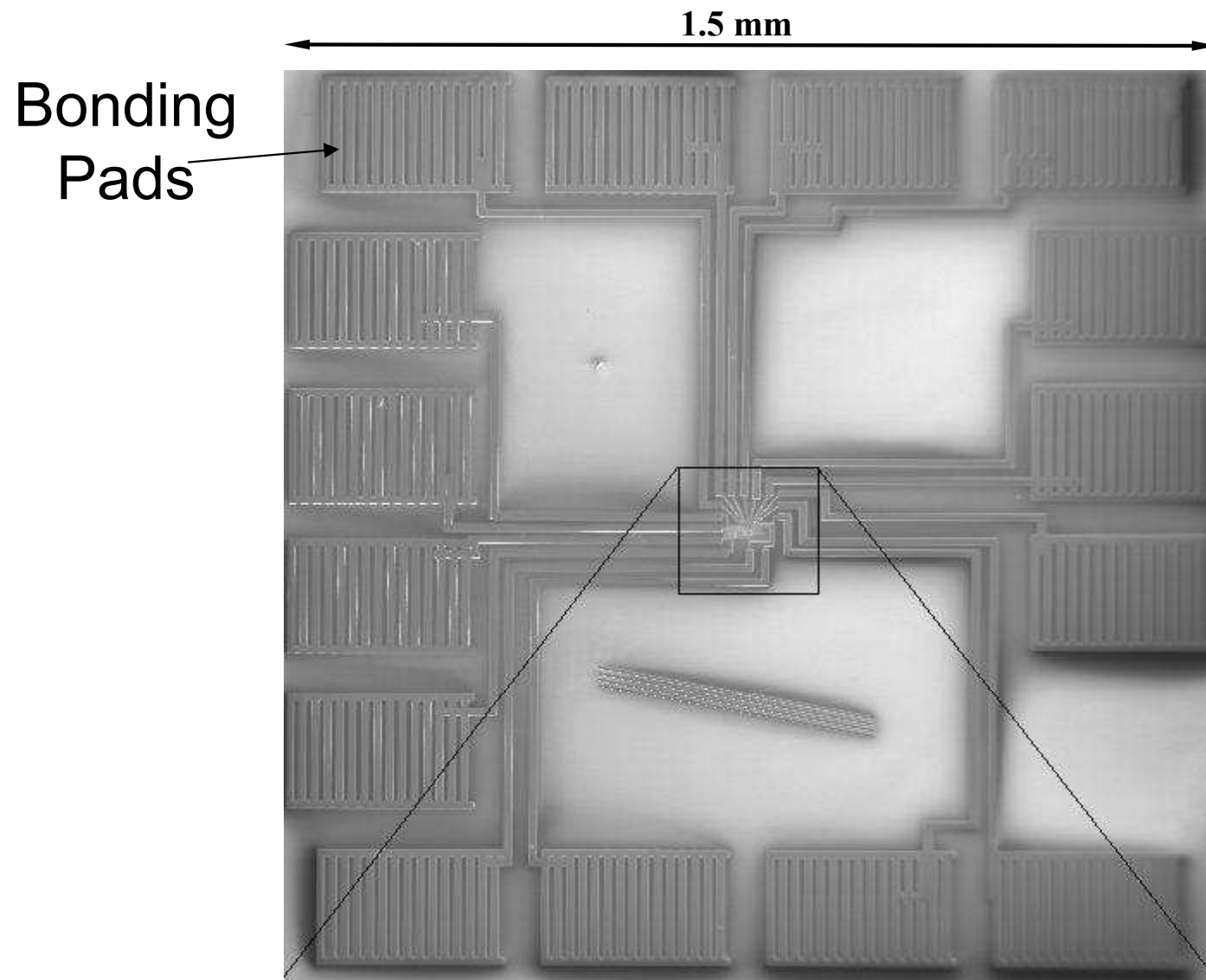
Figure 2.3 E resist crosssection after metal deposition



Figure 2.4 Circuit crosssection: Final result

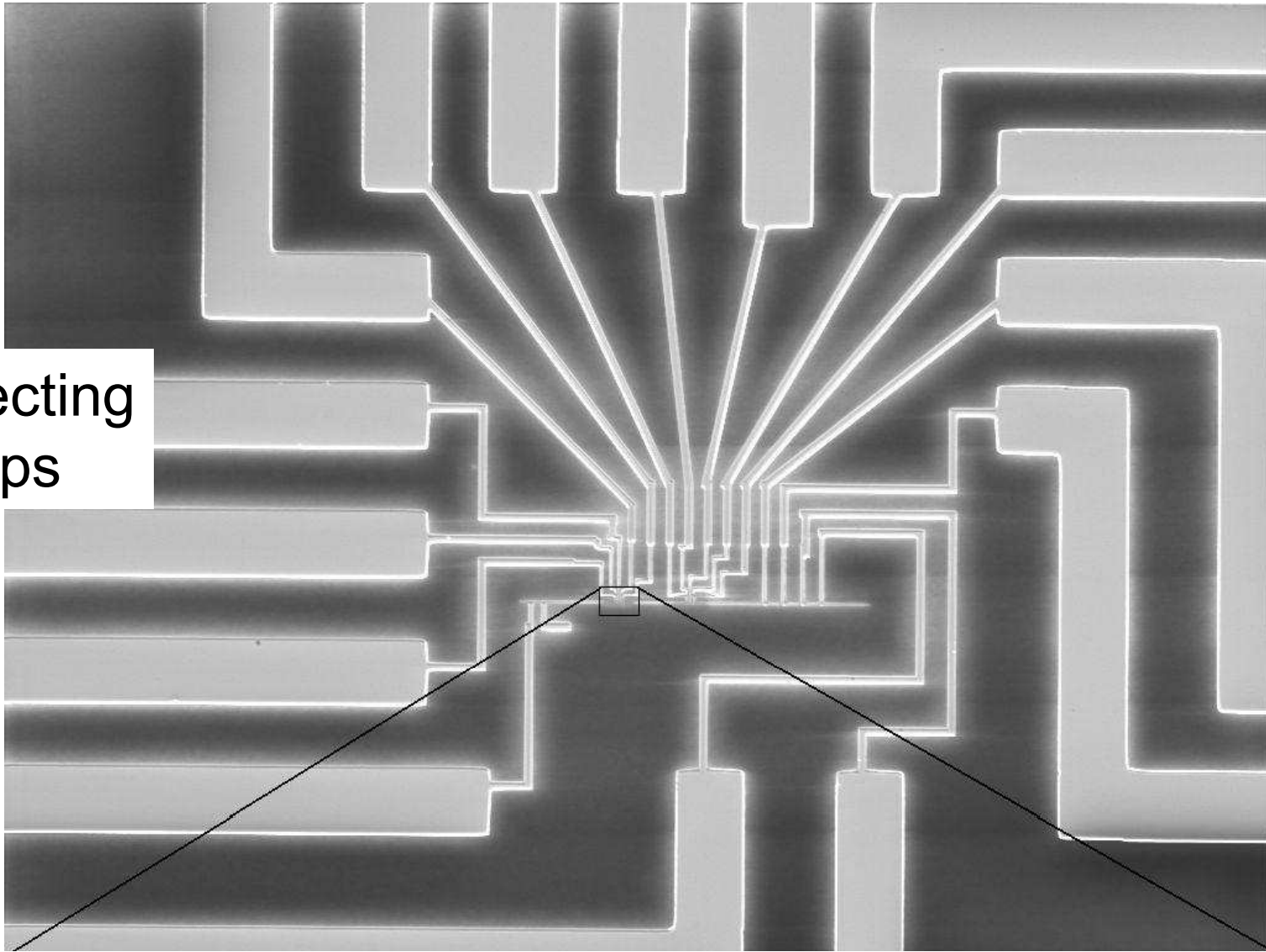
- 1 Vlastní litografie – elektronový svazek ozařuje resist a kreslí vzor
- 2 Exponovaná místa se odstraní
- 3 Napaří se kovová vrstva
- 4 Odleptá se neexponovaný resist, zůstává vzor jako tenká kovová vrstva nanesená na povrch vzorku

Příklad struktury vytvořené EBL

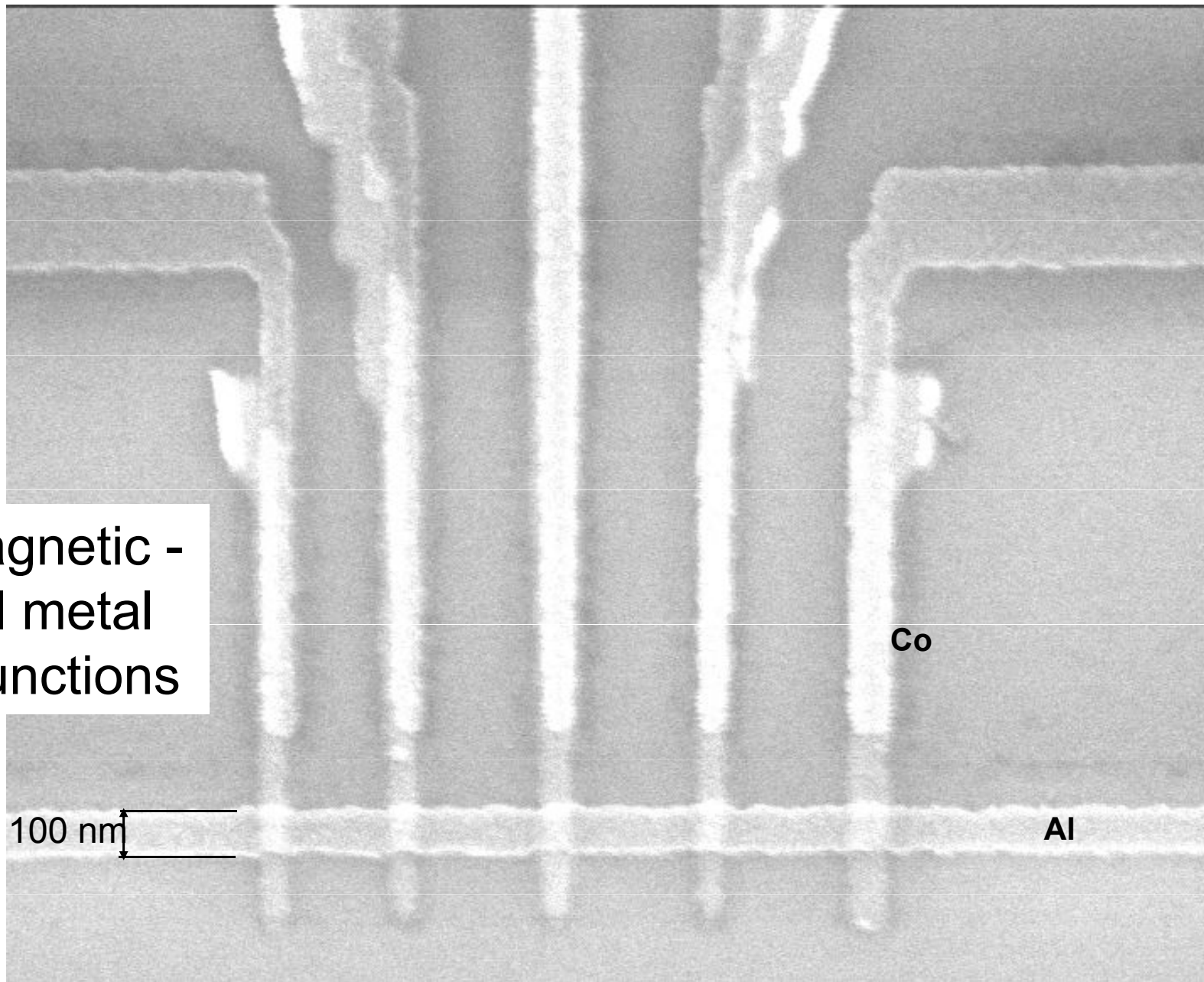


Contact "cage" to nano-circuit -- for rapid testing

Connecting
Strips



Ferromagnetic -
Normal metal
tunnel junctions



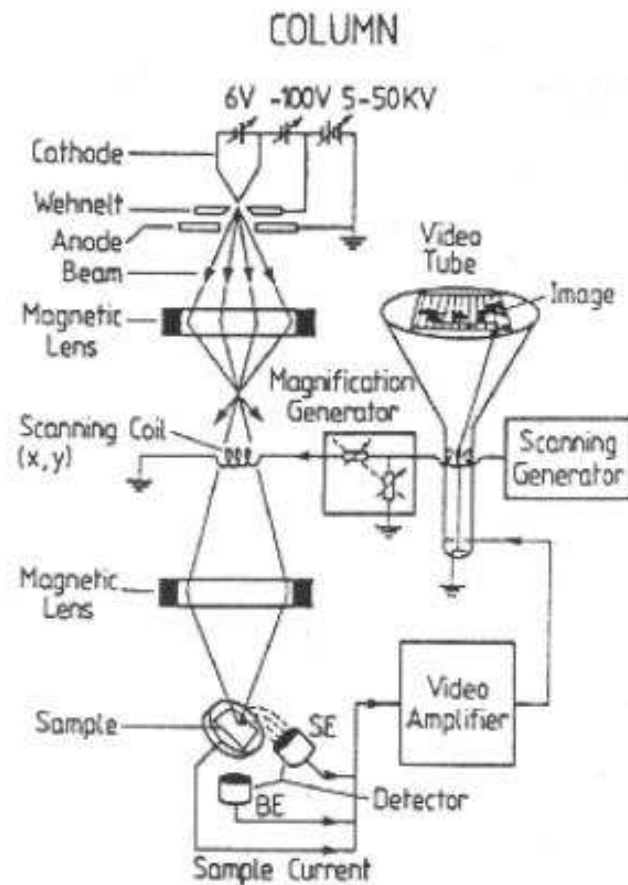
Circuit to measure spin injection from ferromagnet (Co) to normal metal (Al)

Exkurs B: řádkovací elektronový mikroskop

Podobný princip jako pro elektronovou litografii, ale využít k zobrazovacím a analytickým účelům.

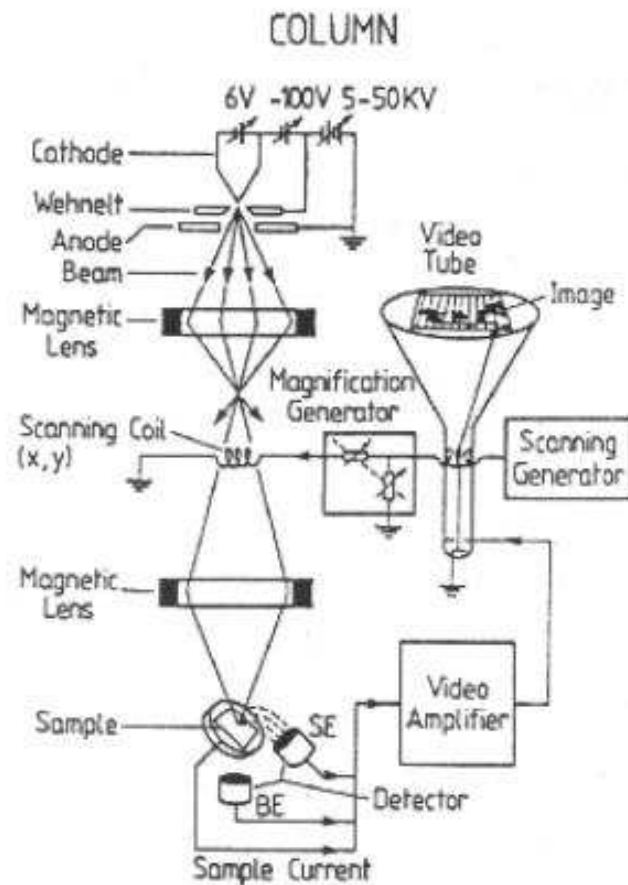
Řádkovací (rastrovací) elektronový mikroskop

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



Řádkovací (rastrovací) elektronový mikroskop

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



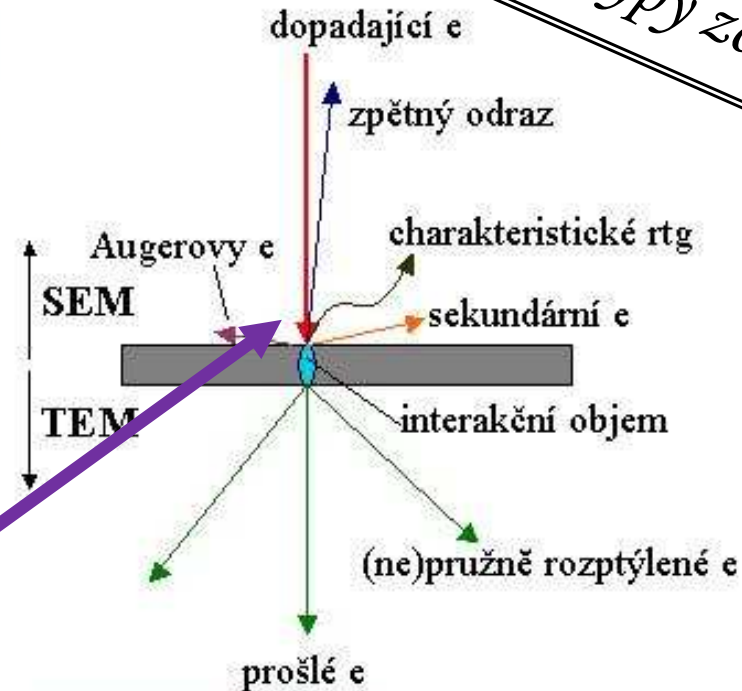
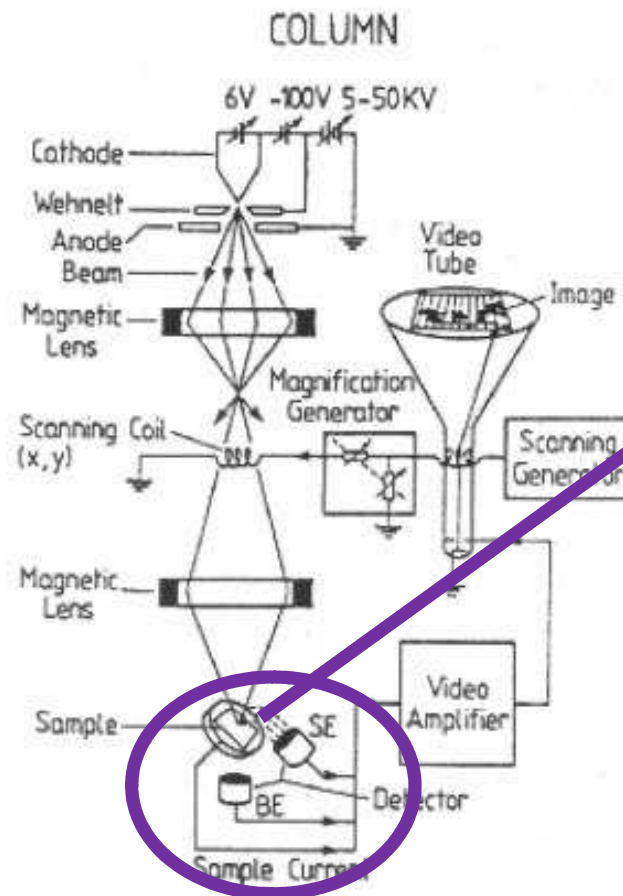
VZNIK OBRAZU

- [optický stupeň] bodový zdroj zobrazen jako bod na povrchu vzorku
- [řádkování] měřicí bod posouván řádkovacím zařízením
- [zobrazení] elektrony vyvolávají nepružné procesy v interakčním objemu
- [detekce] produkty zachycovány detekčním systémem

Řádkovací (rastrovací) elektronový mikroskop

Typy zobrazení

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)

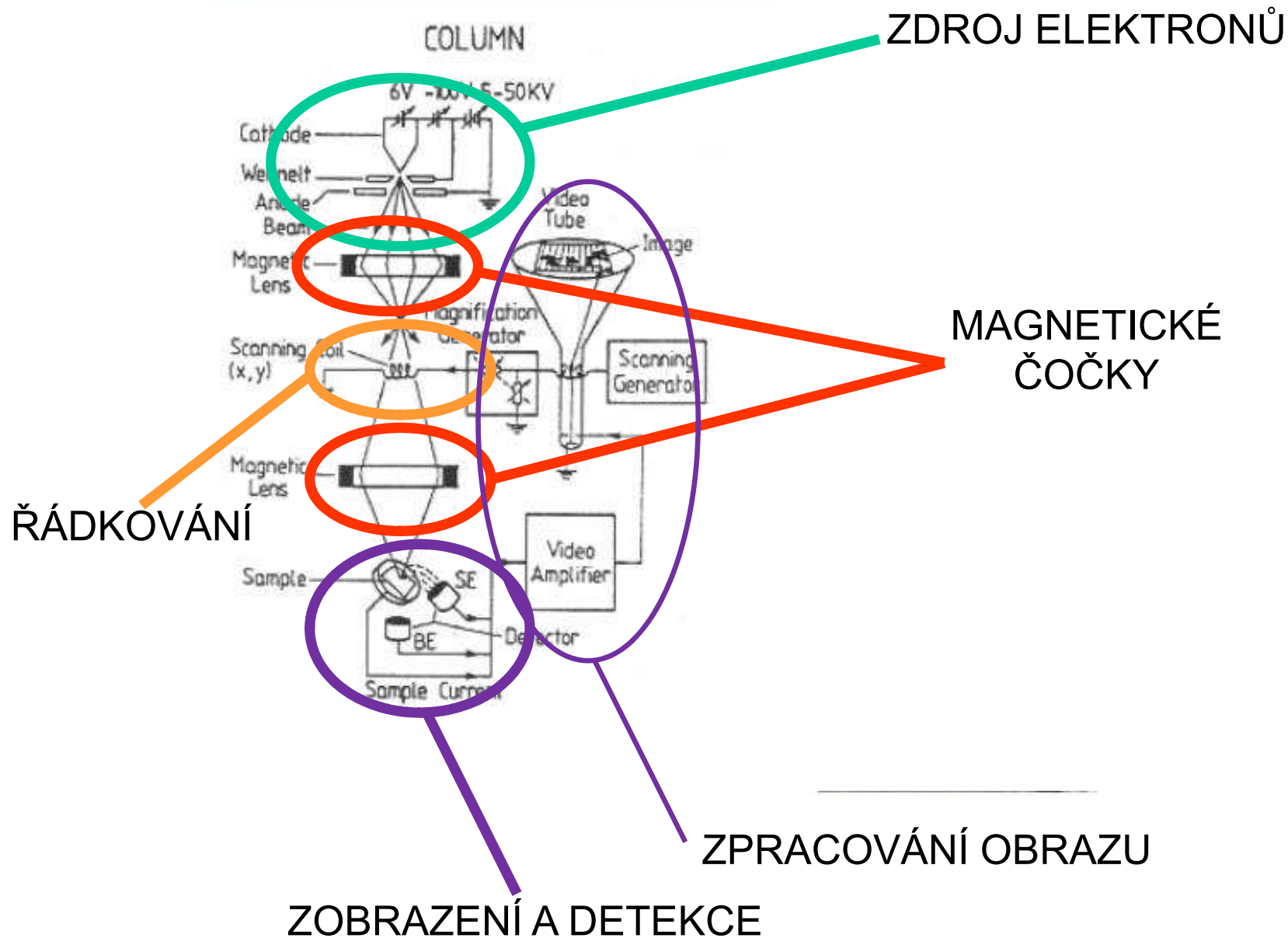


VZNIK OBRAZU

- [optický stupeň] bodový zdroj zobrazen jako bod na povrchu vzorku
- [řádování] měřicí bod posouván řádkovacím zařízením
- [zobrazení] elektrony vyvolávají nepružné procesy v interakčním objemu
- [detekce] produkty zachycovány detekčním systémem

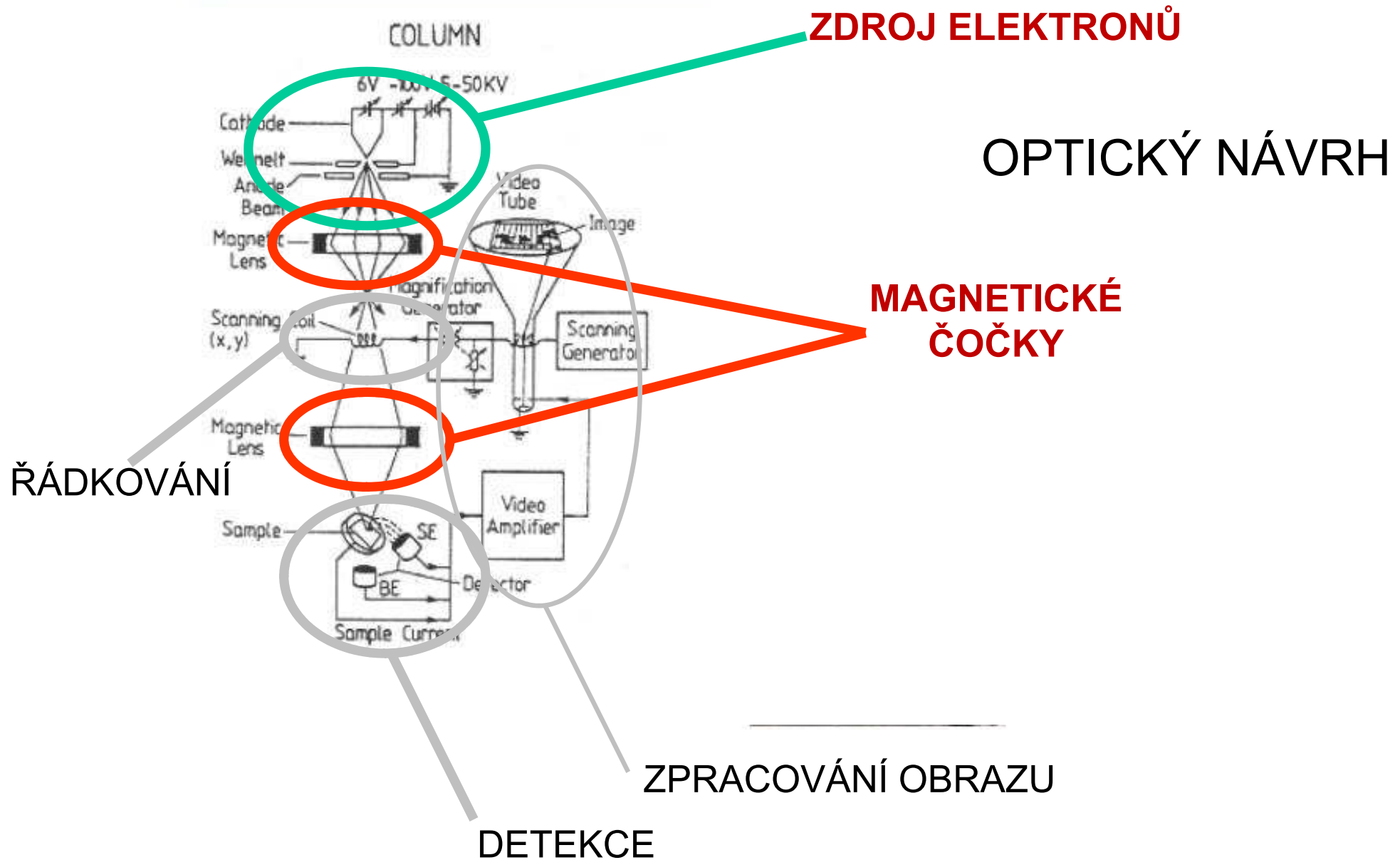
Řádkovací elektronový mikroskop: náš dnešní úhel pohledu

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



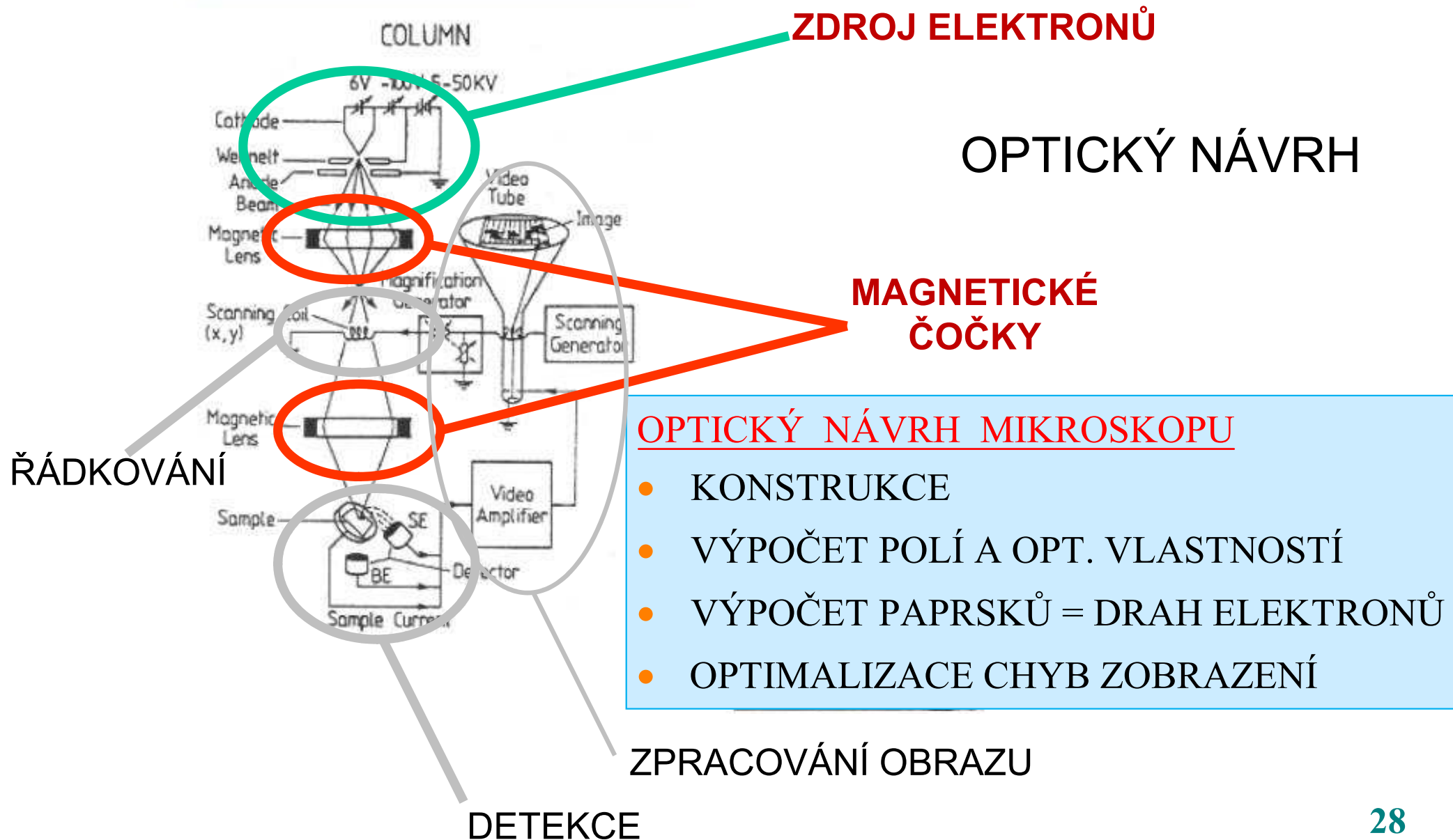
Řádkovací elektronový mikroskop: náš dnešní úhel pohledu

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



Řádkovací elektronový mikroskop: náš dnešní úhel pohledu

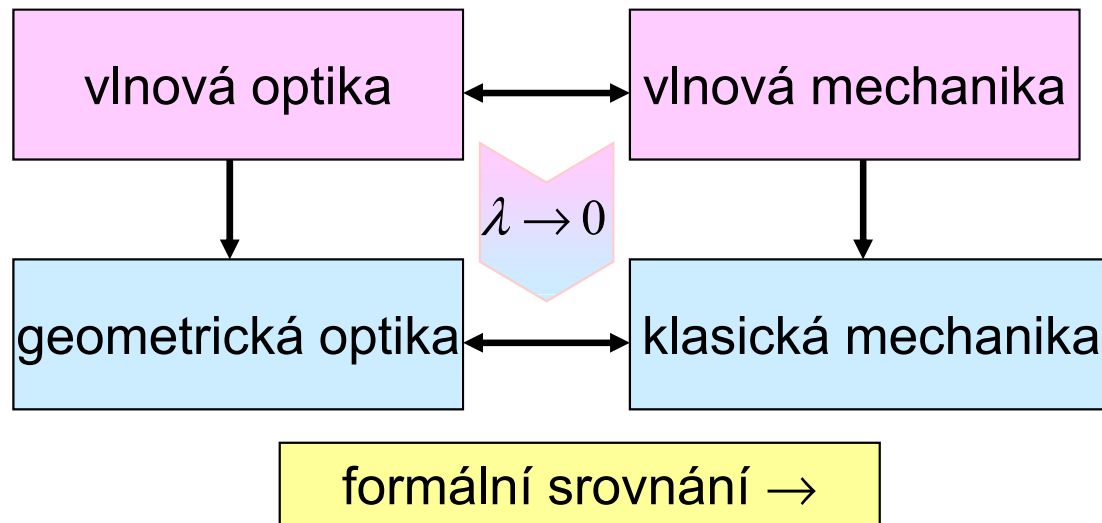
řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



Částicová paprsková optika

Využití elektronů pro geometrickou optiku s vysokým rozlišením napadlo lidstvo teprve potom, co vlnové vlastnosti elektronu byly již dobře známy.

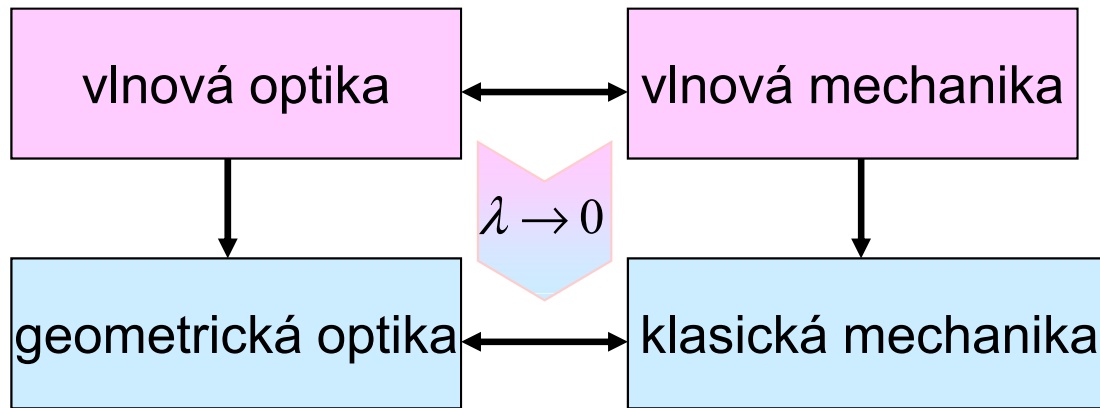
Papršková (geometrická) optika částic



paprsky
eikonálová
rovnice
sférické čočky

trajektorie
Newtonovy
rovnice +
vyloučení času
spojité rozložení
indexu lomu

Paprsková (geometrická) optika částic



formální srovnání →

paprsky
eikonálová rovnice
sférické čočky

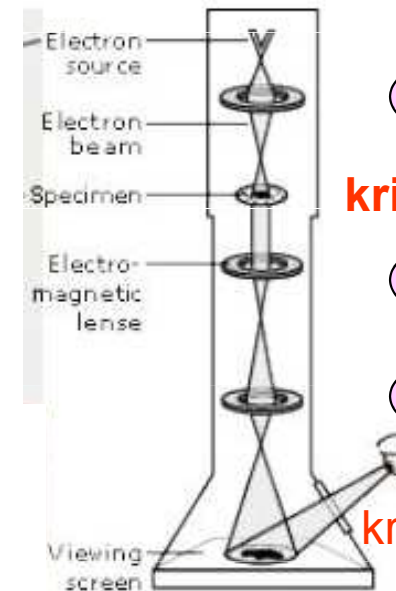
trajektorie
Newtonovy rovnice + vyločení času
spojité rozložení indexu lomu

formální podmínka

$$\lambda \rightarrow 0$$

znamená přesně

$$\lambda \ll L \text{ (char. délka)}$$



ano

kritické místo

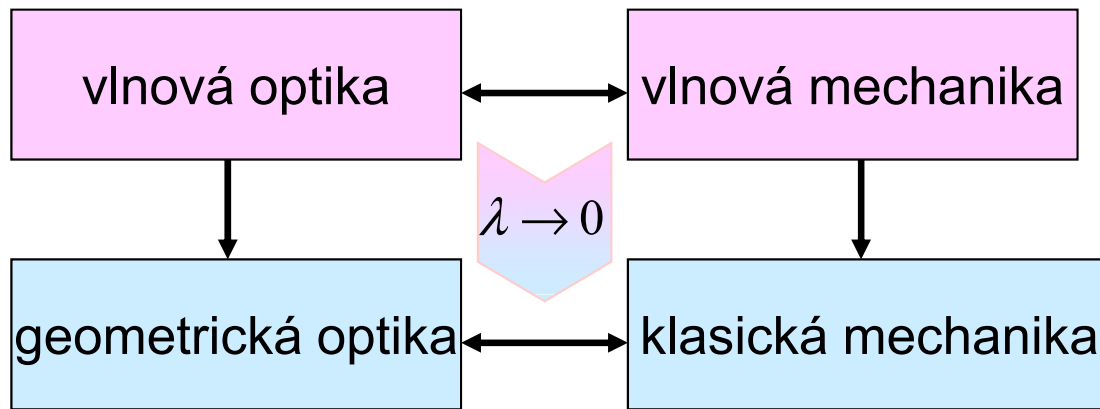
ano

ano

kritické místo

L
 mm
 nm
 mm
 mm
 μm

Paprsková (geometrická) optika částic



formální srovnání →

paprsky
eikonálová rovnice
sférické čočky

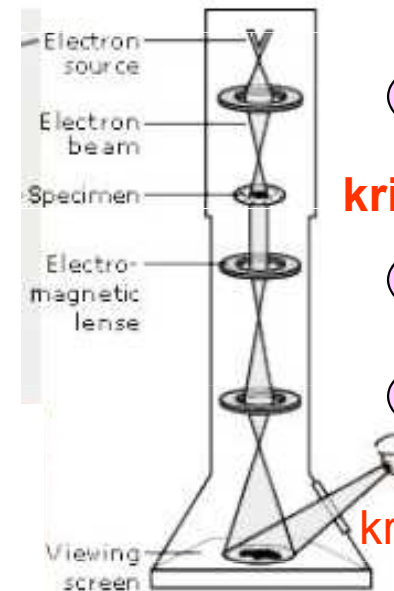
trajektorie
Newtonovy rovnice + vyločení času
spojité rozložení indexu lomu

formální podmínka

$$\lambda \rightarrow 0$$

znamená přesně

$$\lambda \ll L \text{ (char. délka)}$$



ano

kritické místo

ano

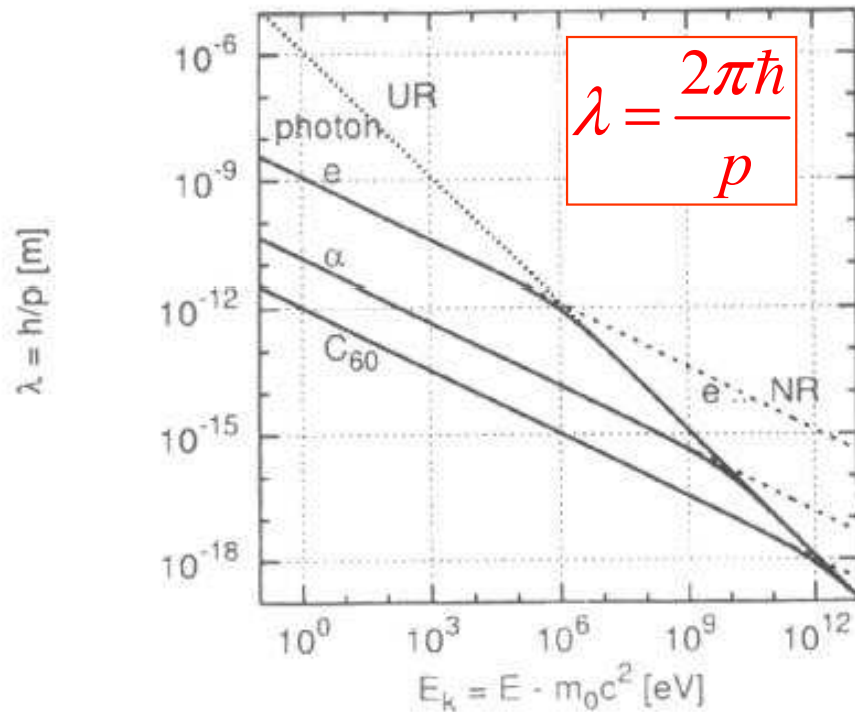
ano

kritické místo

L
 mm
 nm
 mm
 mm
 μm

vlňové délky →

Elektron jako vlna



ZÁSOBNÍK VZORCŮ

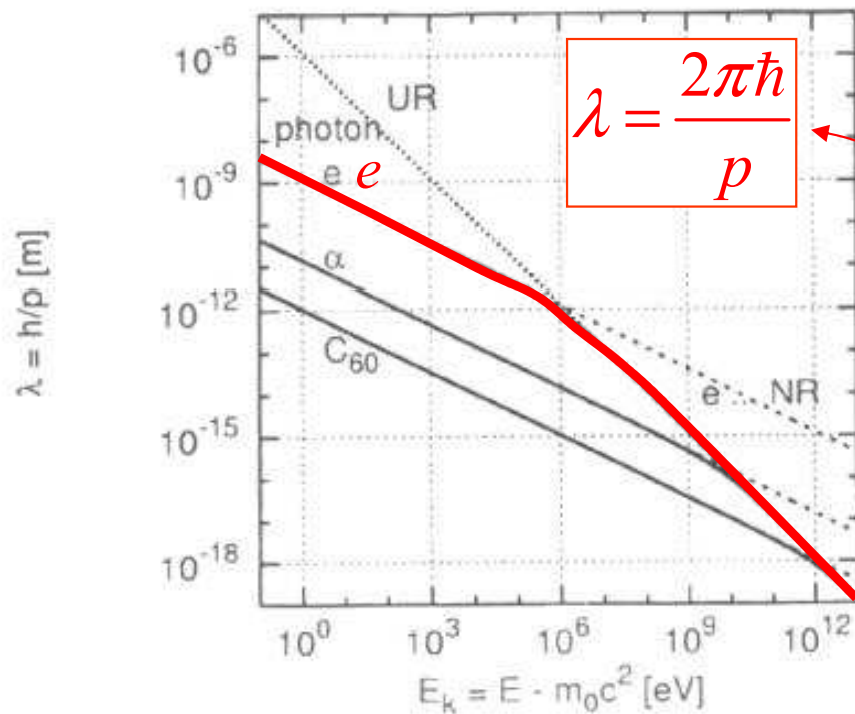
$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2, \beta = \frac{v}{c}$$

$$E = m_0c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0E_{\text{kin}}}$$

Elektron jako vlna



ZÁSOBNÍK VZORCŮ

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2, \beta = \frac{v}{c}$$

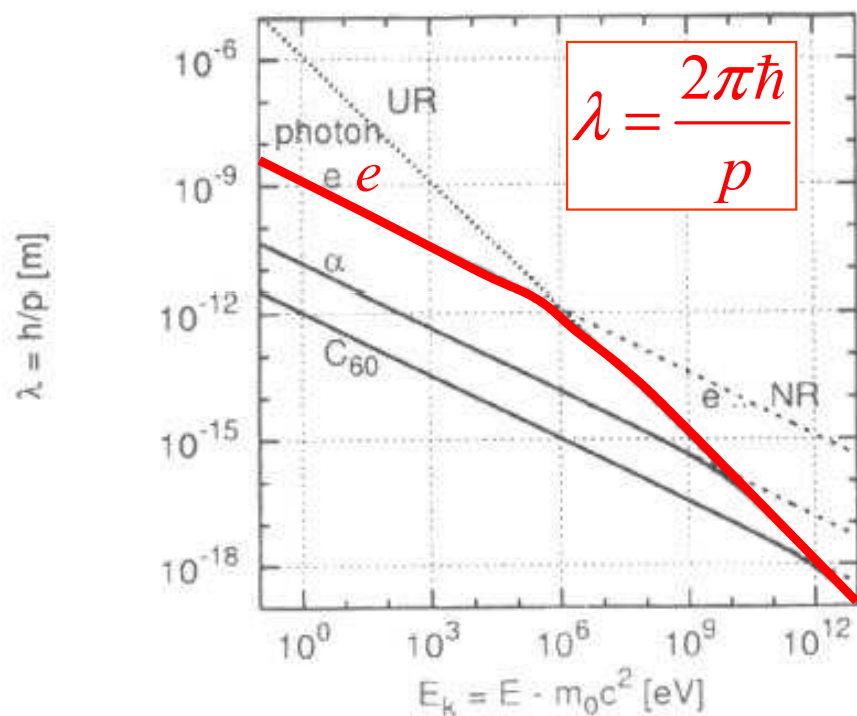
$$E = m_0c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0E_{\text{kin}}}$$

VSTUP
urychlovací napětí

Elektron jako vlna



ZÁSOBNÍK VZORCŮ

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}} c^2, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

$$E = m_0c^2 + E_{\text{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\text{kin}}^2}{c^2} + 2m_0E_{\text{kin}}}$$

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

předěl

ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \ll m_0c^2$$

$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0c^2$$

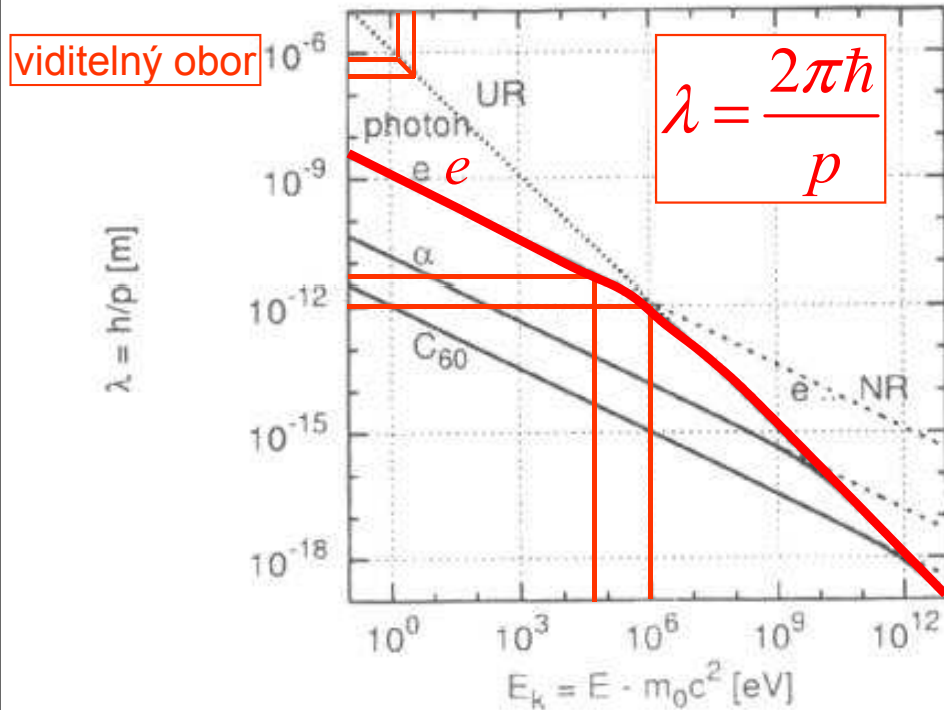
$$E_{\text{kin}} \gg m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

Realistické vlnové délky elektronů v mikroskopu



vlnové délky v pm
(1 nm = 1000 pm)

| přístroj | U keV | λ pm |
|------------|---------|--------------|
| stolní TEM | 50 | 5,46 |
| velký TEM | 1000 | 1,22 |
| SEM | 5 – 50 | 5,46 – 17.3 |

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

předěl

ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \ll m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

$$E_{\text{kin}} \approx 2m_0c^2$$

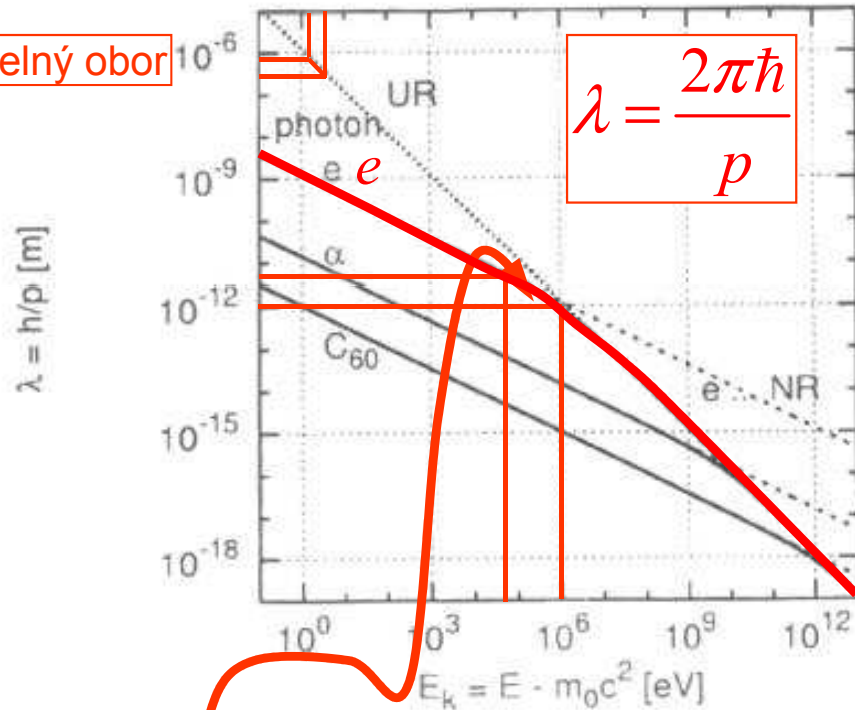
$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

$$E_{\text{kin}} \gg m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

Realistické vlnové délky elektronů v mikroskopu

viditelný obor



vlnové délky v pm
(1 nm = 1000 pm)

| přístroj | U keV | λ pm |
|------------|---------|--------------|
| stolní TEM | 50 | 5,46 |
| velký TEM | 1000 | 1,22 |
| SEM | 5 – 50 | 5,46 – 17,3 |

v podstatě vystačíme s korigovanou NR limitou

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

$$E_{\text{kin}} \ll m_0 c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0 c^2 \approx 10^6 \text{ eV}$$

předěl

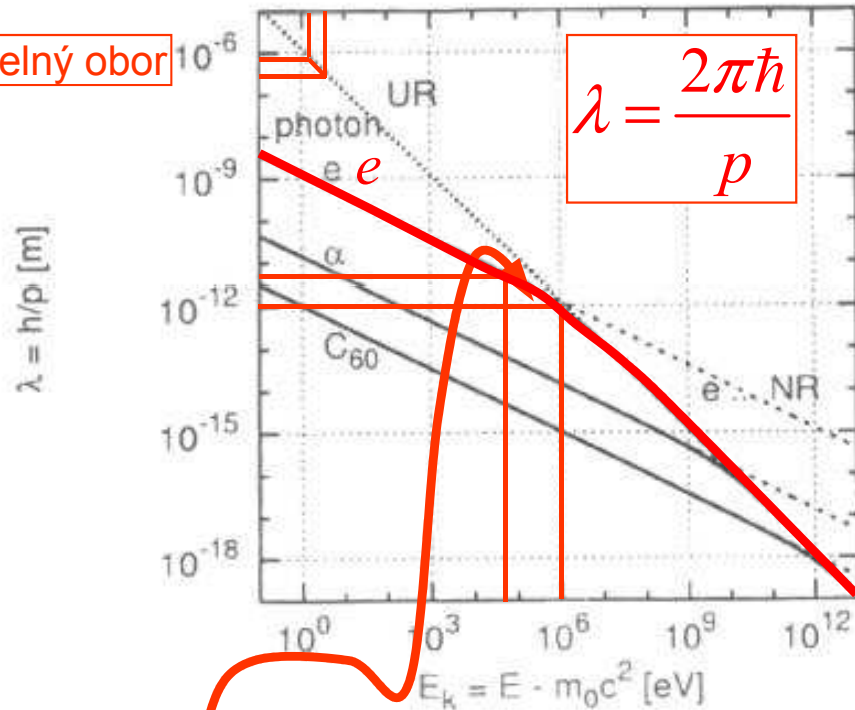
ultrarelativistická

$$E_{\text{kin}} \gg m_0 c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\text{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (\mu m, eV)}$$

Realistické vlnové délky elektronů v mikroskopu

viditelný obor



vlnové délky v pm
(1 nm = 1000 pm)

| přístroj | U keV | λ pm |
|------------|---------|--------------|
| stolní TEM | 50 | 5,46 |
| velký TEM | 1000 | 1,22 |
| SEM | 5 – 50 | 5,46 – 17,3 |

v podstatě vystačíme s konvovanou NR limitou

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

$$E_{\text{kin}} \ll m_0 c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 E_{\text{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\text{kin}}}} \text{ (nm, eV)}$$

$$E_{\text{kin}} \ll 2m_0 c^2$$

$$\approx 10^6 \text{ eV}$$

předěl

ultrarelativistická

PROČ
PIKOMETRY
???

$$\lambda = \frac{1.24}{E_{\text{kin}}} \text{ (}\mu\text{m, eV)}$$

Trajektorie elektronů ve vnějších polích

Elektrické či magnetické pole určuje dynamiku elektronů. Od jejich drah (trajektorií) přecházíme k paprskům jako elementům řešení v přiblížení geometrické optiky

Trajektorie ve vnějších polích

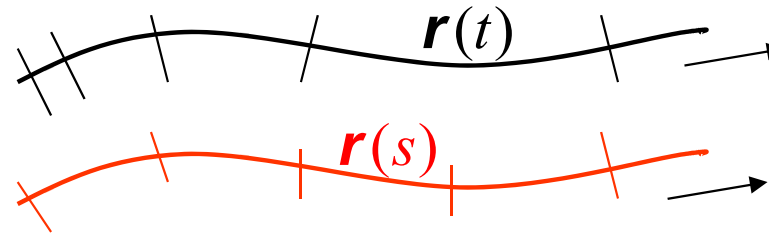
trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrizovaná délkou dráhy)

Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$e < 0$$

náboj elektronu i se znaménkem



$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Trajektorie ve vnějších polích

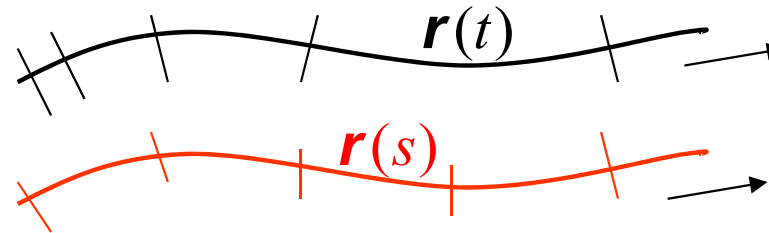
trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrizovaná délkou dráhy)

Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$e < 0$$

náboj elektronu i se znaménkem



$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

zatím vynecháme

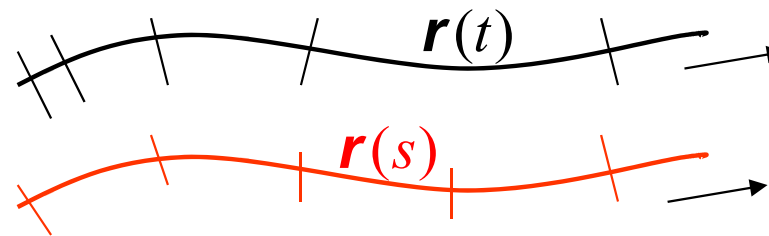
$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = -\frac{e}{m} \nabla \Phi$$

elektrostatický
potenciál

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrizovaná délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{zatím vynecháme}$$

$$e < 0$$

náboj elektronu i se znaménkem

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = -\frac{e}{m} \nabla \Phi \quad \text{elektrostatický potenciál}$$

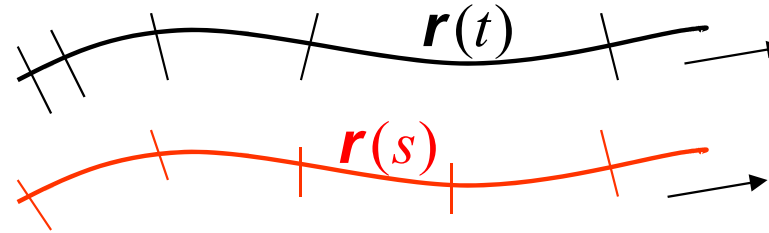
Index lomu pro elektrony

$$\begin{aligned} n(\mathbf{r}) \propto v(\mathbf{r}) &= \sqrt{\frac{2}{m} (E - U(\mathbf{r}))} & v(\mathbf{r}) &= |\dot{\mathbf{r}}(\mathbf{r}, t)| \\ &= \sqrt{\frac{2}{m} E - \frac{2e}{m} \Phi(\mathbf{r})} \end{aligned}$$

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrizovaná délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{zatím vynecháme}$$

$$e < 0$$

náboj elektronu i se znaménkem

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = -\frac{e}{m} \nabla \Phi \quad \text{elektrostatický potenciál}$$

Index lomu pro elektrony

$$n(\mathbf{r}) \propto v(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{m} (E - U(\mathbf{r}))} \quad v(\mathbf{r}) = |\dot{\mathbf{r}}(\mathbf{r}, t)|$$

$$= \sqrt{\frac{2}{m} E - \frac{2e}{m} \Phi(\mathbf{r})}$$

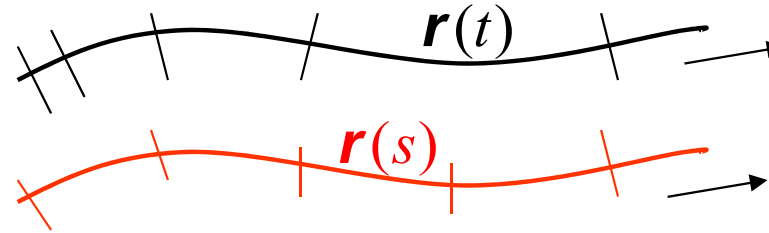
Vyloučení času

$$\frac{d\mathbf{v}}{ds} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = -\frac{e}{m} \nabla \Phi \cdot \frac{1}{v} = \nabla v$$

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrizovaná délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = \frac{e}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad \text{zatím vynecháme}$$

$$e < 0$$

náboj elektronu i se znaménkem

$$\ddot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{v}} = -\frac{e}{m} \nabla \Phi \quad \text{elektrostatický potenciál}$$

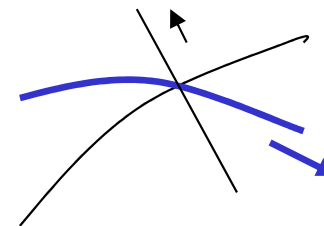
Index lomu pro elektrony

$$n(\mathbf{r}) \propto v(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{m} (E - U(\mathbf{r}))} \quad v(\mathbf{r}) = |\dot{\mathbf{r}}(\mathbf{r}, t)|$$

$$= \sqrt{\frac{2}{m} E - \frac{2e}{m} \Phi(\mathbf{r})}$$

Vyloučení času

$$\frac{d\mathbf{v}}{ds} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \cdot \frac{dt}{ds} = -\frac{e}{m} \nabla \Phi \cdot \frac{1}{v} = \nabla v$$



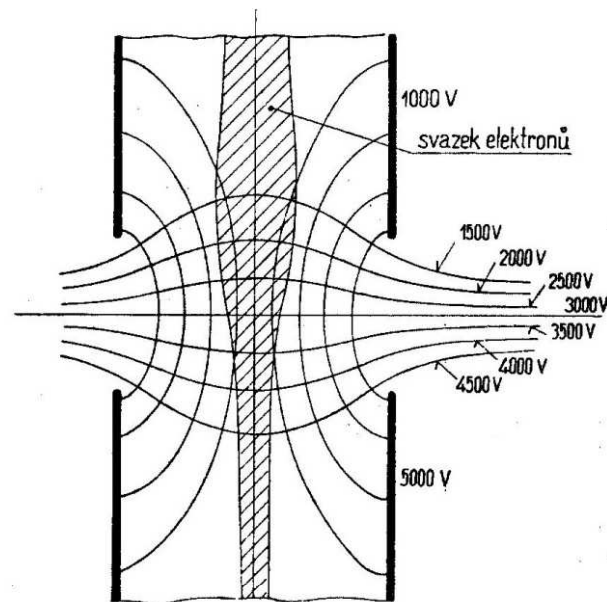
diferenciální
tvar
zákona lomu

Teoretický návrh dílů pro elektronovou optiku

Od neurčité představy, že elektrické či magnetické pole vychýlí elektronové paprsky žádoucím směrem přejdeme k návrhu optických elementů.

Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD: URYCHLOVACÍ SYSTÉM



Obr. 131. Urychlovací systém.

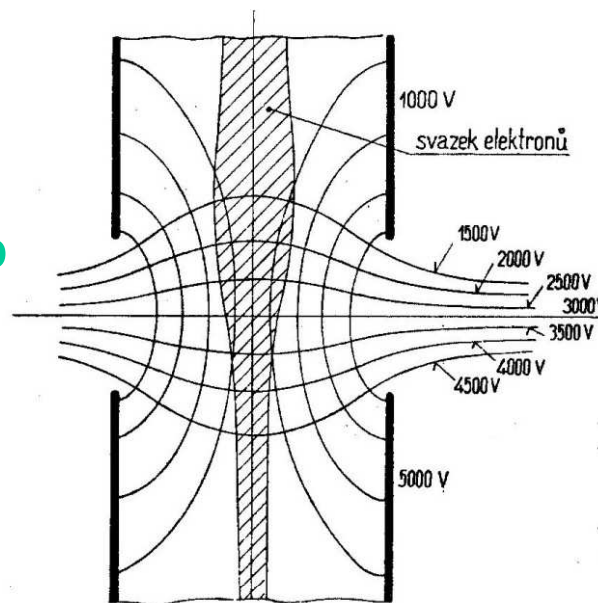
Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD: URYCHLOVACÍ SYSTEM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod

vstup



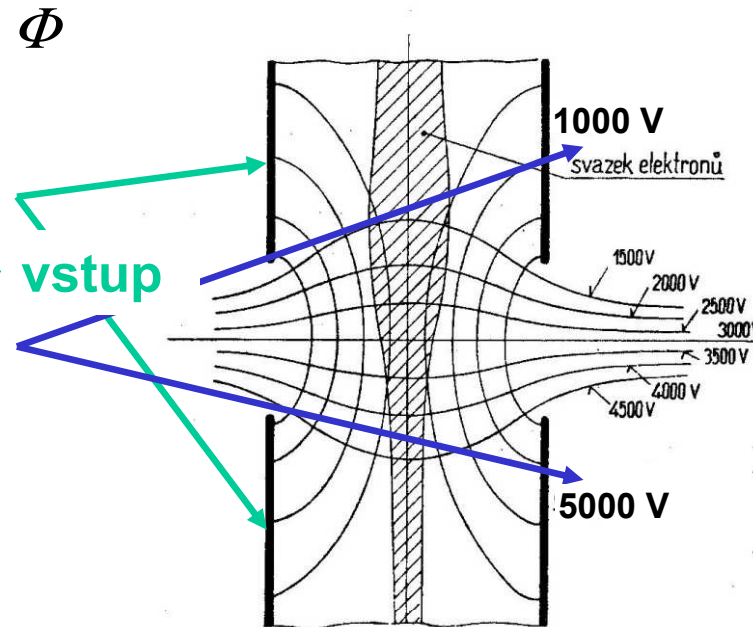
Obr. 131. Urychlovací systém.

Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD: URYCHLOVACÍ SYSTEM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod



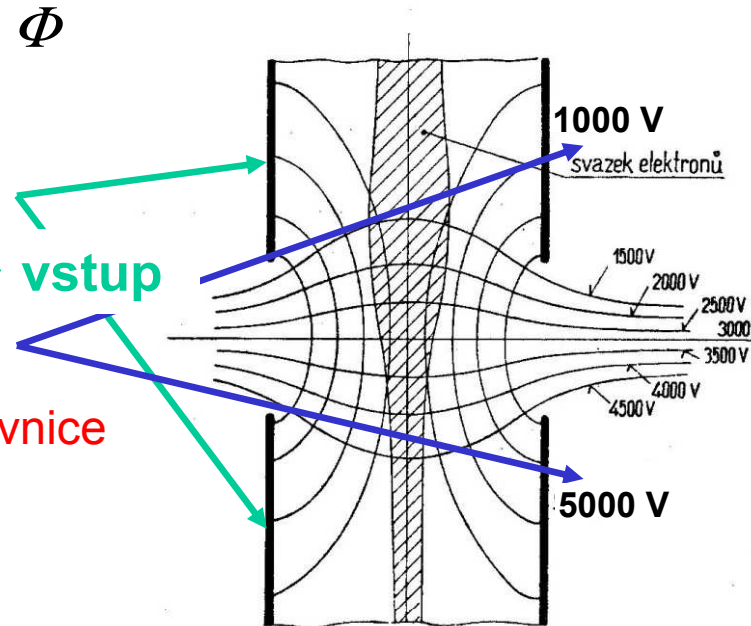
Obr. 131. Urychlovací systém.

Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD: URYCHLOVACÍ SYSTEM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami



Obr. 131. Urychlovací systém.

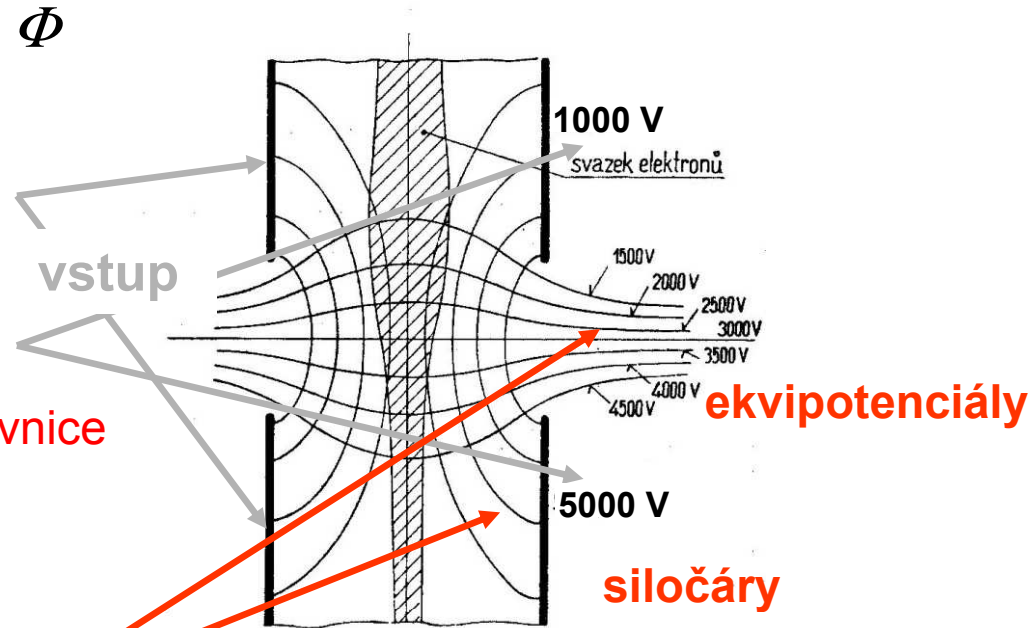
$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD: URYCHLOVACÍ SYSTEM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami



Obr. 131. Urychlovací systém.

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

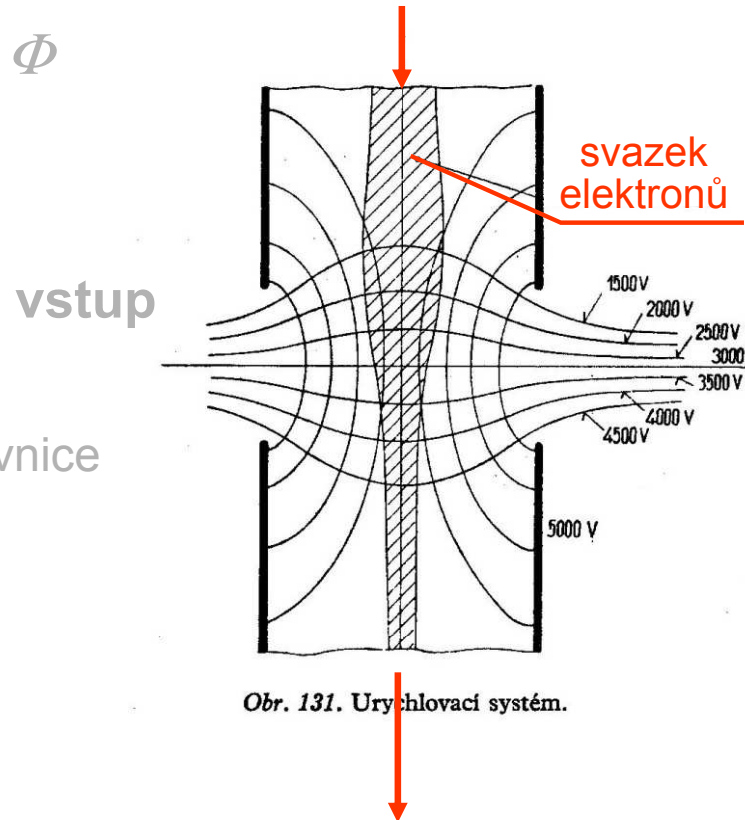
Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD: URYCHLOVACÍ SYSTEM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$



2. KROK: PAPRSKY

- blízko osy systému – paraxiální oblast
- vstupní energie E
- výstupní energie $E + 4000 \text{ eV}$
- zlepšená kolimace

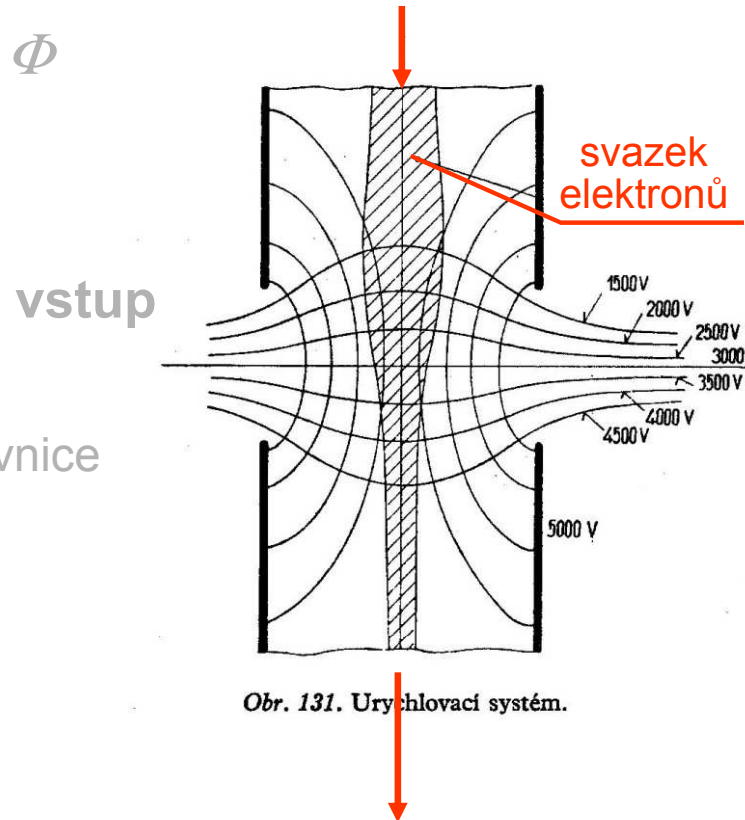
Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD: URYCHLOVACÍ SYSTEM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$



Obr. 131. Urychlovací systém.

2. KROK: PAPRSKY

- blízko osy systému – paraxiální oblast
- vstupní energie E
- výstupní energie $E + 4000 \text{ eV}$
- zlepšená kolimace
- hledání trajektorií
 - buď přímo
 - z paraxiální rovnice + korekce na sférickou vadu

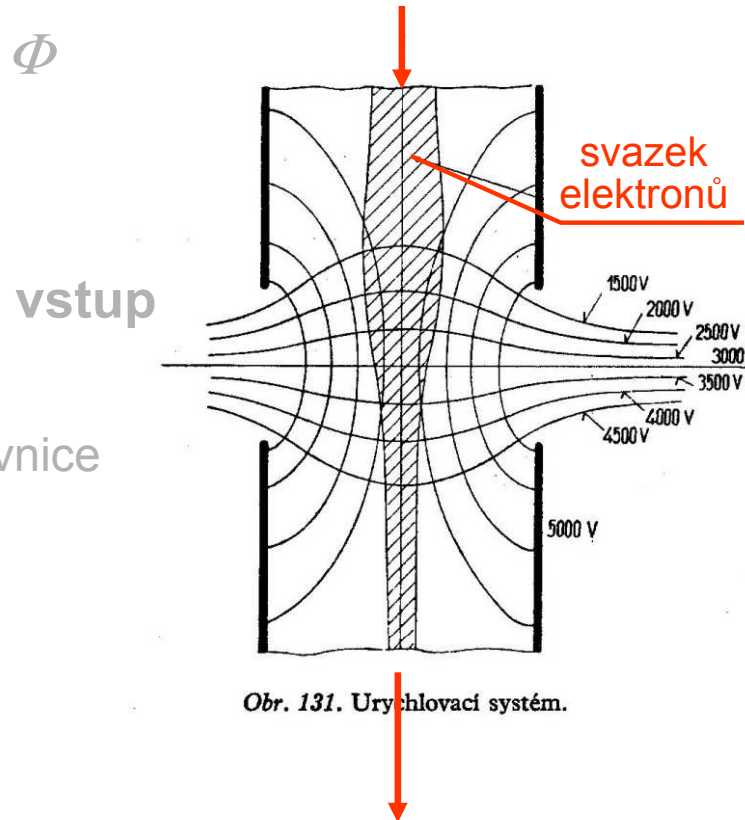
Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD: URYCHLOVACÍ SYSTEM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$



2. KROK: PAPRSKY

- blízko osy systému – paraxiální oblast
- vstupní energie E
- výstupní energie $E + 4000 \text{ eV}$
- zlepšená kolimace
- hledání trajektorií
 - buď přímo
 - z paraxiální rovnice + korekce na sférickou vadu

I. Určení průběhu potenciálu

V principu velmi jednoduchý úkol: vyřešit Laplaceovu rovnici s Dirichletovou okrajovou podmínkou.

Tato část celého postupu však klade největší nároky na použité numerické metody. Bez nich nelze počítat s úspěchem.

Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA
ROVNICE

DIRICHLETOVA
ÚLOHA

$$\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z)+\partial_{yy}\Phi+\partial_{zz}\Phi=0$$

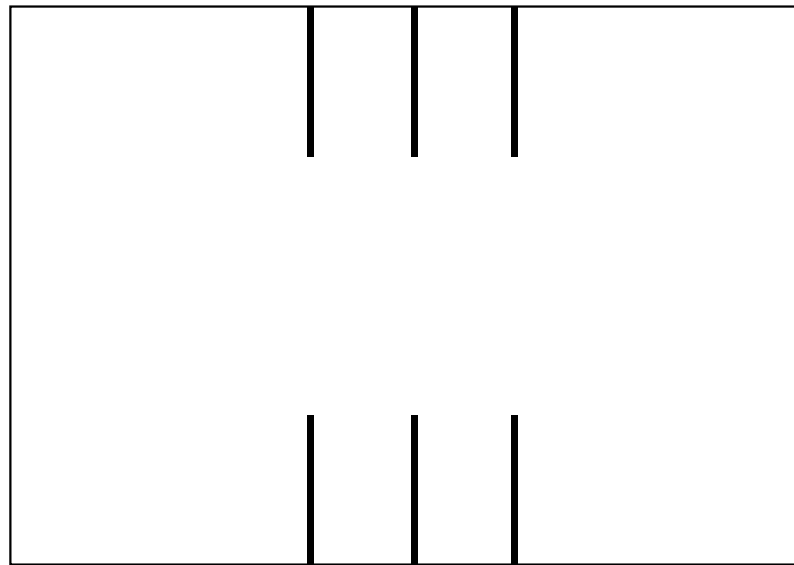
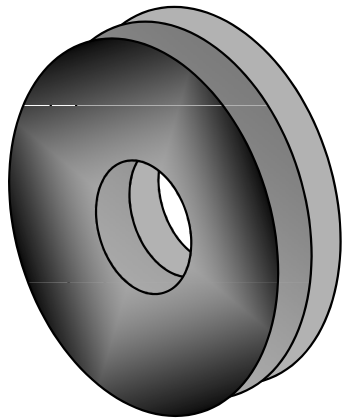
Okrajové podmínky

LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

♠ na povrchu elektrod ♠ na vnější hranici

Příklad čočky



Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA
ROVNICE

DIRICHLETOVA
ÚLOHA

$$\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z)+\partial_{yy}\Phi+\partial_{zz}\Phi=0$$

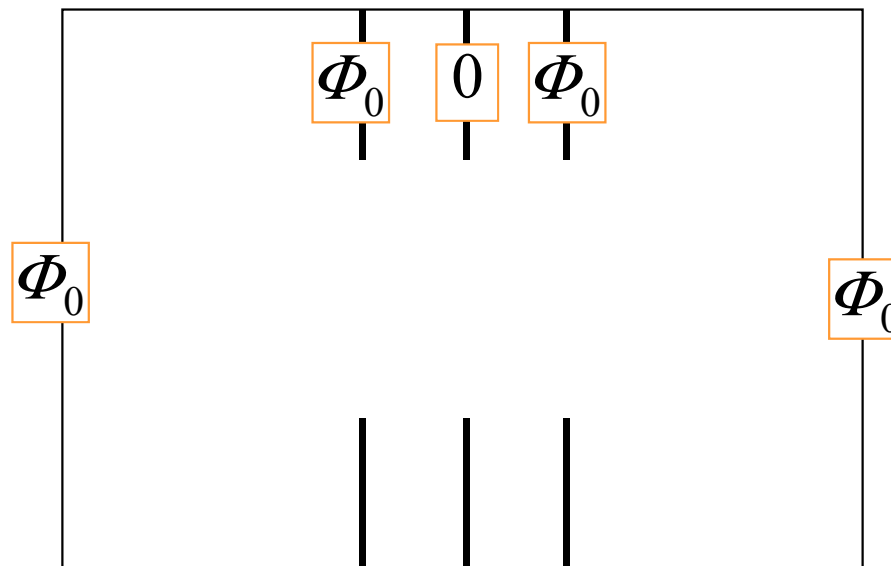
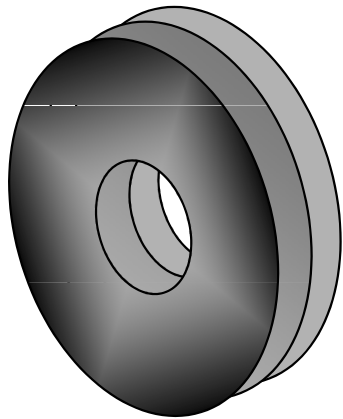
Okrajové podmínky

LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

- ♠ na povrchu elektrod
- ♠ na vnější hranici

Příklad čočky



Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA
ROVNICE

DIRICHLETOVA
ÚLOHA

$$\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z)+\partial_{yy}\Phi+\partial_{zz}\Phi=0$$

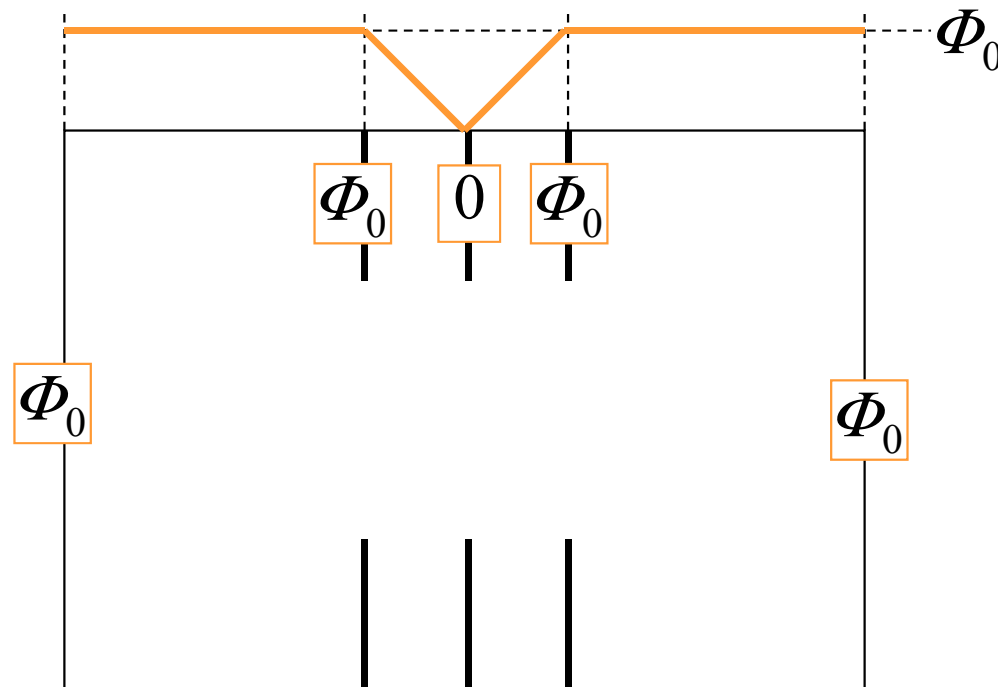
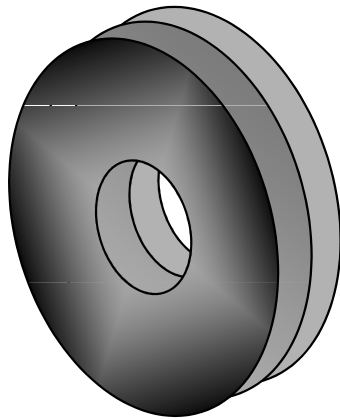
Okrajové podmínky

LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

♣ na povrchu elektrod ♣ na vnější hranici

Příklad čočky



Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA
ROVNICE

DIRICHLETOVA
ÚLOHA

$$\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z)+\partial_{yy}\Phi+\partial_{zz}\Phi=0$$

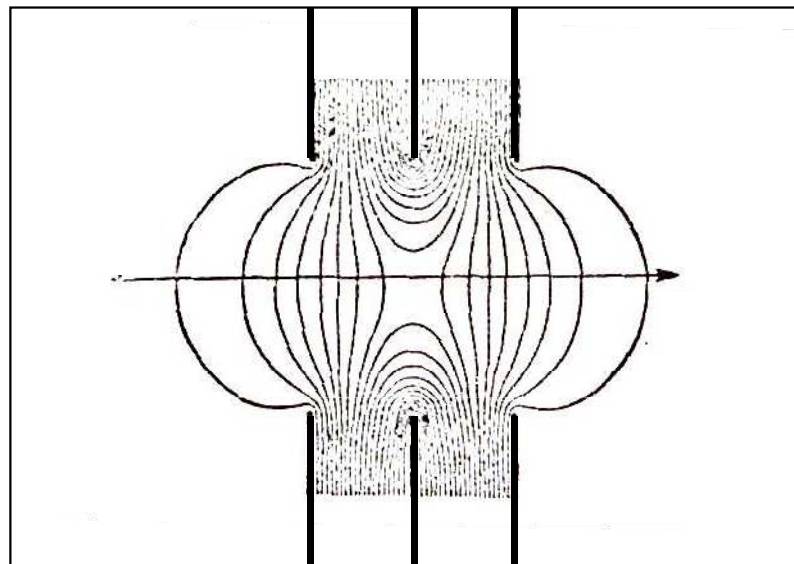
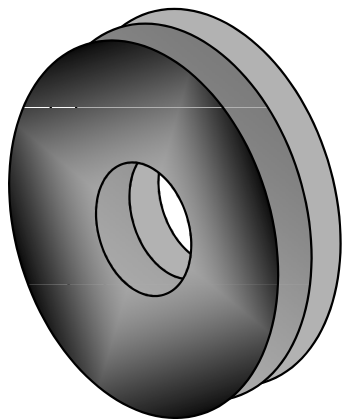
Okrajové podmínky

LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

- ♠ na povrchu elektrod
- ♠ na vnější hranici

Příklad čočky



Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA
ROVNICE

DIRICHLETOVA
ÚLOHA

$$\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z)+\partial_{yy}\Phi+\partial_{zz}\Phi=0$$

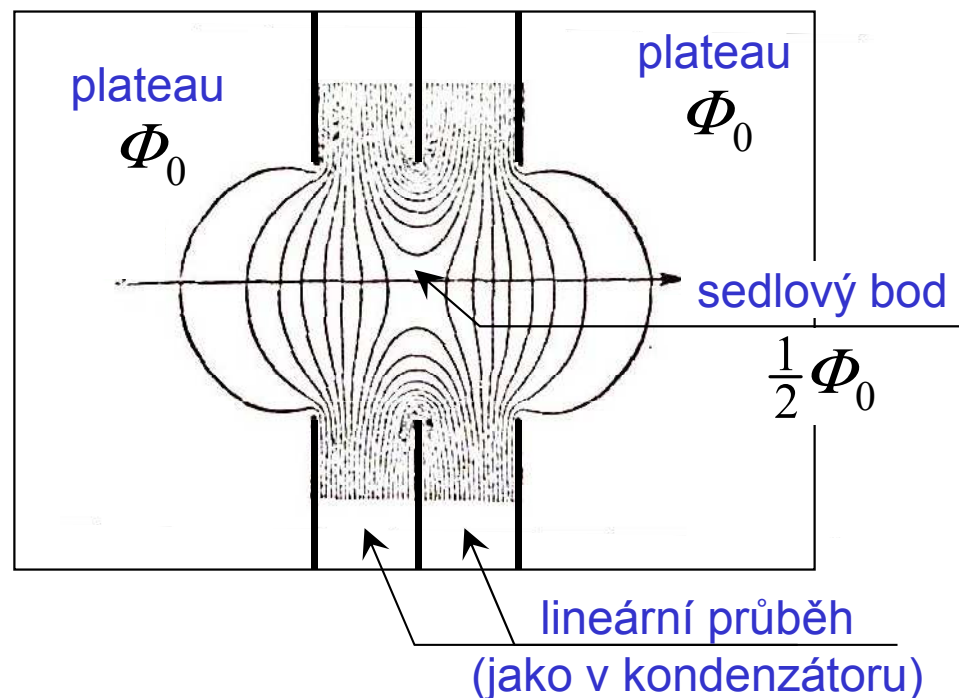
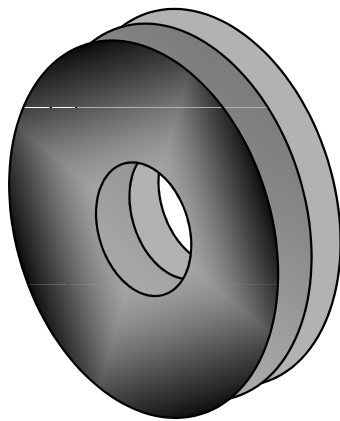
Okrajové podmínky

LR řešíme ve zvolené dostatečně rozsáhlé, ale co nejmenší oblasti.

Předepsány jsou hodnoty neznámé na hranici oblasti:

- ♣ na povrchu elektrod
- ♣ na vnější hranici

Příklad čočky



Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA
ROVNICE

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x, y, z) + \partial_{yy}\Phi + \partial_{zz}\Phi = 0$$

NUMERICKÉ ŘEŠENÍ

Obecně 3D úloha.
Použití osové symetrie

$$\partial_{rr}\Phi(r, z) + \frac{1}{r}\partial_r\Phi + \partial_{zz}\Phi = 0$$

numerické techniky

metoda
sítí

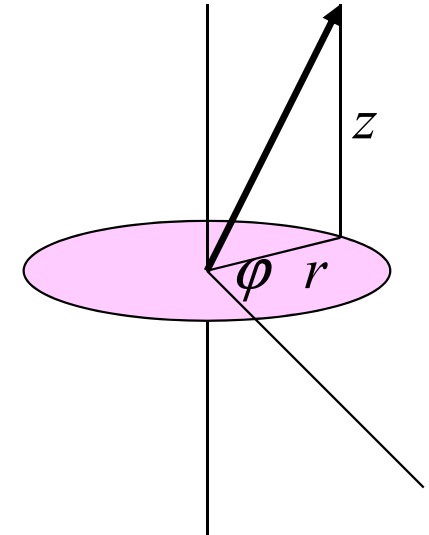
klasický postup:
derivace nahrazeny
diferencemi

dnes překonané

metoda
konečných prvků

triangulace
lineární interpolace
variační princip

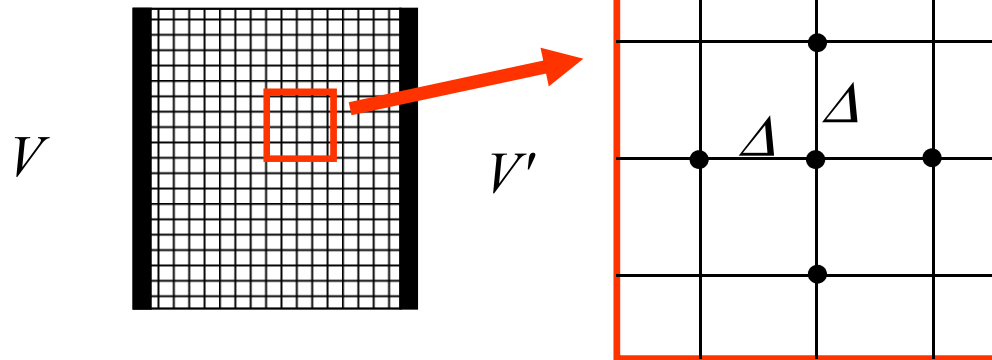
dnes nejrozšířenější



Numerické metody: Metoda sítí

Základní myšlenka: nahradit diferenciální rovnici diferenční

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$



2D ILUSTRACE

$$x_j = x_0 + j \cdot \Delta$$

$$y_k = y_0 + k \cdot \Delta$$

$$\Phi_{j,k} = \Phi(x_j, y_k)$$

$$\begin{aligned} \Delta\Phi(\mathbf{r}_{jk}) &= \partial_{xx}\Phi(x_j, y_k) + \partial_{yy}\Phi(x_j, y_k) \rightarrow \\ &\approx \frac{\Phi_{j+1,k} - 2\Phi_{j,k} + \Phi_{j-1,k}}{\Delta^2} + \frac{\Phi_{j,k+1} - 2\Phi_{j,k} + \Phi_{j,k-1}}{\Delta^2} \end{aligned}$$

... soustava lineárních rovnic pro $\Phi_{j,k}$

Numerické metody: Metoda konečných prvků

Základní myšlenka: nahradit **diferenciální rovnici** **variační úlohou**

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0 \\ + \text{Dirichletovy okraj. podmínky} \end{array} \right\} \longleftrightarrow \mathcal{J}[\Phi] = \int dV \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi = \text{Min}$$

1. Integrace po oblasti řešení
2. Do soutěže vstupují jen funkce Φ splňující okrajové podmínky
3. Minimum budeme hledat jen ve třídě vhodných aproximativních Φ

Numerické metody: Metoda konečných prvků

Základní myšlenka: nahradit **diferenciální rovnici** **variační úlohou**

$$\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$$

+ Dirichletovy okraj. podmínky

$$\mathcal{J}[\Phi]=\int dV \nabla\Phi\cdot\nabla\Phi = \text{Min}$$

Motivační úvaha (standardní)

$$\begin{aligned} & \mathcal{J}[\check{\Phi} \pm g\delta\Phi] - \mathcal{J}[\check{\Phi}] \\ & = \pm g\delta\mathcal{J} + g^2 O[\delta^2\Phi] \geq 0 \end{aligned}$$

1. Integrace po oblasti řešení
2. Do soutěže vstupují jen funkce Φ splňující okrajové podmínky
3. Minimum budeme hledat jen ve třídě vhodných aproximativních Φ

Numerické metody: Metoda konečných prvků

Základní myšlenka: nahradit **diferenciální rovnici** **variační úlohou**

$$\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$$

+ Dirichletovy okraj. podmínky

$$\mathcal{J}[\Phi] = \int dV \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi = \text{Min}$$

Motivační úvaha (standardní)

$$\begin{aligned} & \mathcal{J}[\check{\Phi} \pm g\delta\Phi] - \mathcal{J}[\check{\Phi}] \\ & = \pm g\delta\mathcal{J} + g^2 O[\delta^2\Phi] \geq 0 \end{aligned}$$

Variační podmínka

$\check{\Phi}$ nechť dává minimum $\mathcal{J}[\Phi]$

Pak

$$\delta\mathcal{J} = 2 \int dV \nabla\delta\Phi \cdot \nabla\check{\Phi} = 0$$

pro všechna $\delta\Phi$ splňující homogenní okrajovou podmínku.

1. Integrace po oblasti řešení
2. Do soutěže vstupují jen funkce Φ splňující okrajové podmínky
3. Minimum budeme hledat jen ve třídě vhodných aproximativních Φ

Numerické metody: Metoda konečných prvků

Základní myšlenka: nahradit **diferenciální rovnici** **variační úlohou**

$$\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$$

+ Dirichletovy okraj. podmínky

$$\mathcal{J}[\Phi]=\int dV \nabla\Phi\cdot\nabla\Phi = \text{Min}$$

Motivační úvaha (standardní)

$$\begin{aligned} \mathcal{J}[\check{\Phi}\pm g\delta\Phi]-\mathcal{J}[\check{\Phi}] \\ = \pm g\delta\mathcal{J}+g^2\mathcal{O}[\delta^2\Phi]\geq 0 \end{aligned}$$

Variační podmínka

$\check{\Phi}$ nechť dává minimum $\mathcal{J}[\Phi]$

Pak

$$\delta\mathcal{J}=2\int dV \nabla\delta\Phi\cdot\nabla\check{\Phi}=0$$

pro všechna $\delta\Phi$ splňující homogenní okrajovou podmínku.

1. Integrace po oblasti řešení
2. Do soutěže vstupují jen funkce Φ splňující okrajové podmínky
3. Minimum budeme hledat jen ve třídě vhodných aproximativních Φ

Gaussova věta

$$0=\int_{\partial V} d\mathbf{S} \delta\Phi \nabla\check{\Phi}=\int_V dV \nabla\cdot(\delta\Phi \nabla\check{\Phi})$$

$$0=\int_V dV \nabla\delta\Phi\cdot\nabla\check{\Phi}+\int_V dV \delta\Phi \Delta\check{\Phi}$$

$$\delta\mathcal{J}=0$$

libovolné

$$\underline{\underline{\Delta\check{\Phi}=0}}$$

Numerické metody: Metoda konečných prvků

Základní myšlenka: nahradit **diferenciální rovnici** **variační úlohou**

$$\Delta\Phi(\mathbf{r})=0$$

+ Dirichletovy okraj. podmínky

$$\mathcal{J}[\Phi] = \int dV \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi = \text{Min}$$

Motivační úvaha (standardní)

$$\begin{aligned} \mathcal{J}[\check{\Phi} \pm g\delta\Phi] - \mathcal{J}[\check{\Phi}] \\ = \pm g\delta\mathcal{J} + g^2 O[\delta^2\Phi] \geq 0 \end{aligned}$$

Variační podmínka

$\check{\Phi}$ nechť dává minimum $\mathcal{J}[\Phi]$

Pak

$$\delta\mathcal{J} = 2 \int dV \nabla\delta\Phi \cdot \nabla\check{\Phi} = 0$$

pro všechna $\delta\Phi$ splňující homogenní okrajovou podmínku.

1. Integrace po oblasti řešení
2. Do soutěže vstupují jen funkce Φ splňující okrajové podmínky
3. Minimum budeme hledat jen ve třídě vhodných aproximativních Φ

aproximace

Numerické metody: Metoda konečných prvků

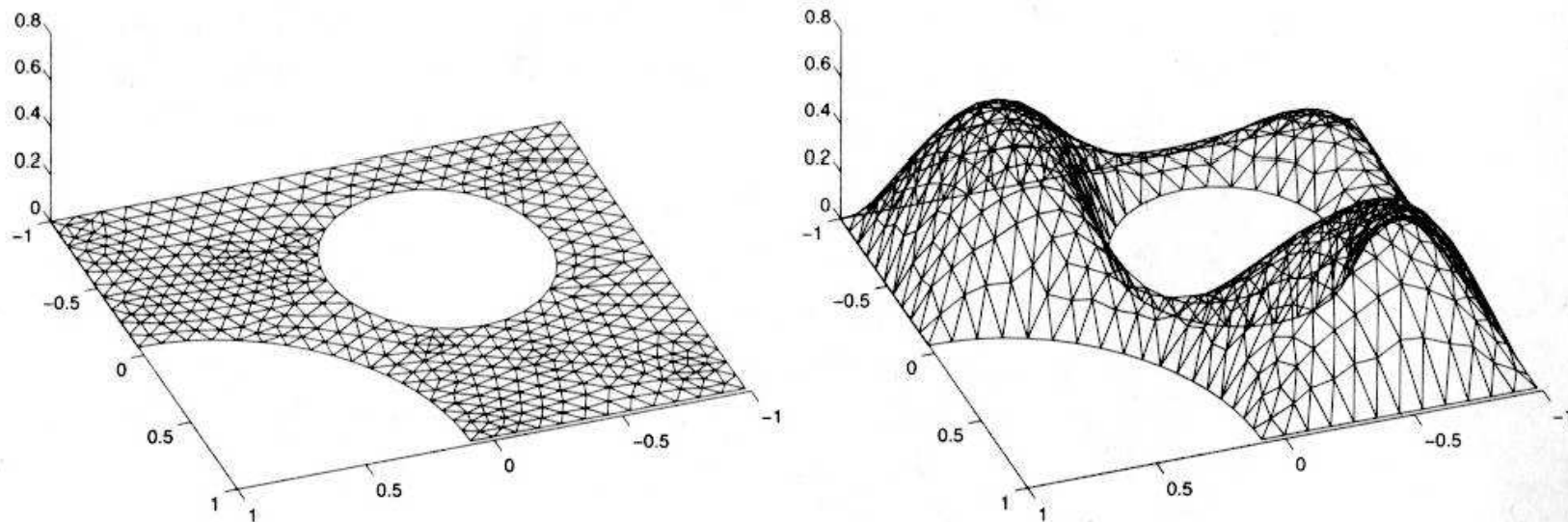
Triangulace Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Znázornění triangulace v metodě konečných prvků

Podle Partial Differential Equation Toolbox for use with MATLAB:
User's Guide

This is like using flat tiles to build a waterproof dome, which is perfectly possible.



A Triangular Mesh (left) and a Continuous Piecewise Linear Function on That Mesh

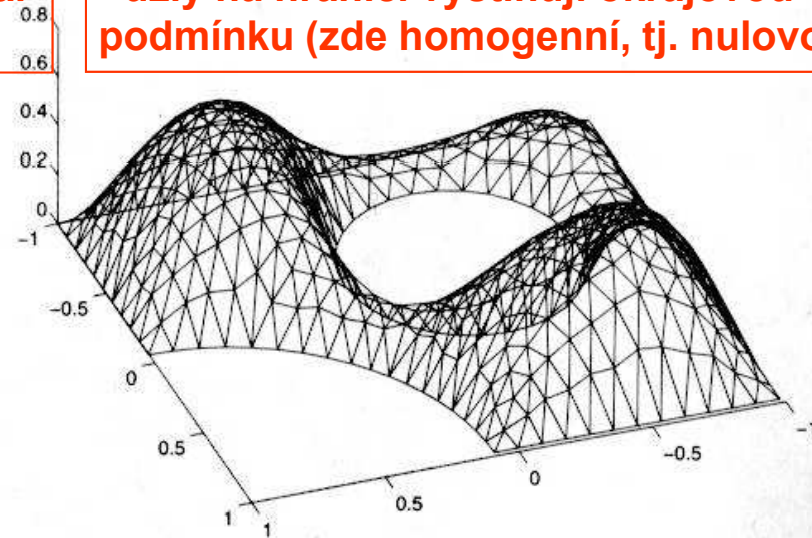
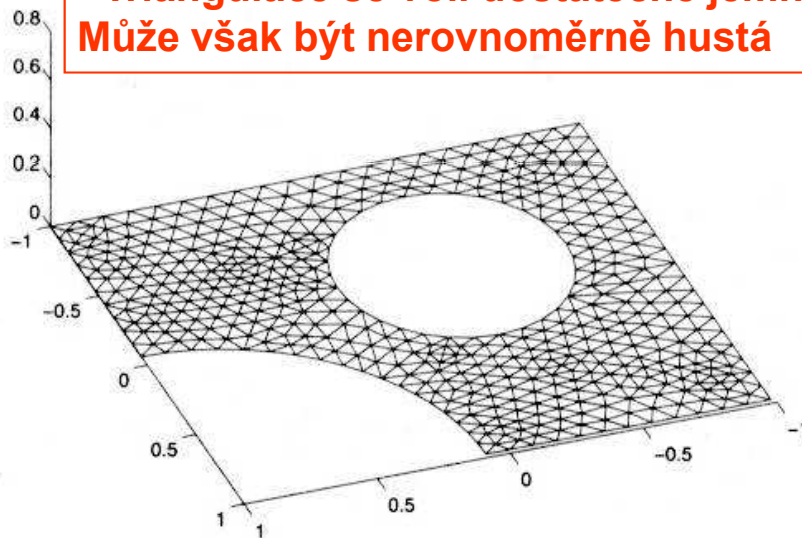
Znázornění triangulace v metodě konečných prvků

Podle Partial Differential Equation Toolbox for use with MATLAB:
User's Guide

This is like using flat tiles to build a waterproof dome, which is perfectly possible.

- Definiční obor může být složitá oblast
- Triangulace se volí dostatečně jemná. Může však být nerovnoměrně hustá

- InterpoláčnÍ funkce v každé buňce je lineární, u hran jsou zlomy sklonu
- uzly na hranici vystihují okrajovou podmínku (zde homogenní, tj. nulovou)



A Triangular Mesh (left) and a Continuous Piecewise Linear Function on That Mesh

Numerické metody: Metoda konečných prvků

Triangulace Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka Gradient této interpolace je po částech spojitý ... je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojitě druhé derivace)

Numerické metody: Metoda konečných prvků

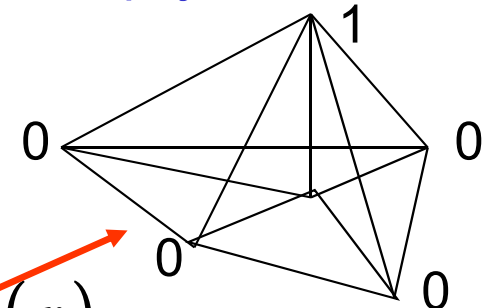
Triangulace Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka Gradient této interpolace je po částech spojitý ... je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojité druhé derivace)

Konečné prvky S každým vrcholem sítě spojíme jeden „prvek“ podle obrázku. Máme tak rozklad

$$\Phi \xrightarrow[\text{interpolace}]{\text{triangulace}} \Phi_{\text{var}} \xrightarrow[\text{koneč. prvků}]{\text{rozklad do}} \sum_n \Phi(\mathbf{r}_n) \eta_n(\mathbf{r})$$



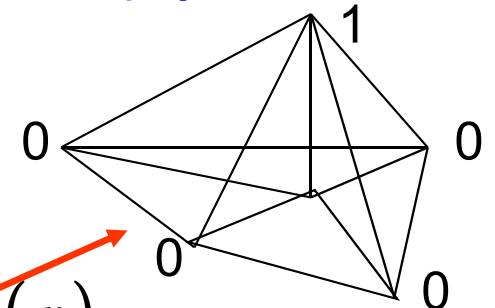
Numerické metody: Metoda konečných prvků

Triangulace Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka Gradient této interpolace je po částech spojitý ... je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojité druhé derivace)

Konečné prvky S každým vrcholem sítě spojíme jeden „prvek“ podle obrázku. Máme tak rozklad



$$\Phi \xrightarrow[\text{interpolace}]{\text{triangulace}} \Phi_{\text{var}} \xrightarrow[\text{koneč. prvků}]{\text{rozklad do}} \sum_n \Phi(\mathbf{r}_n) \eta_n(\mathbf{r})$$

Lineární rovnice Soustava lineárních rovnic k řešení:

$$\int dV \nabla \delta\Phi \cdot \nabla \check{\Phi} = 0 \quad \text{variační podmínka}$$

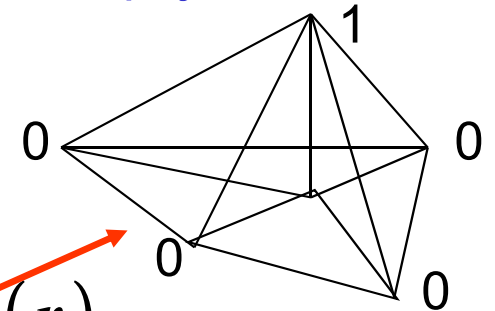
Numerické metody: Metoda konečných prvků

Triangulace Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka Gradient této interpolace je po částech spojitý ... je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojité druhé derivace)

Konečné prvky S každým vrcholem sítě spojíme jeden „prvek“ podle obrázku. Máme tak rozklad



$$\Phi \xrightarrow[\text{interpolace}]{\text{triangulace}} \Phi_{\text{var}} \xrightarrow[\text{koneč. prvků}]{\text{rozklad do}} \sum_n \Phi(\mathbf{r}_n) \eta_n(\mathbf{r})$$

Lineární rovnice Soustava lineárních rovnic k řešení:

$$\int dV \nabla \eta_n \cdot \nabla \sum_m \eta_m \times \Phi(\mathbf{r}_m) = 0$$

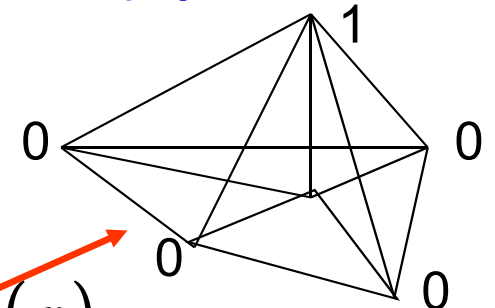
Numerické metody: Metoda konečných prvků

Triangulace Oblast řešení je rozdělena na síť dostatečně malých elementárních oblastí, např. trojúhelníků

Interpolace Aproximativní funkce interpoluje polynomiálně, např. lineárně, hodnoty ve vrcholech sítě

Variační podmínka Gradient této interpolace je po částech spojitý ... je použitelný ve variačním funkcionálu (hledané řešení má přitom spojité druhé derivace)

Konečné prvky S každým vrcholem sítě spojíme jeden „prvek“ podle obrázku. Máme tak rozklad



$$\Phi \xrightarrow[\text{interpolace}]{\text{triangulace}} \Phi_{\text{var}} \xrightarrow[\text{koneč. prvků}]{\text{rozklad do}} \sum_n \Phi(\mathbf{r}_n) \eta_n(\mathbf{r})$$

Lineární rovnice Soustava lineárních rovnic k řešení:

$$\sum_m \underbrace{\int dV \nabla \eta_n \cdot \nabla \eta_m}_{A_{nm}} \times \Phi(\mathbf{r}_m) = 0$$

Matice soustavy je řídká, efektivní metody řešení.

Metoda konečných elementů

Na současných paralelních počítačích řešitelné i rozsáhlé problémy založené na parciálních diferenciálních rovnicích

Překvapivě mnoho lze dosáhnout i na výkonných PC nebo pracovních stanicích

... APLIKOVANÁ FUNKCIONÁLNÍ ANALÝSA

BRNO a metoda FEM ✓ prof. M. Zlámal (1924-1997) a jeho škola na VUT

✓ prof. B. Lencová UPT AV ČR a VUT SPOC

<http://www.lencova.com>

ČESKO a metoda FEM ✓ prof. Ivo Babuška od 1968 v USA *Birkhoff Prize*

II. Určení průběhu paprsků

Omezíme se nejprve na
osově symetrickou paraxiální oblast.

Tam je všechno plně zvládnuto.
Zobrazení je tam dokonalé.

Paraxiální elektronová optika

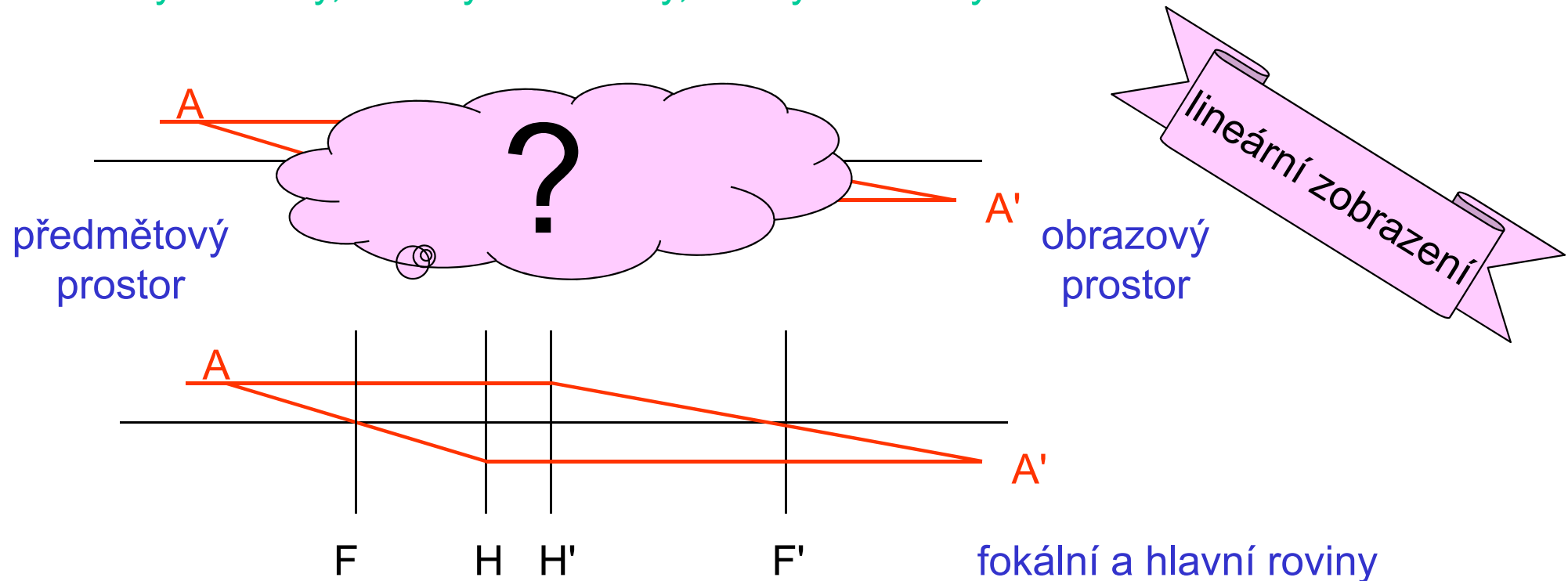
- OSOVĚ SYMETRICKÁ SOUSTAVA ... centovaná

to byla již r. 1931 idea Rusky a Knolla, od té doby rozpracovávaná

- PARAXIÁLNÍ OBLAST

elektronové svazky jen z úzké oblasti kolem optické osy (*nitkový Gaussův prostor*) ... tam dochází k **ideálnímu zobrazování**:

body na body, úsečky na úsečky, roviny na roviny



Paraxiální elektronová optika

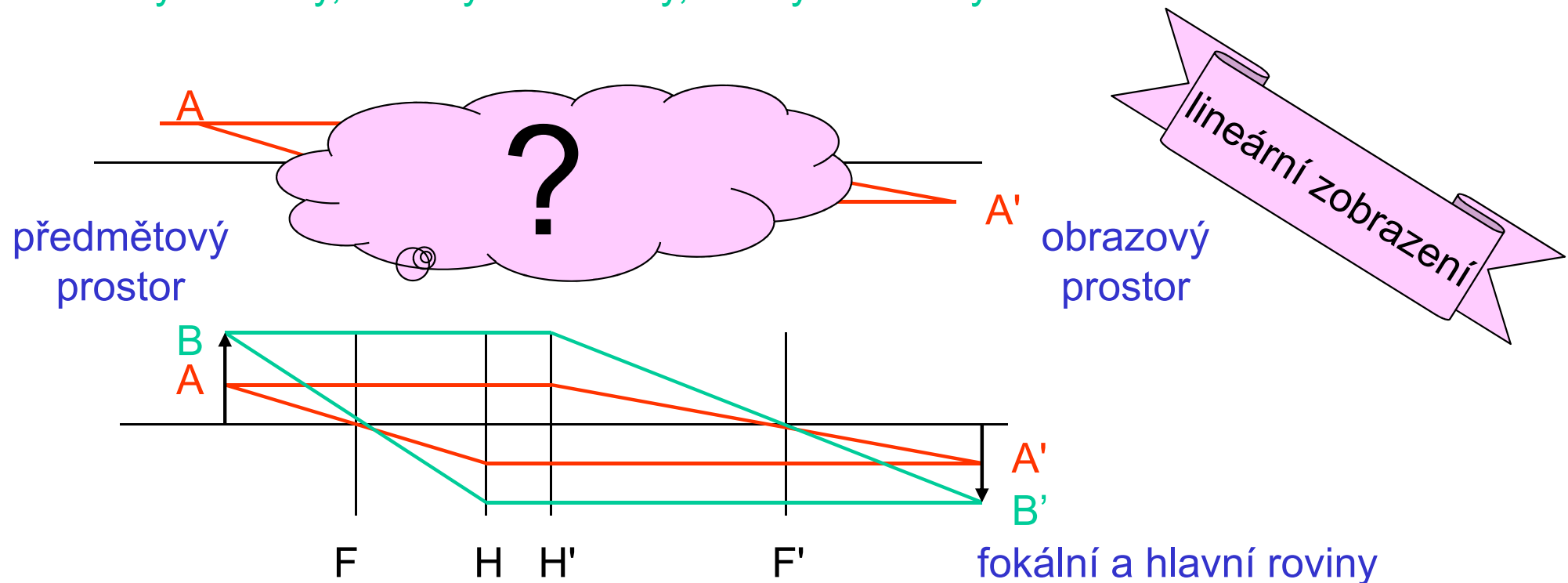
- OSOVĚ SYMETRICKÁ SOUSTAVA ... centrovaná

to byla již r. 1931 idea Rusky a Knolla, od té doby rozpracovávávaná

- PARAXIÁLNÍ OBLAST

elektronové svazky jen z úzké oblasti kolem optické osy (*nitkový Gaussův prostor*) ... tam dochází k **ideálnímu zobrazování**:

body na body, úsečky na úsečky, roviny na roviny



Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod
prostorem bez nábojů

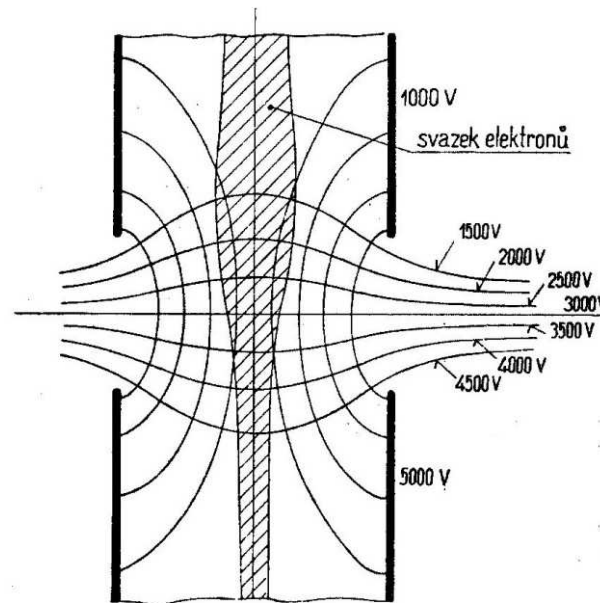
$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

Laplaceova rovnice



$$\oint d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Gaussova věta
elektrostatiky



Obr. 131. Urychlovací systém.

Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod
prostorem bez nábojů

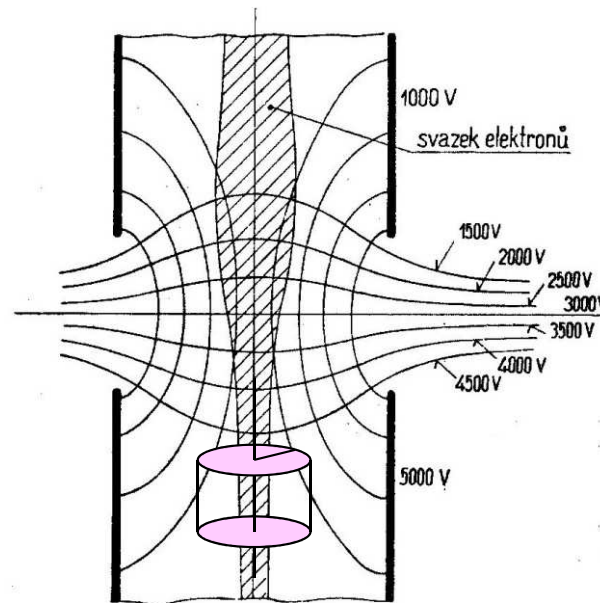
$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

Laplaceova rovnice



$$\oint d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Gaussova věta
elektrostatiky



Obr. 131. Urychlovací systém.

Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod
prostorem bez nábojů

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

Laplaceova rovnice

tok pláštěm

$$2\pi r \, d\ell \times E_r$$

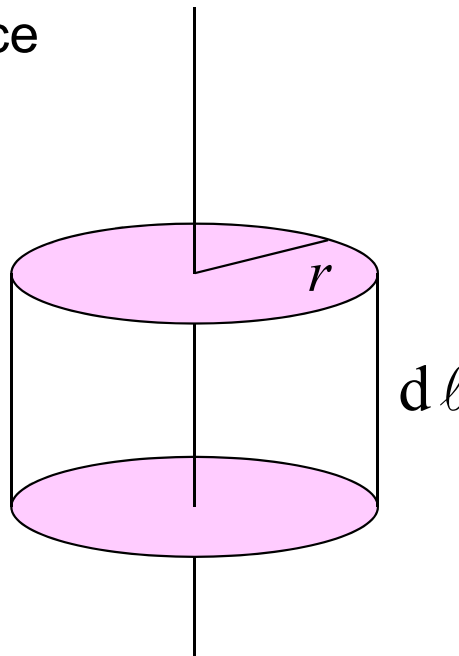


$$\oint d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Gaussova věta
elektrostatiky

tok podstavami

$$+ \pi r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot d\ell \right) - \pi r^2 \times E_z$$



Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod
prostorem bez nábojů

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

Laplaceova rovnice

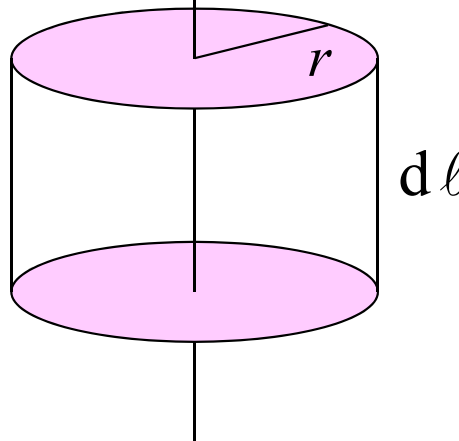


$$\oint d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Gaussova věta
elektrostatiky

tok pláštěm

$$2\pi r d\ell \times E_r$$



tok podstavami

$$+ \pi r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot d\ell \right) \\ - \pi r^2 \times E_z$$

Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod
prostorem bez nábojů

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

Laplaceova rovnice

tok pláštěm

$$2\pi r \, d\ell \times E_r$$

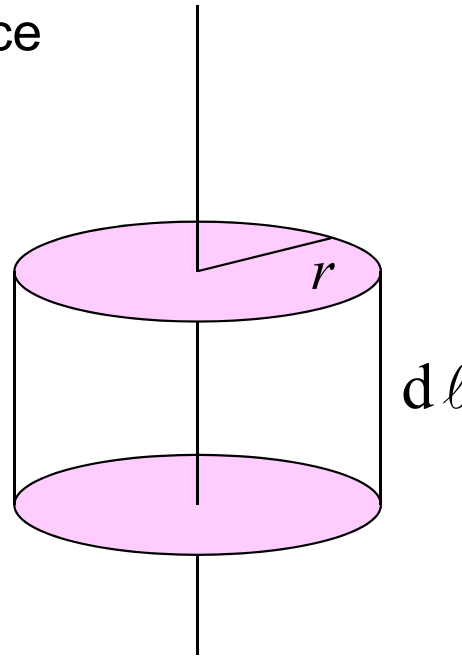


$$\oint d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Gaussova věta
elektrostatiky

tok podstavami

$$+ \pi r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot d\ell \right) - \pi r^2 \times E_z$$



$$E_r = -\frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z)$$

lineární závislost na r
znamená linearitu
zobrazení

Realisace paraxiální oblasti

Kolem optické osy mají elektrony volný průchod
prostorem bez nábojů

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 0$$

Laplaceova rovnice

tok pláštěm

$$2\pi r \, d\ell \times E_r$$

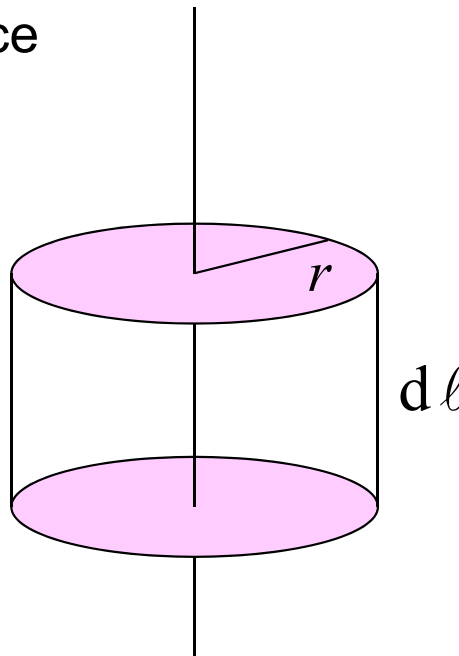


$$\oint d\mathbf{S} \cdot \mathbf{E} = 0$$

Gaussova věta
elektrostatiky

tok podstavami

$$+ \pi r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot d\ell \right) - \pi r^2 \times E_z$$



Tato lineární aproximace
vymezuje
paraxiální oblast

$$E_r = -\frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z)$$

lineární závislost na r
znamená linearitu
zobrazení

Paraxiální paprsková rovnice

① Pohybová rovnice

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{e}{m} \mathbf{E}$$

② Osová symetrie+
paraxiální aproximace

$$\ddot{z} = \frac{e}{m} E_z(r=0, z(t))$$

$$\ddot{r} = \frac{e}{m} E_r(r(t), z(t))$$

$$\ddot{r} = -\frac{e}{m} \cdot \frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z)$$

... paraxiálnost
pole bereme na ose!!
lineární aproximace!!

Paraxiální paprsková rovnice

1 Pohybová rovnice

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{e}{m} \mathbf{E}$$

2 Osová symetrie+
paraxiální aproximace

$$\ddot{z} = \frac{e}{m} E_z(r=0, z(t))$$

$$\ddot{r} = \frac{e}{m} E_r(r(t), z(t))$$

... paraxiálnost
pole bereme na ose!!
lineární aproximace!!

3 Od trajektorie k paprsku

$$\ddot{r} = -\frac{e}{m} \cdot \frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} \equiv v(z) \cdot (\dots)' \longrightarrow v(z) \cdot \frac{d}{dz} \left(v(z) \cdot \frac{dr}{dz} \right) + \frac{e}{m} \cdot \frac{r}{2} \times E'_z(0, z) = 0$$

Paraxiální paprsková rovnice

1 Pohybová rovnice

$$\ddot{\mathbf{r}} = \frac{e}{m} \mathbf{E}$$

2 Osová symetrie+
paraxiální aproximace

$$\ddot{z} = \frac{e}{m} E_z(r=0, z(t))$$

$$\ddot{r} = \frac{e}{m} E_r(r(t), z(t))$$

... paraxiálnost
pole bereme na ose!!
lineární aproximace!!

3 Od trajektorie k paprsku

$$\ddot{r} = -\frac{e}{m} \cdot \frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{d}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} \equiv v(z) \cdot (\dots)' \longrightarrow v(z) \cdot \frac{d}{dz} \left(v(z) \cdot \frac{dr}{dz} \right) + \frac{e}{m} \cdot \frac{r}{2} \times E'_z(0, z) = 0$$

4 Potenciál ke katodě

$$n(\mathbf{r}) \propto v(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2}{m} (E - U(\mathbf{r}))}$$

$$\equiv \sqrt{-\frac{2e}{m} \Phi(\mathbf{r})}$$

$$\Phi \cdot r'' + \frac{1}{2} \Phi' \cdot r' + \frac{1}{4} \Phi'' \cdot r = 0$$

vstup

$$\Phi(z) \longrightarrow r(z)$$

výstup

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \frac{1}{2} \Phi' \cdot r' + \frac{1}{4} \Phi'' \cdot r = 0$$

vstup $\Phi(z)$ \longrightarrow $r(z)$ výstup

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \frac{1}{2} \Phi' \cdot r' + \frac{1}{4} \Phi'' \cdot r = 0$$

vstup

$\Phi(z)$



$r(z)$

výstup

Tvar paprsku v elektrostatické čočce
nezávisí
na náboji ani hmotnosti částice
*vlnová délka, energie atp. je ovšem něco
jiného*

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \frac{1}{2} \Phi' \cdot r' + \frac{1}{4} \Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \quad \longrightarrow \quad r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

SROVNÁNÍ OPTICKÝCH SOUSTAV

elektronová

- spojitý index lomu
- určující: pouze průběh indexu lomu na ose. Flexibilita v průběhu elst. polí je tak jen zdánlivá výhoda, pokud ...

světelná

- po částech konstantní index lomu
- hodnoty indexu lomu a poloměry křivosti oddělujících optických ploch nezávisle volitelné parametry

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \frac{1}{2} \Phi' \cdot r' + \frac{1}{4} \Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \quad \longrightarrow \quad r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

SROVNÁNÍ OPTICKÝCH SOUSTAV

elektronová

- spojitý index lomu
- určující: pouze průběh indexu lomu na ose. Flexibilita v průběhu elst. polí je tak jen zdánlivá výhoda, pokud ... nepřekonáme Gaussovu větu elst.

světelná

- po částech konstantní index lomu
- hodnoty indexu lomu a poloměry křivosti oddělujících optických ploch nezávisle volitelné parametry

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \frac{1}{2} \Phi' \cdot r' + \frac{1}{4} \Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \quad \longrightarrow \quad r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

SROVNÁNÍ OPTICKÝCH SOUSTAV

elektronová

- spojitý index lomu
- určující: pouze průběh indexu lomu na ose. Flexibilita v průběhu elst. polí je tak jen zdánlivá výhoda, pokud ...
nepřekonáme Gaussovu větu elst.

světelná

- po částech konstantní index lomu
- hodnoty indexu lomu a poloměry křivosti oddělujících optických ploch nezávisle volitelné parametry

Paraxiální rovnice: vlastnosti paraxiálního zobrazení

PARAXIÁLNÍ ROVNICE

$$\Phi \cdot r'' + \frac{1}{2} \Phi' \cdot r' + \frac{1}{4} \Phi'' \cdot r = 0$$

$$\boxed{\text{vstup}} \quad \Phi(z) \quad \longrightarrow \quad r(z) \quad \boxed{\text{výstup}}$$

SROVNÁNÍ OPTICKÝCH SOUSTAV

elektronová

- spojitý index lomu
- určující: pouze průběh indexu lomu na ose. Flexibilita v průběhu elst. polí je tak jen zdánlivá výhoda, pokud ... nepřekonáme **Gaussovou větu elst.**

Dva důsledky

1. elektronové čočky jsou vždy spojky
2. otvorová vada vždy kladná **Scherzerova věta 1936**

světelná

- po částech konstantní index lomu
- hodnoty indexu lomu a poloměry křivosti oddělujících optických ploch nezávisle volitelné parametry

Elektronové čočky jsou vždy spojky

Substituce v paraxiální rovnici

$$r = R\Phi^{-\frac{1}{4}}$$

$$R'' = -\frac{3}{16} \left(\frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 R$$

$$|e\Phi(\mathbf{r})| = E - U(\mathbf{r})$$

1. R je konkávní, obrací se vždy **k ose** \Rightarrow

libovolný systém, kde pole Φ' je nenulové jen v konečné oblasti se chová jako spojka

2. Optická mohutnost závisí jen na poměru Φ'/Φ

3. Pro rychlé elektrony je proto malá

Elektronové čočky jsou vždy spojky

Substituce v paraxiální rovnici

$$r = R\Phi^{-\frac{1}{4}}$$

$$R'' = -\frac{3}{16}\left(\frac{\Phi'}{\Phi}\right)^2 R$$

$$|e\Phi(\mathbf{r})| = E - U(\mathbf{r})$$

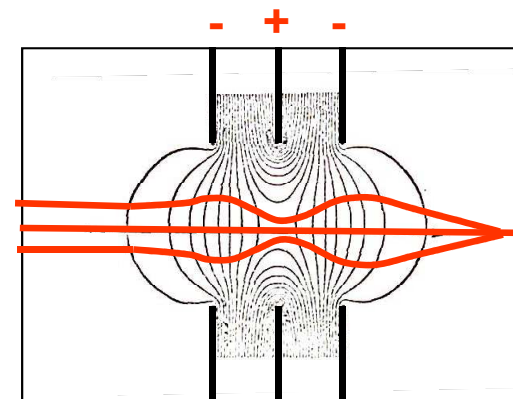
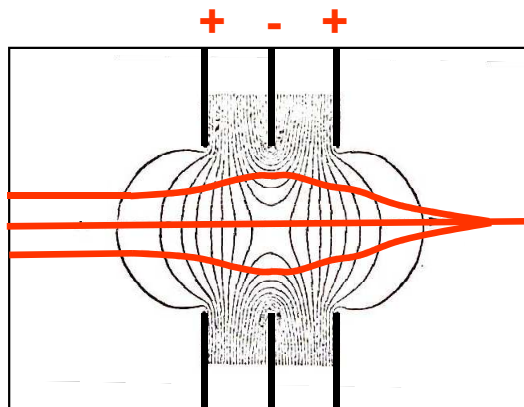
1. R je konkávní, obrací se vždy **k ose** \Rightarrow

libovolný systém, kde pole Φ' je nenulové jen v konečné oblasti se chová jako spojka

2. Optická mohutnost závisí jen na poměru Φ'/Φ

3. Pro rychlé elektrony je proto malá

4. Ve skutečnosti závisí na $(\Phi'/\Phi)^2$. R je proto stejné pro obojí polaritu. Samotné trajektorie jsou ovšem různé; ohnisko však zůstává.

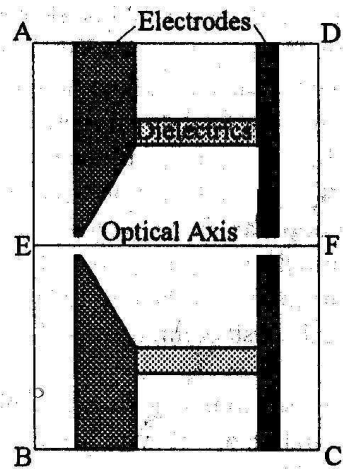


Ukázky skutečných výpočtů

Kvalita současného zpracování je plně profesionální.

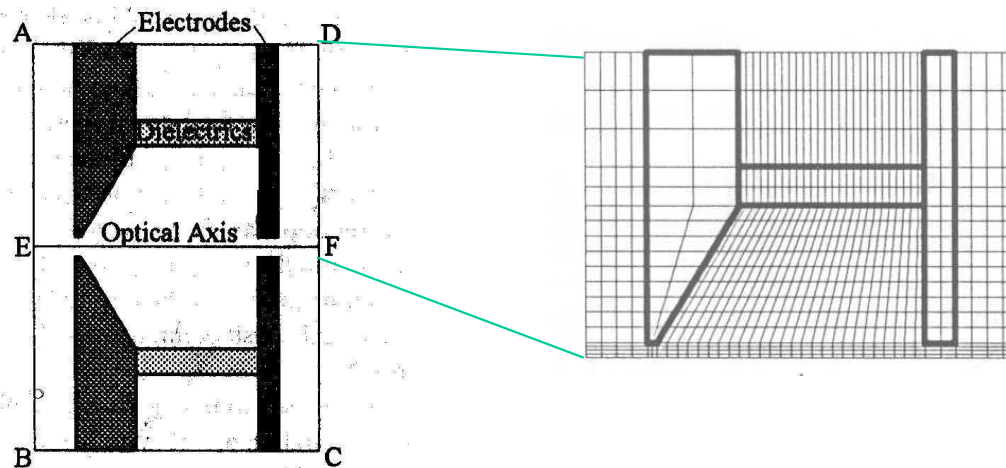
Výpočty tohoto typu zrychlují o řády konstrukční práce.

Ukázka výpočtu elektrostatické čočky



design čočky

Ukázka výpočtu elektrostatické čočky

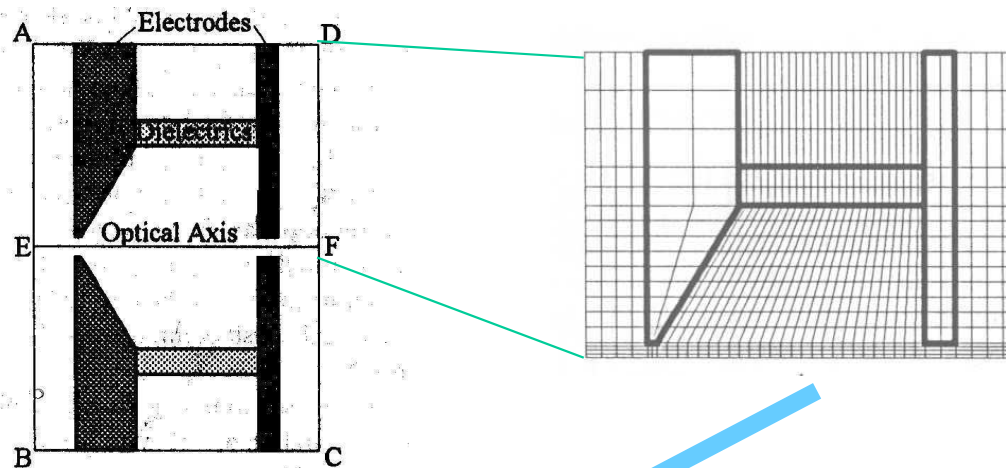


design čočky

grid pro výpočet metodou
konečných elementů:

velké oblasti,
jemné dělení

Ukázka výpočtu elektrostatické čočky

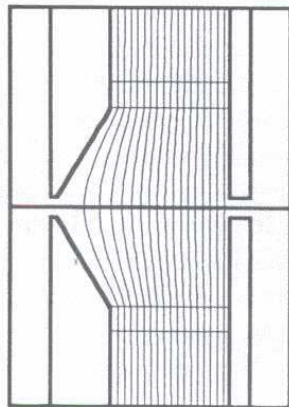


design čočky

grid pro výpočet metodou
konečných elementů:

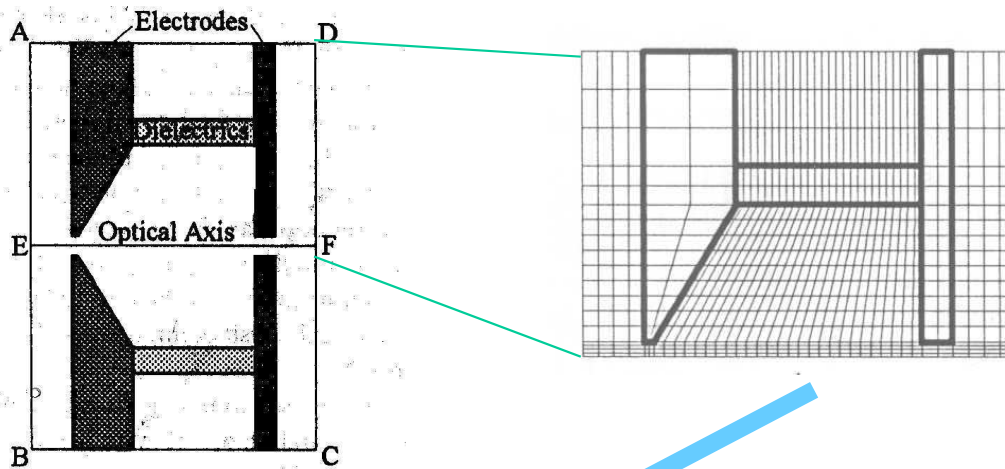
velké oblasti,
jemné dělení

výsledný
potenciál



a

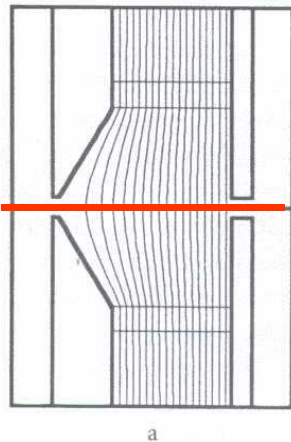
Ukázka výpočtu elektrostatické čočky



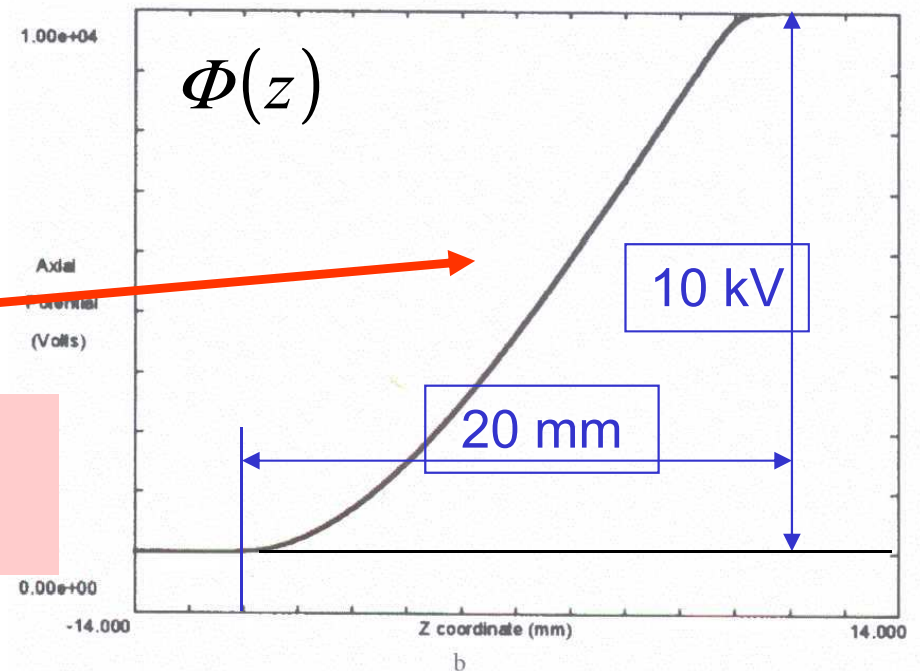
grid pro výpočet metodou
konečných elementů:
velké oblasti,
jemné dělení

design čočky

výsledný
potenciál

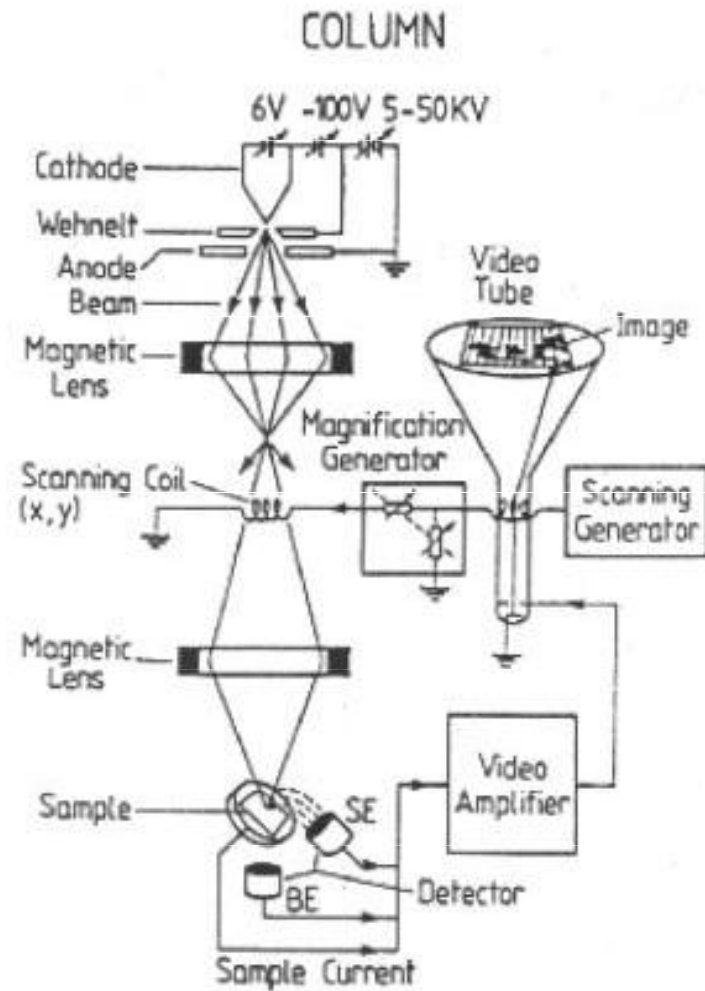


axiální průběh
potenciálu



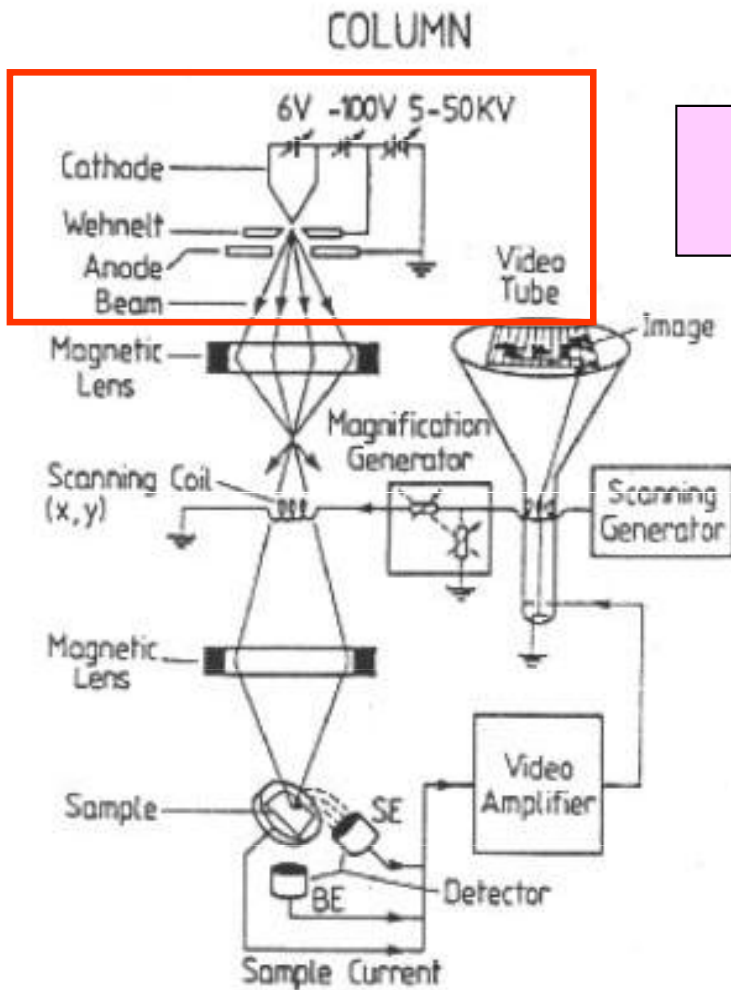
Termoemisní zdroj LaB_6

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



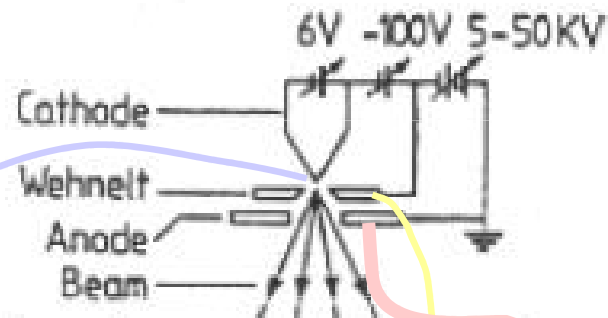
Termoemisní zdroj LaB_6

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)

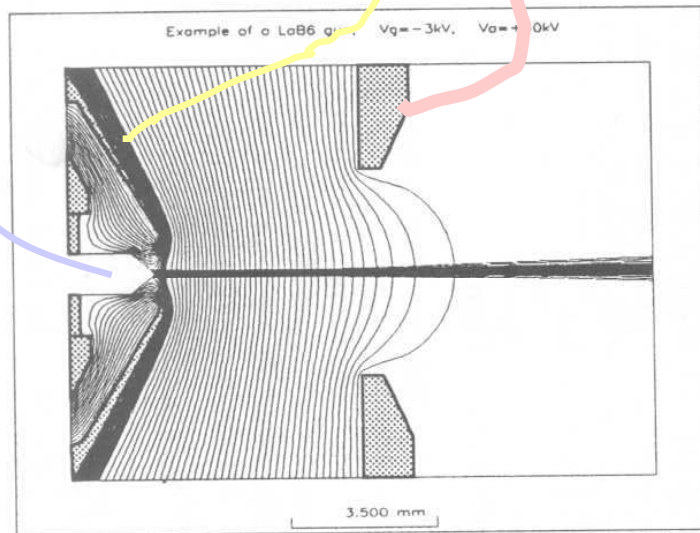


výsek ze schematu SEM

Termoemisní zdroj LaB_6



výsek ze schematu SEM



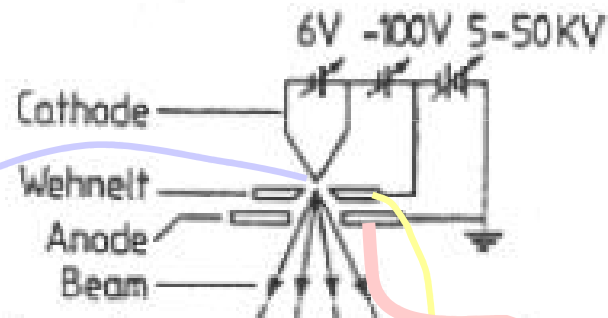
a
FIGURE 73 LaB_6 gun. (a) Overall view. (b) Enlarg

Monokrystal LaB_6
("Lab six")

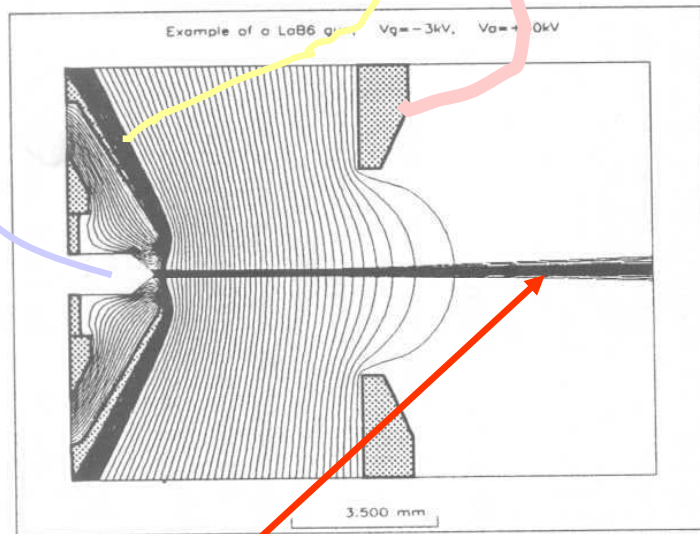
zespodu ohříváný žhaveným
wolframovým vláknem

jeho emisní schopnost je
tisíckrát vyšší
než má wolfram sám

Termoemisní zdroj LaB_6



výsek ze schematu SEM

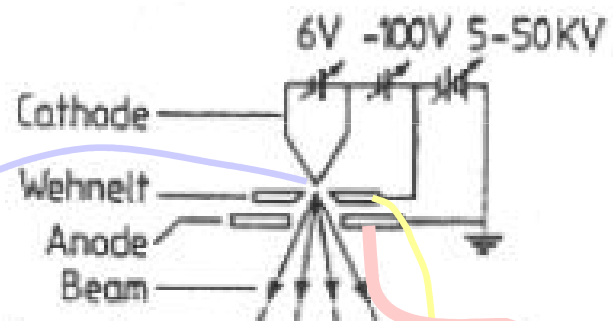


a

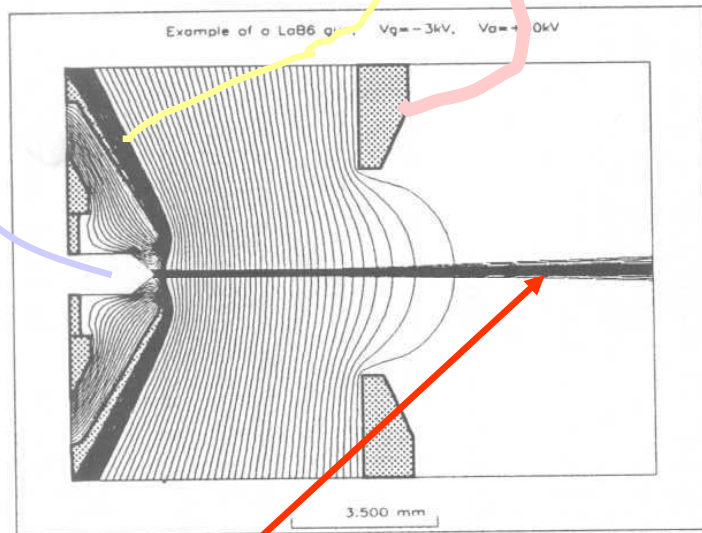
FIGURE 73 LaB_6 gun. (a) Overall view. (b) Enlarged view of tip region.

trajektorie

Termoemisní zdroj LaB_6



výsek ze schematu SEM

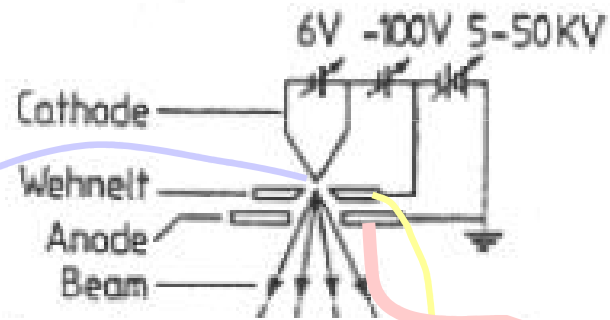


a

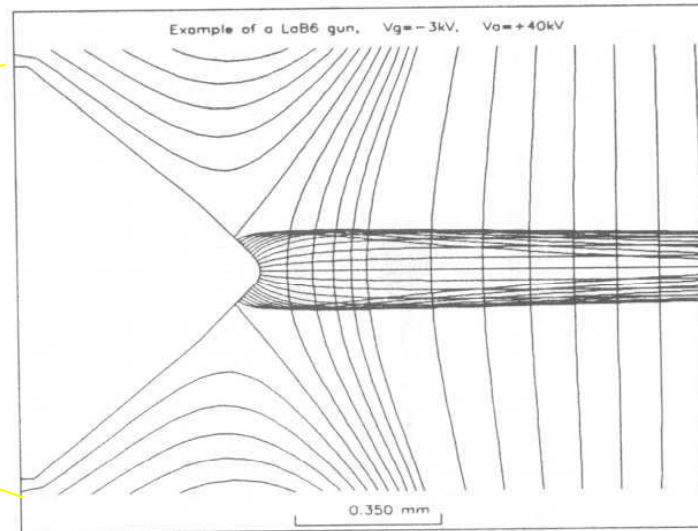
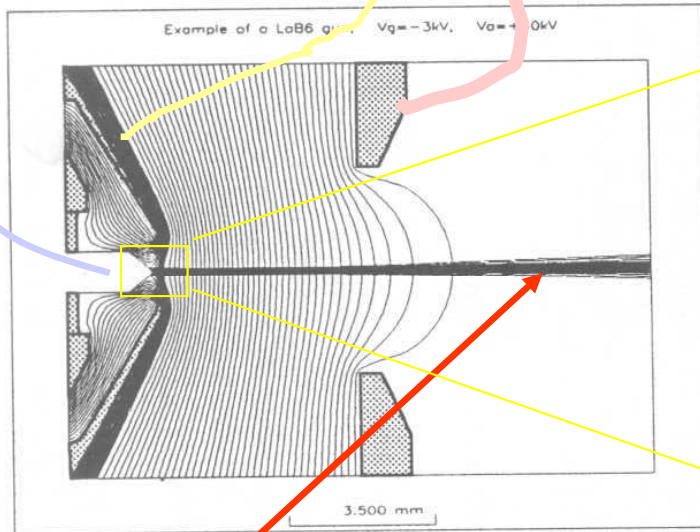
FIGURE 73 LaB_6 gun. (a) Overall view. (b) Enlarged view of tip region.

trajektorie

Termoemisní zdroj LaB_6



výsek ze schematu SEM



a

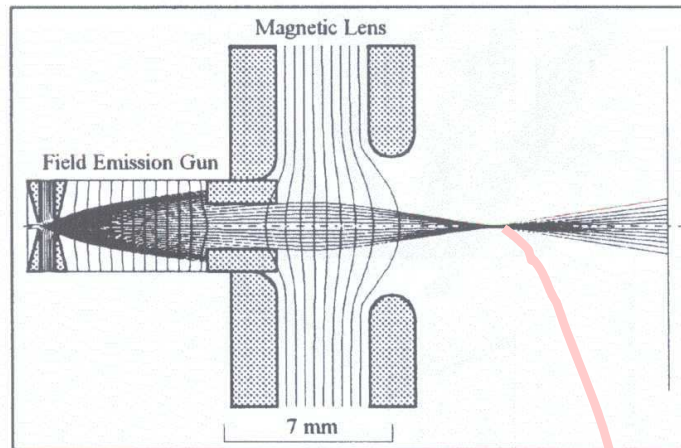
FIGURE 73 LaB_6 gun. (a) Overall view

detail

trajektorie

TFE zdroj

TFE (thermofield emission) kombinuje termickou emisi ... $T=1800\text{ K}$
se studenou emisí vyvolanou polem řádu 10 keV



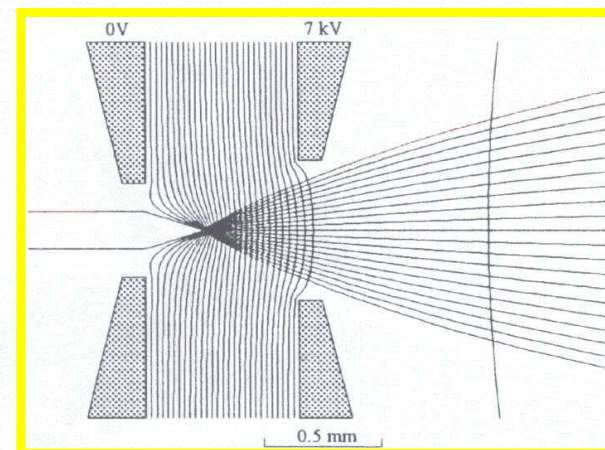
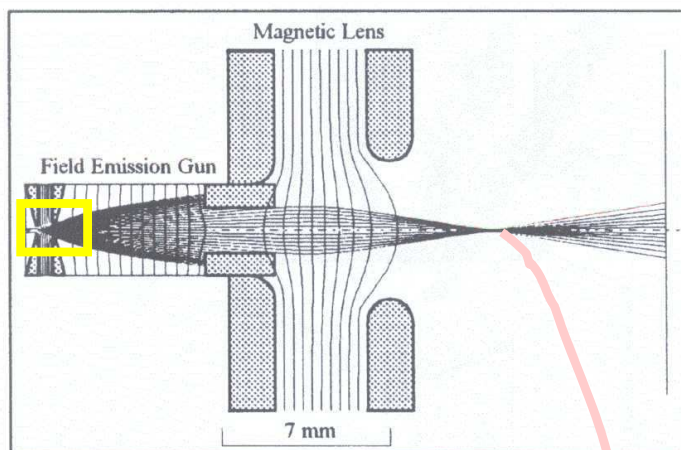
kombinace elst. zdroje a
magnetické čočky

a magnetic lens.

toto je téměř bodový zdroj
kolimovaných elektronů

TFE zdroj

TFE (thermofield emission) kombinuje termickou emisi ... $T=1800\text{ K}$
se studenou emisí vyvolanou polem řádu 10 keV



kombinace elst. zdroje a
magnetické čočky

detail

toto je téměř bodový zdroj
kolimovaných elektronů

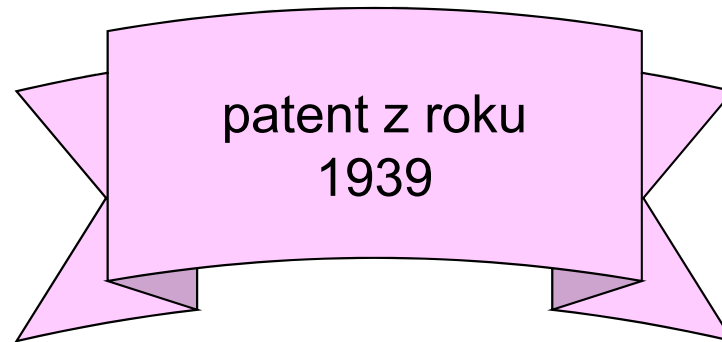
Magnetické čočky

Magnetické čočky a jiné součásti převládají v
praxi.

Jejich pochopení je ale obtížnější.
Zde jen několik poznámek.

Magnetická čočka

- má širší použití, než elektrostatická
- přesnější konstrukce, lepší korekce optických vad
- musí se ovšem chladit, atd.
- hlavní výhoda je možnost pólových nástavců z měkkých magnetických materiálů
- to právě vymysleli již praotcové Ruska a Knoll ... *Ernst Ruska* NP 1986



Magnetická čočka

DEUTSCHES REICH



AUSGEBEN AM
25. AUGUST 1939

REICHSPATENTAMT
PATENTSCHRIFT

№ 680 284

KLASSE 21g GRUPPE 25 37/20

B 154916 VIII c/21 g

Dr.-Ing. Bodo von Borries in Berlin-Halensee
und Dr.-Ing. Ernst Ruska in Berlin-Zehlendorf
Magnetische Sammellinse kurzer Feldlänge

Patentiert im Deutschen Reiche vom 17. März 1932 ab
Patenterteilung bekanntgemacht am 3. August 1939

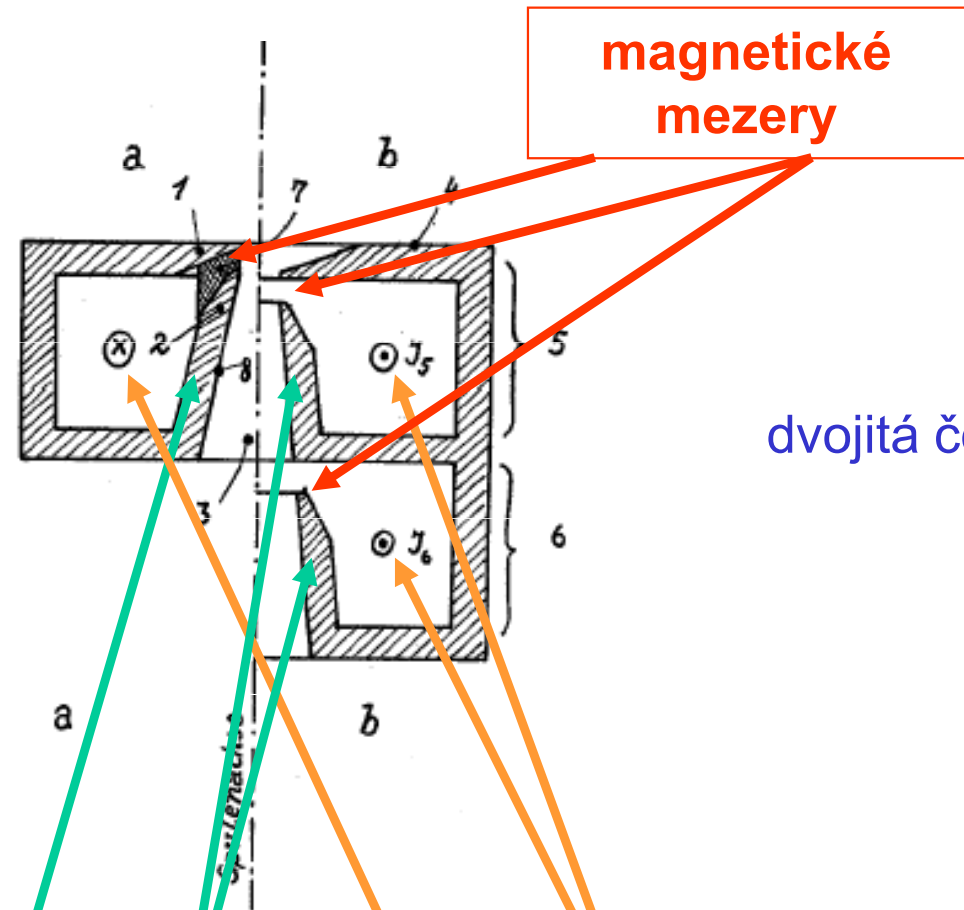
Magnetická čočka

Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, eine magnetische Linse extrem kurzer Brennweite zu schaffen, deren Feld trotz seiner Stärke (kleine Brennweite) dennoch in axialer Richtung so kurz wie möglich ist. Diese Aufgabe wird mit Hilfe einer Sammellinse gelöst, die aus einer Sammelspule besteht, die in einen sie vollständig umgebenden, aus hochpermeablem Stoff bestehenden Mantel eingehüllt ist, der einen ringförmigen Spalt in seinem Innenteil aufweist. Gemäß der Erfindung sind die die Ränder des im Verhältnis zur Längsausdehnung der Spule schmalen Spaltes bildenden Mantelteile nach der Achse zu polschuhartig verjüngt, und die lichte Weite des Polschuhringes liegt in der Größenordnung der Spalthöhe. Es ist zweckmäßig, die Spalthöhe nahezu gleich dem Halbmesser der lichten Weite der Polschuhrinne zu machen.

Vynález se zakládá na úloze vytvořit magnetickou čočku s extrémně krátkou ohniskovou vzdáleností, jejíž pole přes svou intenzitu (krátkou ohniskovou vzdálenost) je v axiálním směru co možno nejkratší.

Magnetická čočka (Ruskýv náčrtek)

jednoduchá
čočka



dvojitá čočka

pólové
nástavce

cívky

Magnetická čočka: jak funguje

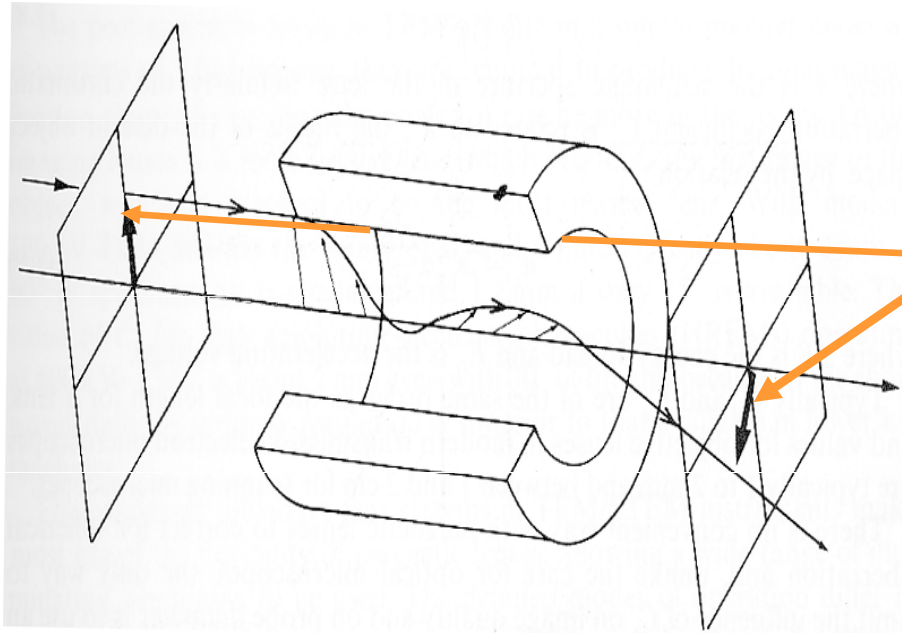
$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast

Magnetická čočka: jak funguje

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast



paprsek v paraxiální oblasti

- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\phi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

Magnetická čočka: jak funguje

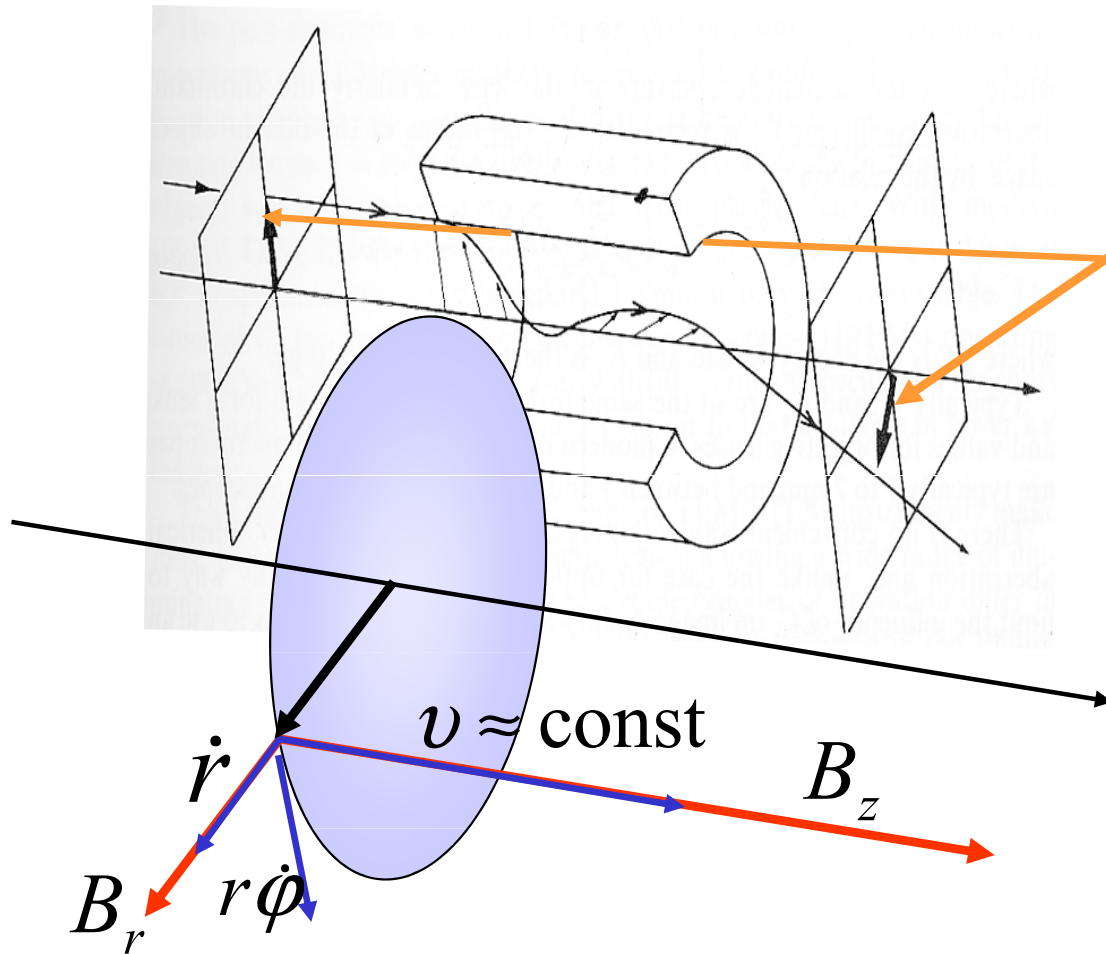
$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast

paprsek v paraxiální oblasti

- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\phi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$



Magnetická čočka: jak funguje

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast

paprsek v paraxiální oblasti

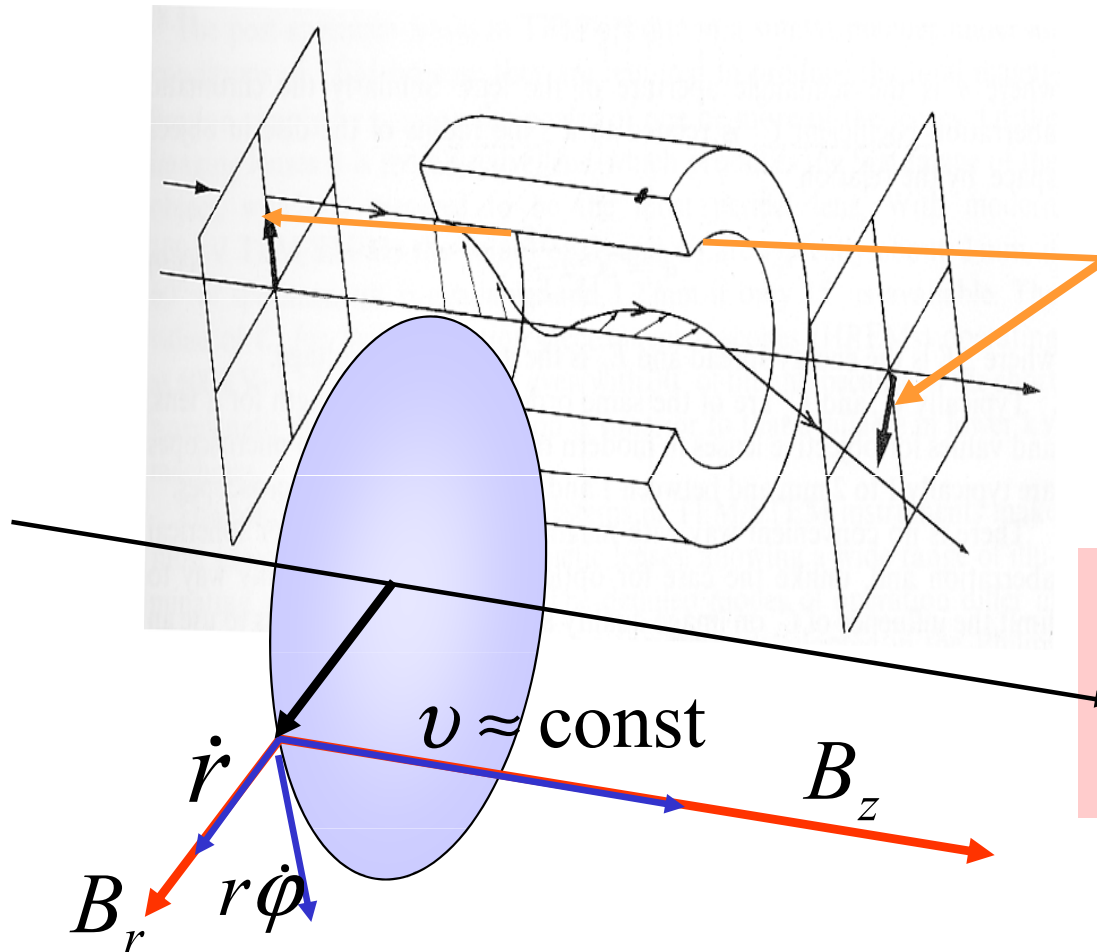
- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\phi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

- to ovlivní radiální pohyb

$$r'' + \left(\frac{e}{2m} \cdot \frac{B_z(z)}{v(z)} \right)^2 \times r = 0$$

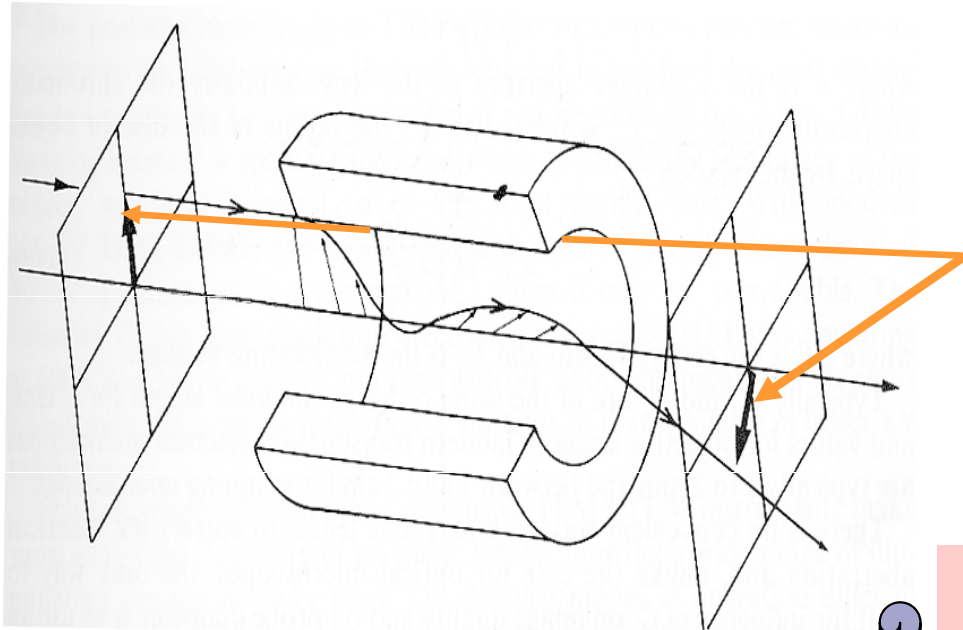
PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU



Magnetická čočka: jak funguje

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

paraxiální oblast



paprsek v paraxiální oblasti

- rovina pohybu se otáčí
nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\varphi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

- to ovlivní radiální pohyb

$$r'' + \left(\frac{e}{2m} \cdot \frac{B_z(z)}{v(z)} \right)^2 \times r = 0$$

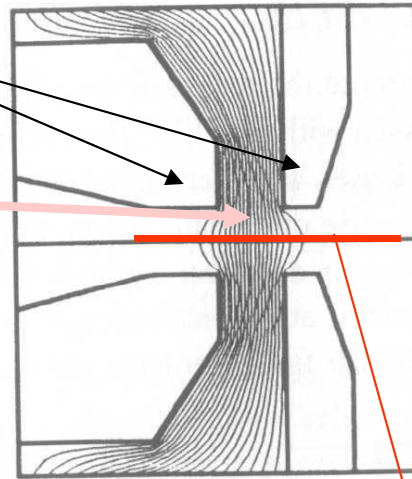
PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU

- I v magn. čočce vždy dochází k fokusaci
- Rozhoduje jen osový průběh podélné složky pole
- Pro rychlé elektrony je lámavá síla menší
- Obrazový prostor se potočí jako celek, věrnost zobrazení není narušena

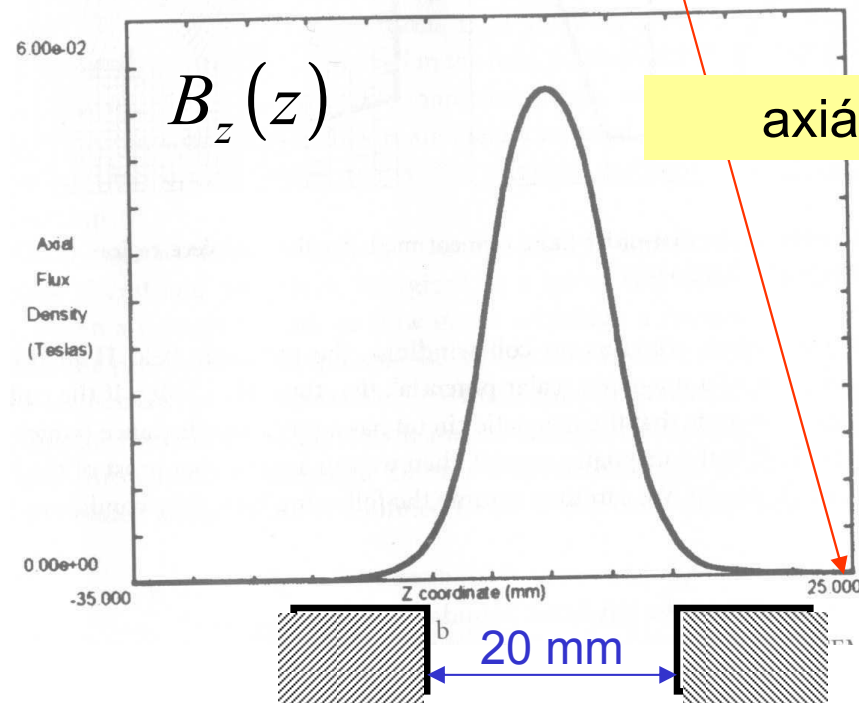
Moderní magnetická čočka

nástavce

pole v dutině



a



axiální průběh pole

Mez rozlišení pro elektronový mikroskop

... také
elektronový mikroskop strádá
vadami optického zobrazení,
dokonce hůře, než světelné přístroje

Scherzerova věta (1936)

Otto Scherzer
(Mar. 9, 1909 -
Nov. 15, 1982)



V elektronově optické soustavě, kde

- ❖ pohyb elektronů je řízen elektromagnetickými poli
- ❖ tato pole jsou statická
- ❖ a mají osovou symetrii
- ❖ v paprskovém prostoru nejsou prostorové náboje

trpí zobrazení jak **chromatickou**
tak kladnou **sférickou aberací**

Chromatická a otvorová vada elektronové čočky

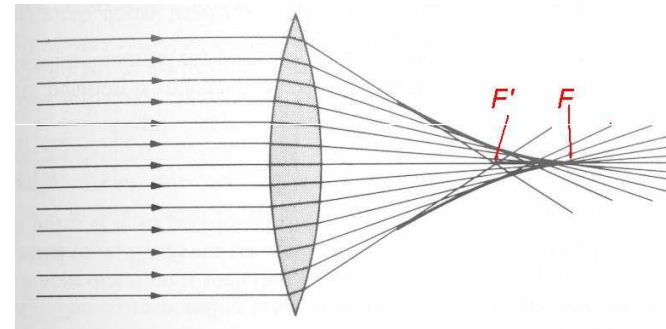
- Elektronová optika ... tytéž vady zobrazení, jako světelná **astigmatismus, koma ...**
- V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

vada chromatická

vada sférická (otvorová)

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně ... analogie červeného světla

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více ... vzniká kaustická plocha



Vady zobrazení elektronové čočky: chromatická vada

- Elektronová optika ... tytéž vady zobrazení, jako světelná **astigmatismus, koma ...**
- V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

vada chromatická

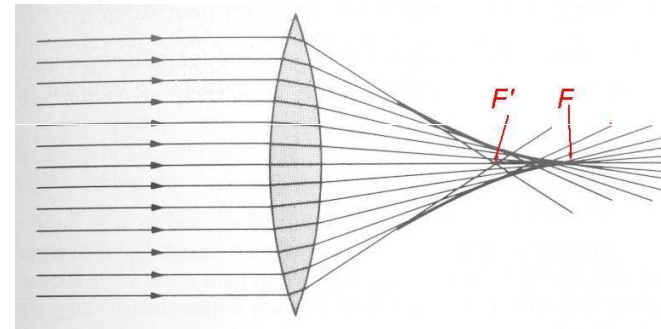
vada sférická (otvorová)

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně ... analogie červeného světla

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více ... vzniká kaustická plocha

Odpomoc

- kvalitní monochromatický zdroj elektronů ... studená emise
- použití zkřížených Wienových filtrů (o těch viz přednáška VI)



Vady zobrazení elektronové čočky: otvorová vada

- Elektronová optika ... tytéž vady zobrazení, jako světelná **astigmatismus, koma ...**
- V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

vada chromatická

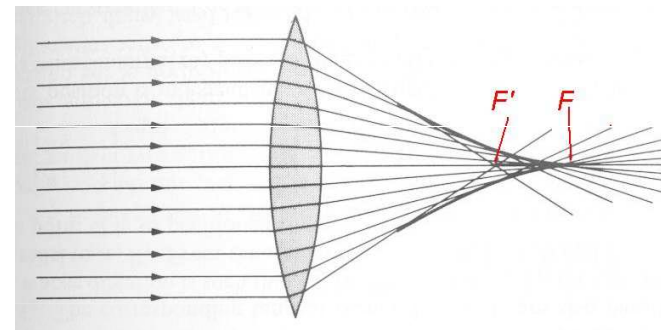
vada sférická (otvorová)

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně ... analogie červeného světla

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více ... vzniká kaustická plocha

Odpomoc

- kvalitní monochromatický zdroj elektronů ... studená emise
- použití zkřížených Wienových filtrů (o těch viz přednáška VI)



Otvorová vada v elektronové optice
je **neodstranitelná**

viník: Gaussova věta elektrostatiky,
nedovolí korekce indexu lomu

Vady zobrazení elektronové čočky: otvorová vada

- Elektronová optika ... tytéž vady zobrazení, jako světelná **astigmatismus, koma ...**
- V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

vada chromatická

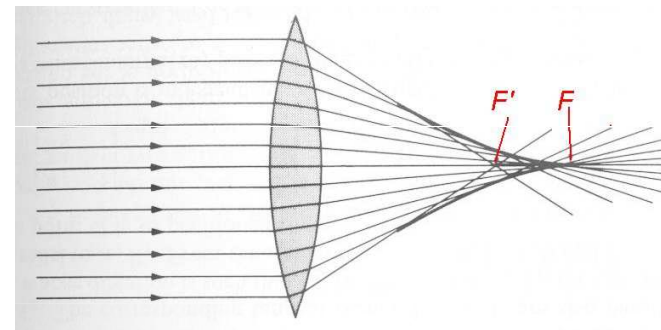
vada sférická (otvorová)

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně ... analogie červeného světla

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více ... vzniká kaustická plocha

Odpomoc

- kvalitní monochromatický zdroj elektronů ... studená emise
- použití zkřížených Wienových filtrů (o těch viz přednáška VI)



Odpomoc z nouze vyclonit dostatečně úzký svazek

Otvorová vada v elektronové optice je **neodstranitelná**

viník: Gaussova věta elektrostatiky, nedovolí korekce indexu lomu

Vady zobrazení elektronové čočky: otvorová vada

- Elektronová optika ... tytéž vady zobrazení, jako světelná **astigmatismus, koma ...**
- V oblasti obklopující paraxiální (malé úhly s osou) hlavně

vada chromatická

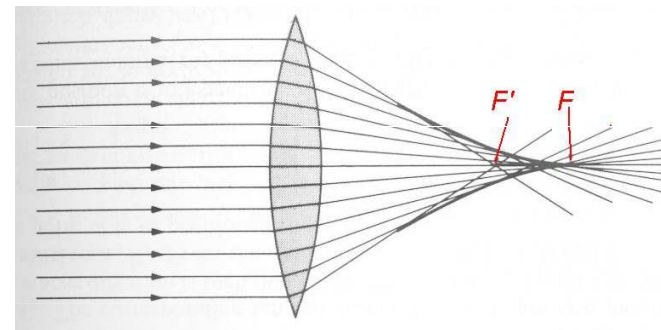
vada sférická (otvorová)

Podstata rychlejší elektrony se zalomí méně ... analogie červeného světla

Podstata paprsky dále od osy se zalomí více ... vzniká kaustická plocha

Odpomoc

- kvalitní monochromatický zdroj elektronů ... studená emise
- použití zkřížených Wienových filtrů (o těch viz přednáška VI)



Odpomoc z nouze vyclonit dostatečně úzký svazek

Problémy ♠ malá světelnost

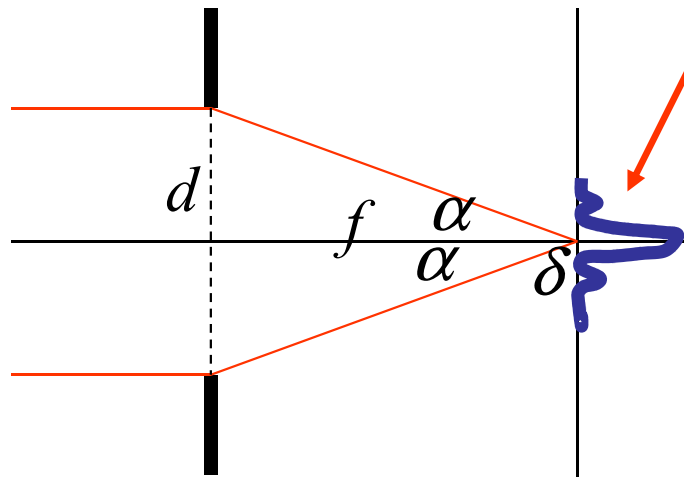
♠ difrakce na cloně

Otvorová vada v elektronové optice je **neodstranitelná**

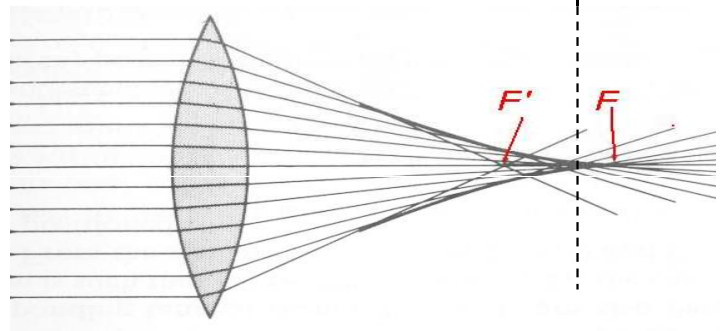
viník: Gaussova věta elektrostatiky, nedovolí korekce indexu lomu

– ohybová vada **126**

Ohybová vada (jako u světelné optiky)

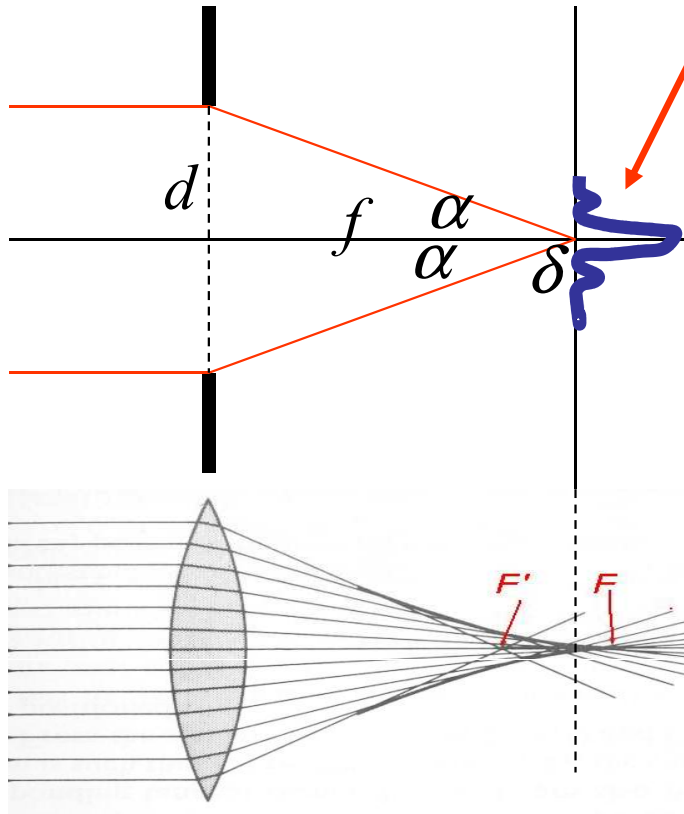


$$\delta \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha} \approx \frac{\lambda}{\alpha} \quad \text{průměr hlav. maxima}$$



$$\rho_{sf} \approx C_s \alpha^3 \quad \text{průměr obraz. kroužku}$$

Ohybová a otvorová vada

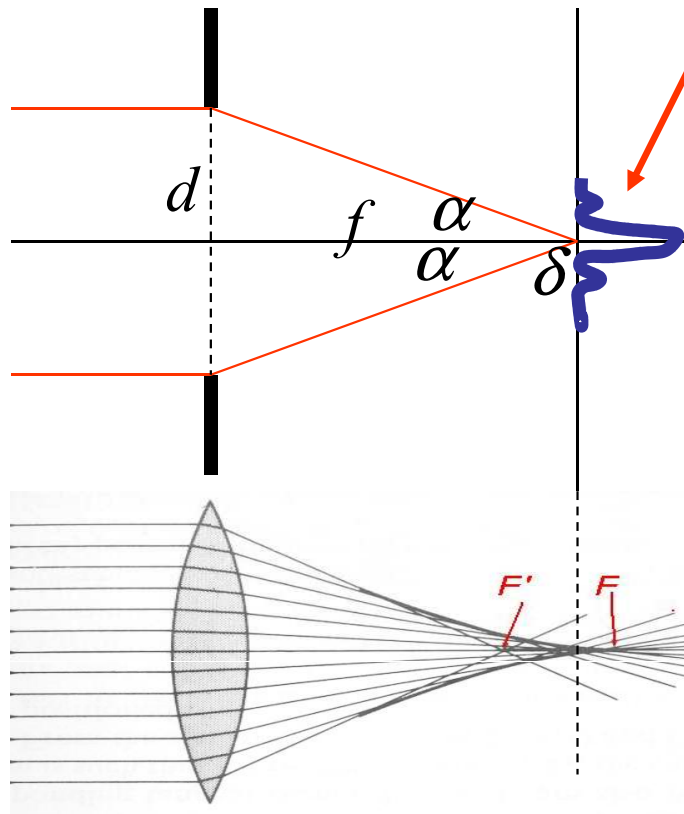


$$\delta \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha} \approx \frac{\lambda}{\alpha} \quad \text{průměr hlav. maxima}$$

Také tento koef. 3. řádu lze určit výpočtem

$$\rho_{sf} \approx C_s \alpha^3 \quad \text{průměr obraz. kroužku}$$

Ohybová a otvorová vada



$$\delta \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha} \approx \frac{\lambda}{\alpha} \quad \text{průměr hlav. maxima}$$

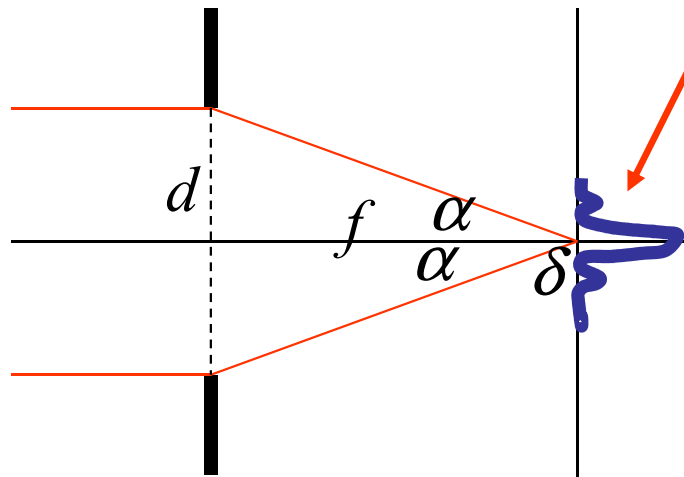
$$\rho_{sf} \approx C_s \alpha^3 \quad \text{průměr obraz. kroužku}$$

... hledáme kompromisní hodnotu aperturního úhlu z podmínky

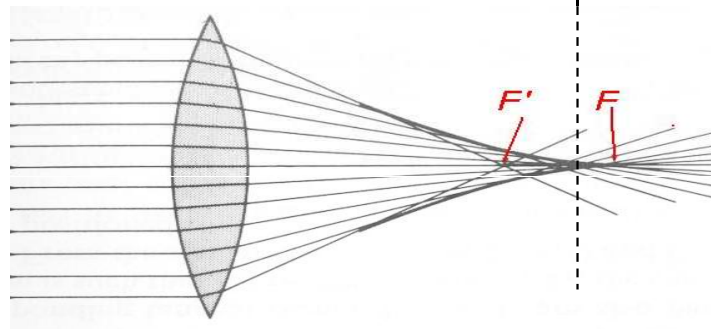
$$\rho_{sf} \approx \delta$$

$$\alpha_{opt} \approx (\lambda / C_s)^{1/4} \quad \delta_{opt} \approx (\lambda^3 C_s)^{1/4} \approx \lambda$$

Ohybová a otvorová vada: mez rozlišení



$$\delta \approx \frac{\lambda}{\sin \alpha} \approx \frac{\lambda}{\alpha} \quad \text{průměr hlav. maxima}$$



$$\rho_{sf} \approx C_s \alpha^3 \quad \text{průměr obraz. kroužku}$$

... hledáme kompromisní hodnotu aperturního úhlu z podmínky

$$\rho_{sf} \approx \delta$$

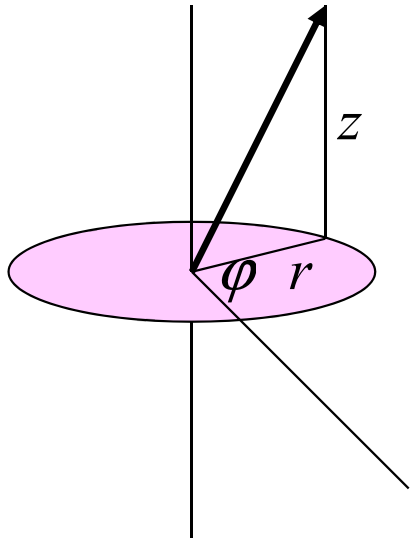
$$\alpha_{\text{opt}} \approx (\lambda / C_s)^{\frac{1}{4}} \quad \delta_{\text{opt}} \approx (\lambda^3 C_s)^{\frac{1}{4}} \approx \lambda$$

... pro rozlišení v řádu nm se tak vlnové délky volí v řádu 1 – 10 pm

Nadchází éra korigovaných elektronových mikroskopů

... idea tu byla už dávno,
posledních několik let jsou
mikroskopy s korektory
komerčně dostupné

Je tedy otvorová vada nepřekonatelná?



Na těsném propojení axiální a radiální složky pole se účastní dvě okolnosti: ❶ Laplaceova rovnice
❷ axiální symetrie pole (nezávislost na azimutu)
Dohromady to dá jednoznačné propojení

$$\partial_r E_r + \frac{1}{r} E_r + \partial_z E_z = 0$$

Po válce Scherzer navrhl korektory ...

The Theoretical Resolution Limit of the Electron Microscope

O. SCHERZER

Signal Corps Engineering Laboratories, Fort Monmouth, New Jersey

(Received June 14, 1948)

The resolving power of the electron microscope and the contrast in the image are calculated for different conditions of focusing, illumination and aperture. These conditions can change the limit of resolution by a factor of about 3. The contrast in the image of an atom is appreciably increased by defocusing and spherical aberration. Nevertheless, the contrast improves when the numerical value of the aberration constant is diminished. The effect of different methods of spherical correction is discussed briefly.

Po válce Scherzer navrhl korektory ...

The Theoretical Resolution Limit of the Electron Microscope

O. SCHERZER

Signal Corps Engineering Laboratories, Fort Monmouth, New Jersey

(Received June 14, 1948)

The resolving power of the electron microscope and the contrast in the image are calculated for different conditions of focusing, illumination and aperture. These conditions can change the limit of resolution by a factor of about 3. The contrast in the image of an atom is appreciably increased by defocusing and spherical aberration. Nevertheless, the contrast improves when the numerical value of the aberration constant is diminished. The effect of different methods of spherical correction is discussed briefly.

Po válce Scherzer navrhl korektory ...

The Theoretical Resolution Limit of the Electron Microscope

O. SCHERZER

Signal Corps Engineering Laboratories, Fort Monmouth, New Jersey

(Received June 14, 1948)

The resolving power of the electron microscope and the contrast in the image are calculated for different conditions of focusing, illumination and aperture. These conditions can change the limit of resolution by a factor of about 3. The contrast in the image of an atom is appreciably increased by defocusing and spherical aberration. Nevertheless, the contrast improves when the numerical value of the aberration constant is diminished. The effect of different methods of spherical correction is discussed briefly.

... ALE PAK TO TRVALO JEŠTĚ PADESÁT LET, NEŽ
DOŠLO K JEJICH KOMERCIALIZACI

Scherzerova návrhy na překonání sférické vady

Otto Scherzer
(Mar. 9, 1909 -
Nov. 15, 1982)



Scherzerova věta (1936)

V elektronově optické soustavě, kde

- ❖ pohyb elektronů je řízen elektromagnetickými poli
- ❖ tato pole jsou statická
- ❖ a mají osovou symetrii
- ❖ v paprskovém prostoru nejsou prostorové náboje

trpí zobrazení jak **chromatickou**

tak kladnou **sférickou aberací**

Scherzerovy návrhy (1948)

V elektronově optické soustavě provést jednu z čtyř možných změn

- ❖ k elektromagnetickým polím přidat zrcadlo
- ❖ použít rychle oscilující pole
- ❖ narušit osovou symetrii (kvadrupóly a oktupóly)
- ❖ do paprskového prostoru vložit prostorové náboje

a tím překonat jak **chromatickou**

tak kladnou **sférickou aberací**

Scherzerova návrhy na překonání sférické vady

Otto Scherzer
(Mar. 9, 1909 -
Nov. 15, 1982)



Scherzerova věta (1936)

V elektronově optické soustavě, kde

- ❖ pohyb elektronů je řízen elektromagnetickými poli
- ❖ tato pole jsou statická
- ❖ a mají osovou symetrii
- ❖ v paprskovém prostoru nejsou prostorové náboje

trpí zobrazení jak **chromatickou**

tak kladnou **sférickou aberací**

Scherzerovy návrhy (1948)

V elektronově optické soustavě provést jednu z čtyř možných změn

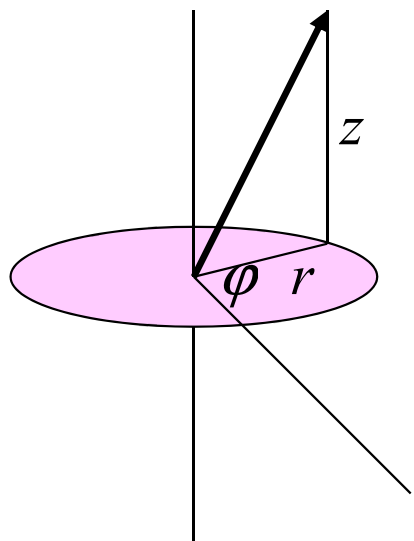
- ❖ k elektromagnetickým polím přidat zrcadlo
- ❖ použít rychle oscilující pole
- ❖ **narušit osovou symetrii (kvadrupóly a oktapóly)**
- ❖ do paprskového prostoru vložit prostorové náboje

a tím překonat jak **chromatickou**

tak kladnou **sférickou aberací**

Otvorová vada je překonatelná

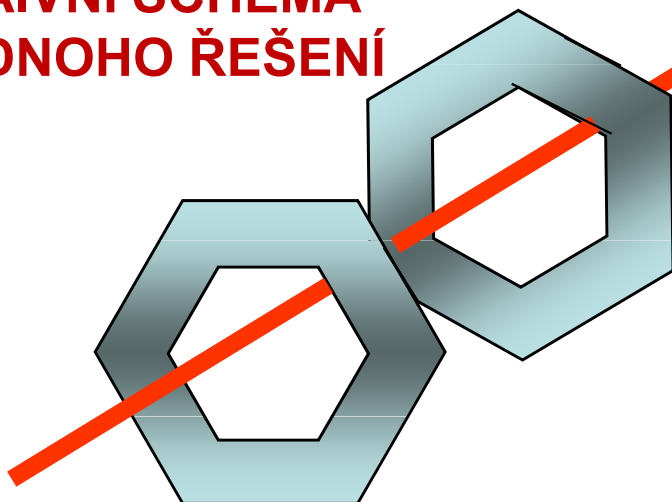
Jednoduchá, ale radikální myšlenka – opustit axiální symetrii



Na těsném propojení axiální a radiální složky pole se účastní dvě okolnosti: ① Laplaceova rovnice
② axiální symetrie pole (nezávislost na azimutu)
Dohromady to dá jednoznačné propojení

VÝCHODISKO – OPUSTIT AXIÁLNÍ SYMETRII

**NAIVNÍ SCHEMA
JEDNOHO ŘEŠENÍ**



Dva navzájem pootočené
hexapóly
dávají téměř dokonalou
kompensaci otvorové vady
při mizivé azimutální distorsi

Přehled vyzkoušených korektorů

Correction of Aberrations

| | SEM | STEM | TEM | LEEM |
|-----------------------------------|-----|------|-----|------|
| Spherical C_3 | - | + | + | - |
| Spherical & Chromatic $C_3 + C_c$ | + | + | ? | + |

Type of Corrector

| | | SEM | STEM | TEM | LEEM |
|----------------------------|-----------|-----|------|-----|------|
| Hexapole | C_3 | - | + | + | - |
| Quadrupole | C_3 | - | + | + | - |
| Electrostatic Mirror | $C_3 C_c$ | + | - | - | + |
| Purely Electrostatic Quad. | $C_3 C_c$ | + | - | - | ? |
| Quadrupole Electr./Magn. | $C_3 C_c$ | + | + | -? | - |

Key: + = effective and already demonstrated;
 + = feasible, but not yet demonstrated;
 - = not feasible or not useful;
 ? or ? = questionable or very questionable

Pokusy zavést korektor byly dlouho nepřesvědčivé

Table 4. Brief history of aberration correction

| <u>Corrector Type</u> | <u>First Proposed</u> | <u>Subsequent Versions</u> | <u>Proof-of-Principle</u> | <u>Improves Resolution of Its Microscope</u> | <u>Improves Resolution of Any Microscope (at its kV)</u> |
|---|-------------------------------|---|------------------------------|--|--|
| Cs only: 2 cylindrical lenses / 3 octupoles | Scherzer 1947 | | Seeliger 1951-54 | Mollenstedt 1954-56 | |
| Cs only: 4 quads / 3 octupoles (combined) | Archard 1955 | | Deltrap 1964 | Krivaznek+Dell by 1997 | |
| Cs only: 4 quads / 3 octupoles (separate) | Thomson 1967 | Beck+Crewe 1972-75 | Krivaznek+Dell by 1999 | Dellby + Krivaznek 2000 | Dellby + Krivaznek 2000 |
| Cs only: 2 sextupoles / 2 (4) round lenses | Beck 1979 | Crewe 1980 Rose 1981 Shao 1988 Rose 1990 | Chen and Mu 1990 | Haider 1997 | Haider 1998 |
| Cs + Ce: 4 mag. quads / 2 el. quads 3 octs | Hardy 1967 | Rose 1971 | Hardy 1967 | Zach + Haider 1995 | Zach 1997 |
| Cs + Ce: 5 el. quads / 5 mag. quads 3 el. octs | Hardy 1967 Rose 1971 | Pohner 1976 Koops 1978 Bernhard 1980 Hely 1981 Haider 1984 | Koops 1978 | Hely 1981 | |

Až v posledních cca 5 – 8 letech komercializováno

Table 4. Brief history of aberration correction

| <u>Corrector Type</u> | <u>First Proposed</u> | <u>Subsequent Versions</u> | <u>Proof-of-Principle</u> | <u>Improves Resolution of Its Microscope</u> | <u>Improves Resolution of Any Microscope (at its kV)</u> |
|---|-------------------------------|---|------------------------------|--|--|
| Cs only: 2 cylindrical lenses / 3 octupoles | Scherzer 1947 | | Seeliger 1951–54 | Mollenstedt 1954–56 | |
| Cs only: 4 quads / 3 octupoles (combined) | Archard 1955 | | Deltrap 1964 | Krivaznek+Dell by 1997 | |
| Cs only: 4 quads / 3 octupoles (separate) | Thomson 1967 | Beck+Crewe 1972–75 | Krivaznek+Dell by 1999 | Dellby + Krivaznek 2000 | Dellby + Krivaznek 2000 |
| Cs only: 2 sextupoles / 2 (4) round lenses | Beck 1979 | Crewe 1980 Rose 1981 Shao 1988 Rose 1990 | Chen and Mu 1990 | Haider 1997 | Haider 1998 |
| Cs + Ce: 4 mag. quads / 2 el. quads 3 octs | Hardy 1967 | Rose 1971 | Hardy 1967 | Zach + Haider 1995 | Zach 1997 |
| Cs + Ce: 5 el. quads / 5 mag. quads 3 el. octs | Hardy 1967 Rose 1971 | Pohner 1976 Koops 1978 Bernhard 1980 Hely 1981 Haider 1984 | Koops 1978 | Hely 1981 | |

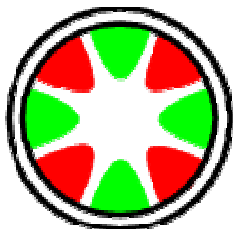
Fa Nion
Arizona, USA

Fa CEOS
Německo

12ti pólový korektor



Guru: Maximilian Haider
Joachim Zach



CEOS

Corrected Electron Optical Systems GmbH

Do existujících mikroskopů se vloží korektor

~~TEM~~ STEM ~~SEM~~

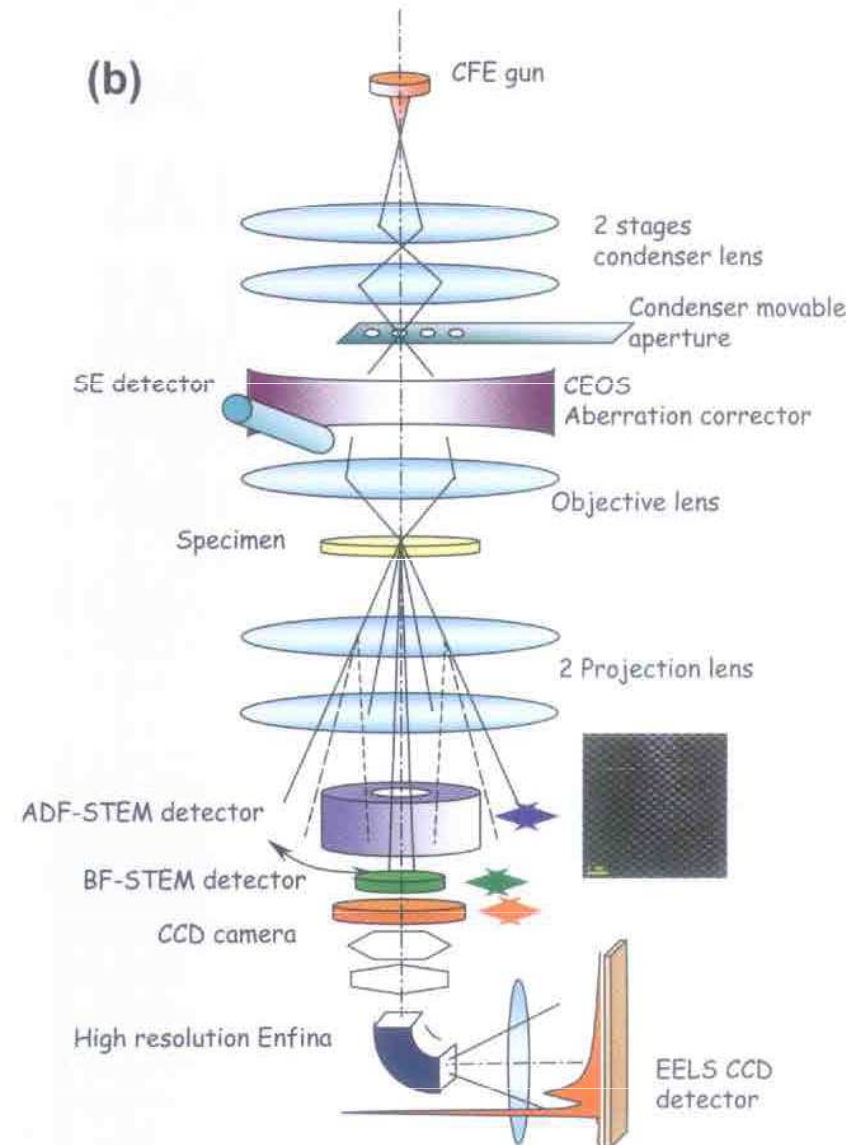
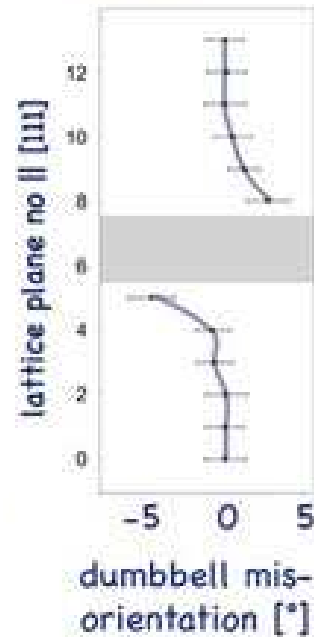
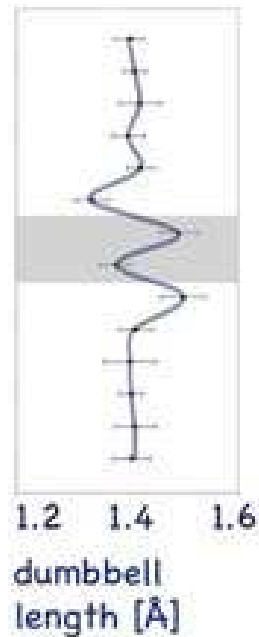
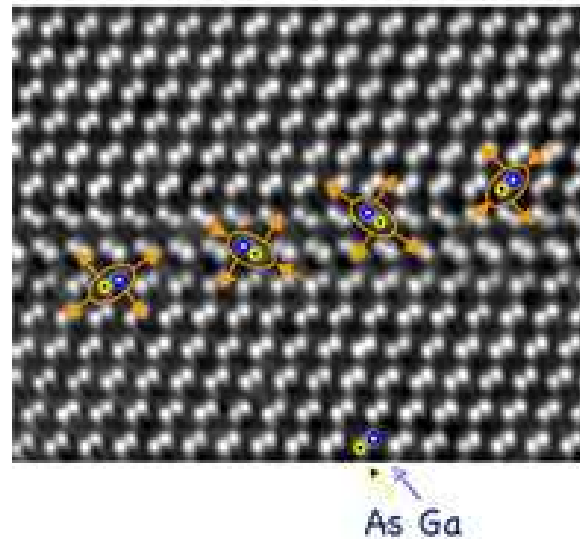


Fig.1(a) The Hitachi aberration corrected HD2700C STEM at BNL. (b) The schematics of the lens and detector assignment of the instrument.

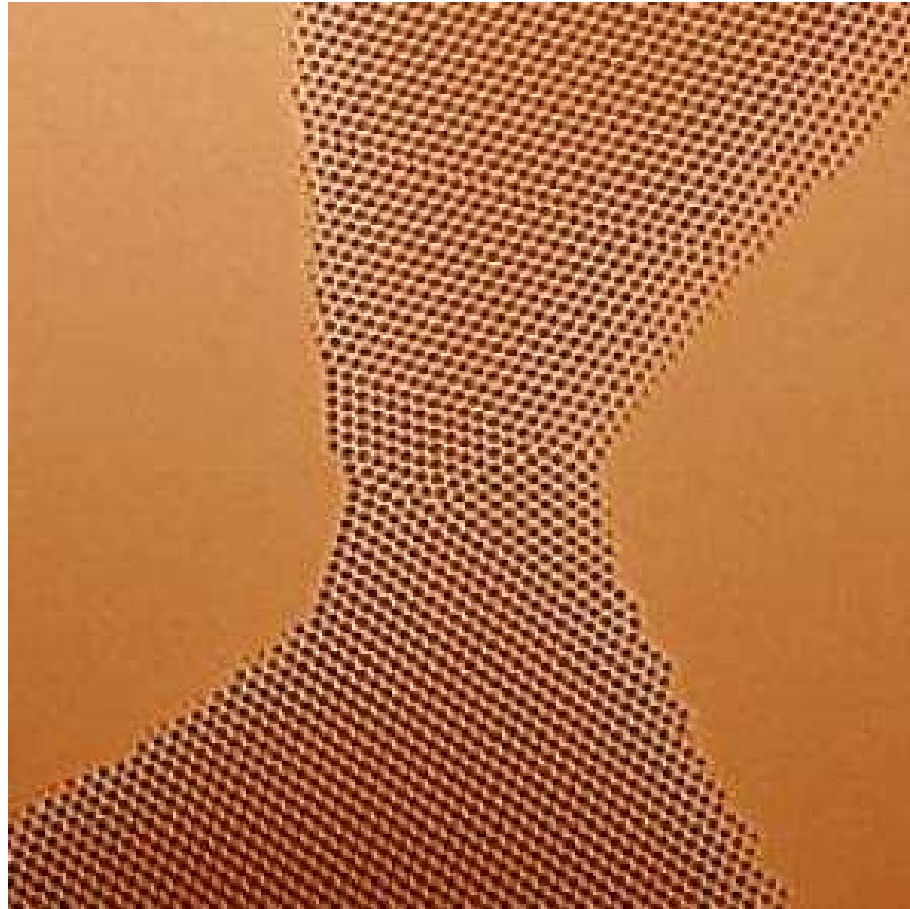
Vrstevná chyba v GaAs (ERC – Champion)

Ernst Ruska Center
(CEOS)



Zlatá folie (TEAM 0.5)

TEAM
Berkeley
(CEOS)

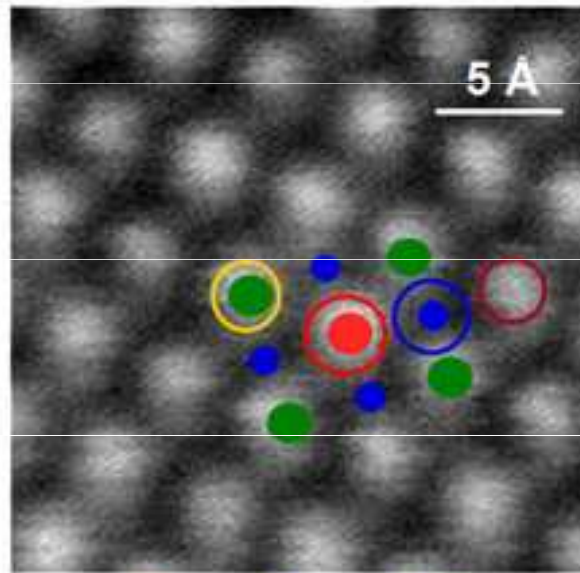


Prof. Křivánek je českého původu



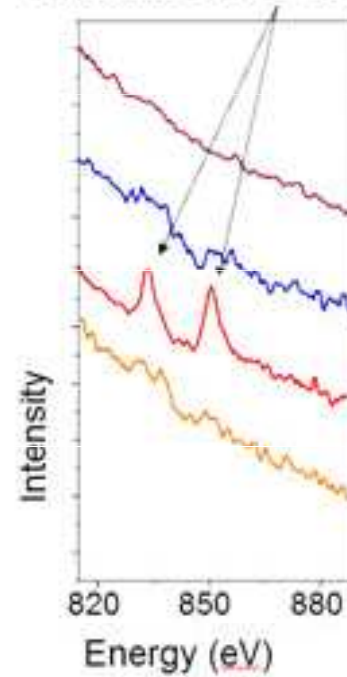
Guru: Ondřej Křivánek FRS

Identifikace jednotlivých atomů (Nion)



Ca O Ti

La M4/5 EELS signal

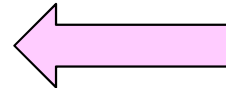


SuperSTEM Daresbury

11 January 2012

Launch Day of the EPSRC National Facility for
Aberration Corrected STEM

superSTEM1



*VG HB 501 with Mark II
Nion C_s corrector*

C₃ Nion QO corrector for
sub-1.0Å probes with 80pA
current

40-100kV cold FEG emitter
with 0.3eV energy spread

BF/MAADF/HAADF

detectors: 0-6/35-100/70-
210mrad collection angles

UHF Enfina spectrometer
with multipole coupling up
to 19mrad EELS collection

Ex-situ gas reaction cell

superSTEM2

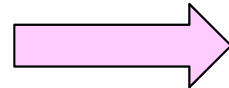


SuperSTEM Daresbury

11 January 2012

Launch Day of the EPSRC National Facility for
Aberration Corrected STEM

superSTEM1



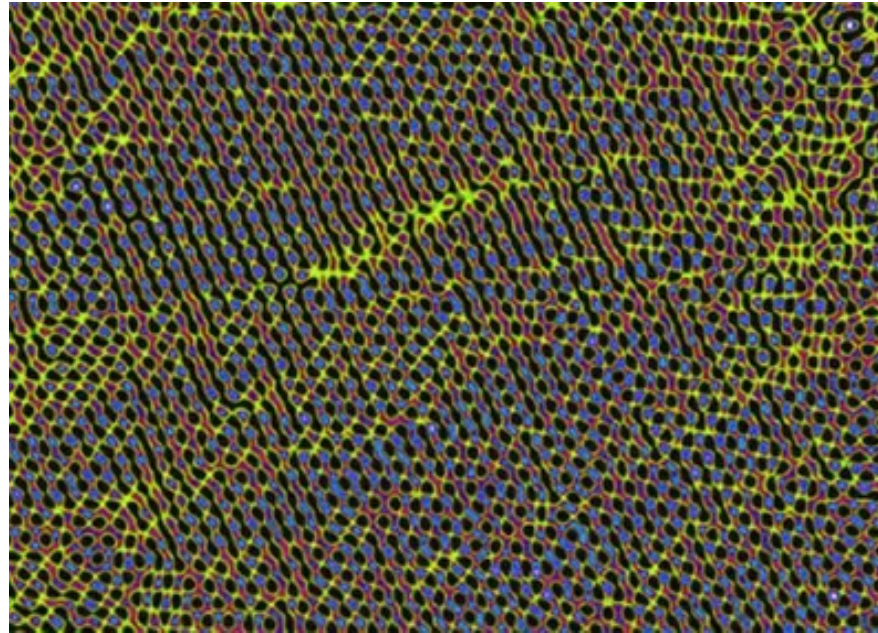
superSTEM2



Nion Ultrastem™ 100

C_5 Nion QO corrector, full
correction up to six-fold
astigmatism $C_{5,6}$
40-100kV cold FEG emitter
with 0.3eV energy spread
Flexible post-specimen
optics for EELS collection
Ultrastable x, y, z sample
stage with multi-holder in-
vacuum magazine
UHV Enfina EELS
spectrometer
Bruker SSD EDS detector
(0.13sr solid angle)

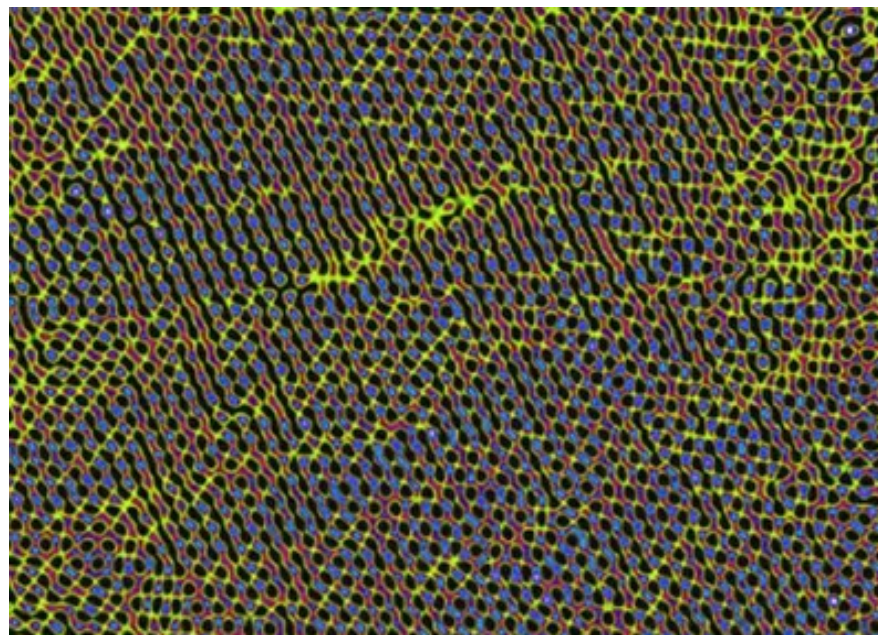
EPSRC
Daresbury
(Nion)



Ripples in suspended Graphene

HAADF image to show ripples in suspended graphene. Black 'beads' are the centres of 'benzene' rings. The bead-strings gave a separation of 0.21 nm, the colour coding is chosen so that the atoms on tops and in troughs of ripples appear yellow and in the flanks bluish. The ripple amplitude is ~0.5 nm and their 'wavelength' ~5 nm

EPSRC
Daresbury
(Nion)

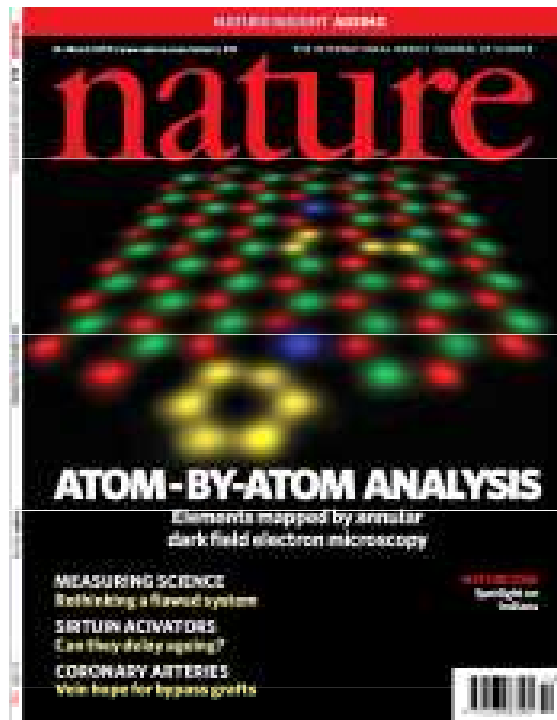


Zvlnění zavěšeného grafenu

HAADF zobrazení ukazující zvlnění zavěšeného grafenu. Černé 'korálky' jsou středy 'benzenových' prstenců. Spojnice korálek dávají vzdálenost 0.21 nm, barevné kódování je zvoleno tak, že atomy na vrcholech a v prohlubních vlnek se jeví jako žluté a na bocích namodralé. Amplituda vlnek je ~0.5 nm a jejich vlnová délka ~5 nm.

superSTEM 2 se dostal na obálku Nature

STEM ORNL
Oak Ridge
(Nion)



chemická analýza povrchu
atom po atomu

Originál obrázku

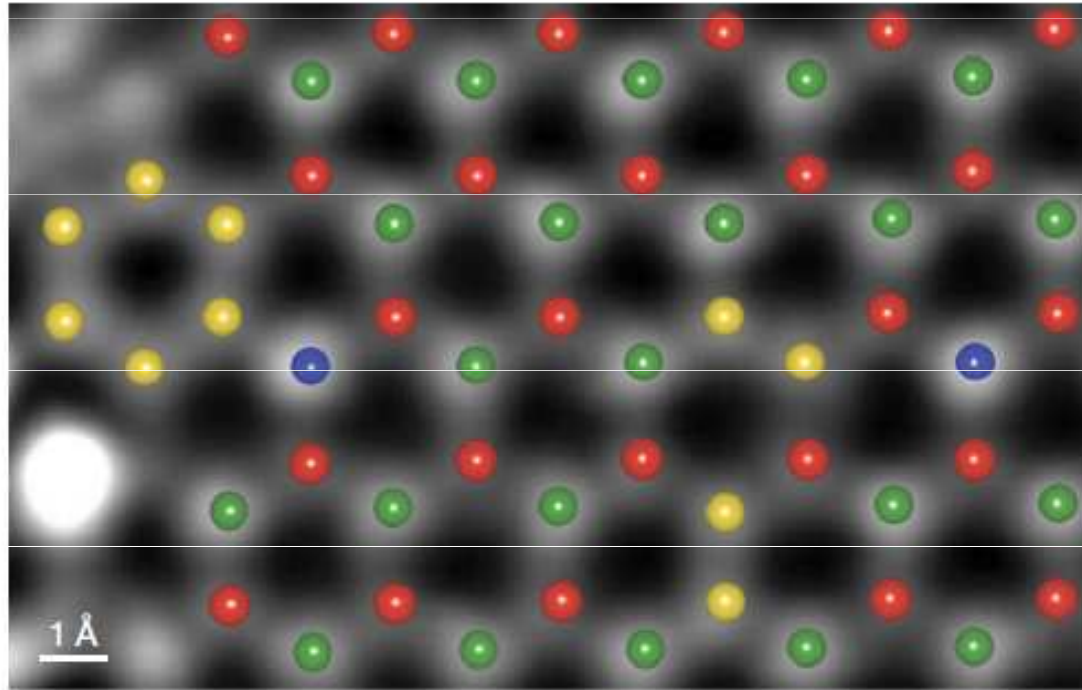


Figure 3 | The atomic structure determined by the histogram analysis. Part of a DFT simulation of a single BN layer containing the experimentally observed substitutional impurities overlaid on the corresponding part of the experimental image. Red, B; yellow, C; green, N; blue, O.

Brno a elektronový mikroskop

... tedy

Armin Delong a elektronový mikroskop

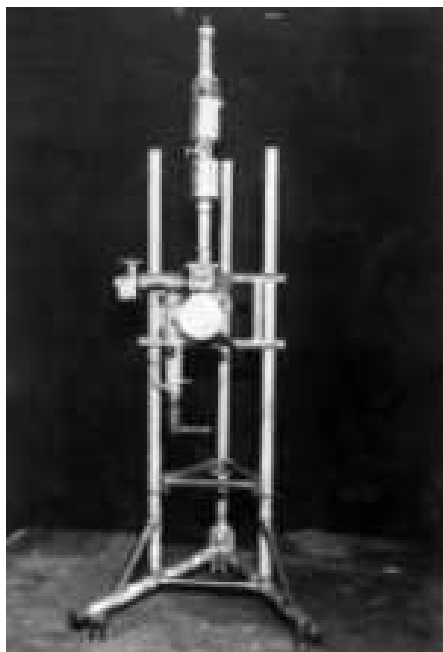


Prof. Armin Delong

hlavní spoluvůrce několika generací čs. elektronových mikroskopů

zakladatel a první mnohaletý ředitel Ústavu přístrojové techniky

laureát ceny Česká hlava 2006



"Trojnožka" (1950)



**Stolní elektronový mikroskop
Tesla BS242 (1954)**

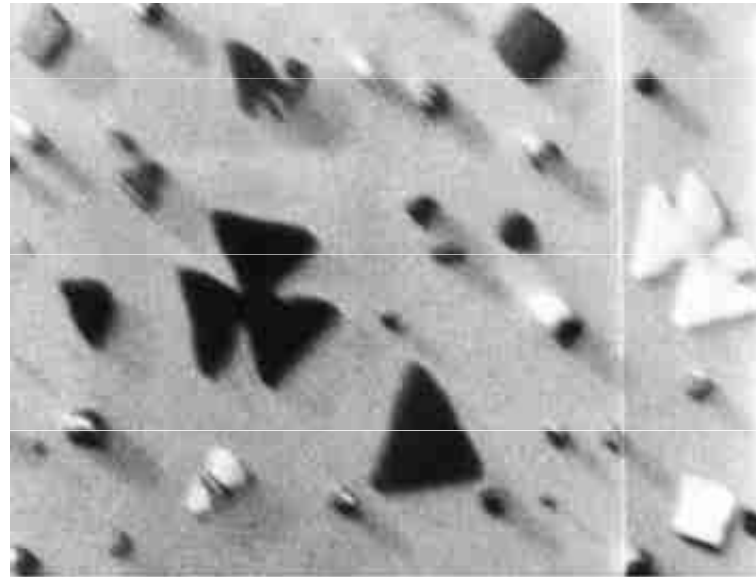
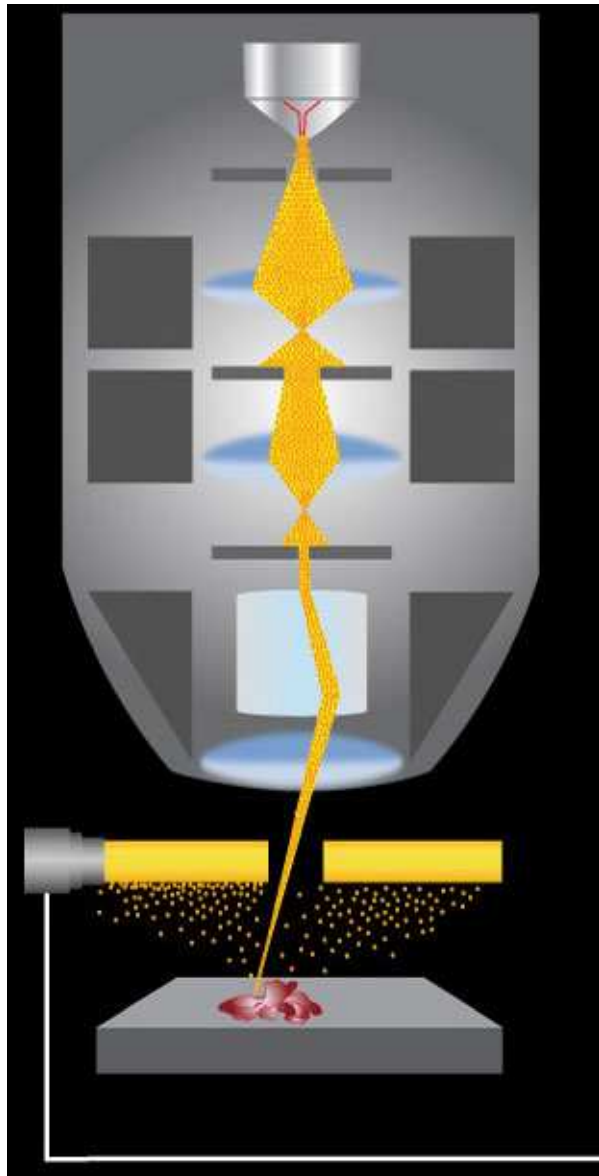


Elektronový litograf (1985)

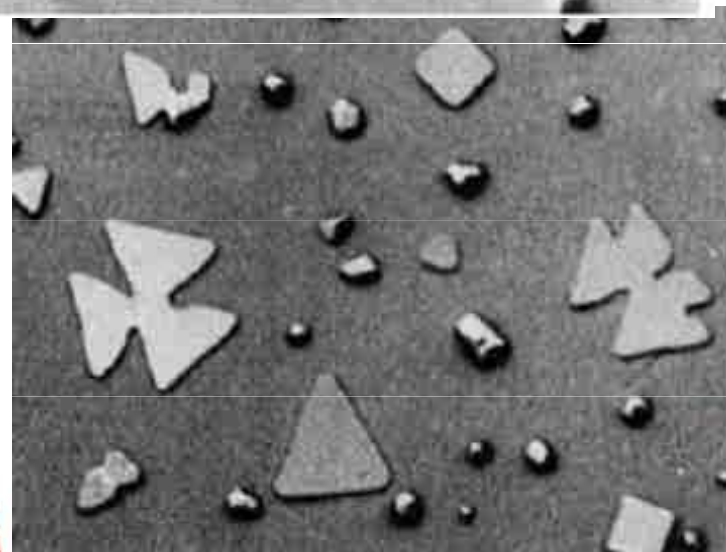


**První environmentální rastrovací elektronový
mikroskop v ČR pro pozorování vzorků v jejich
přirozeném stavu (1996)**

Scanovací elektronová mikroskopie s pomalými elektrony

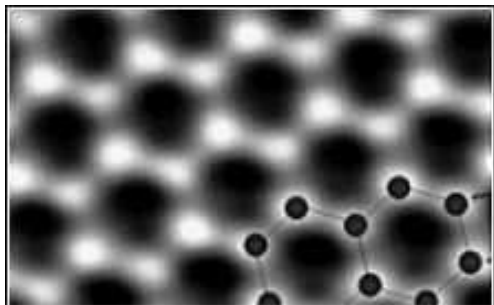


5500 eV



80 eV

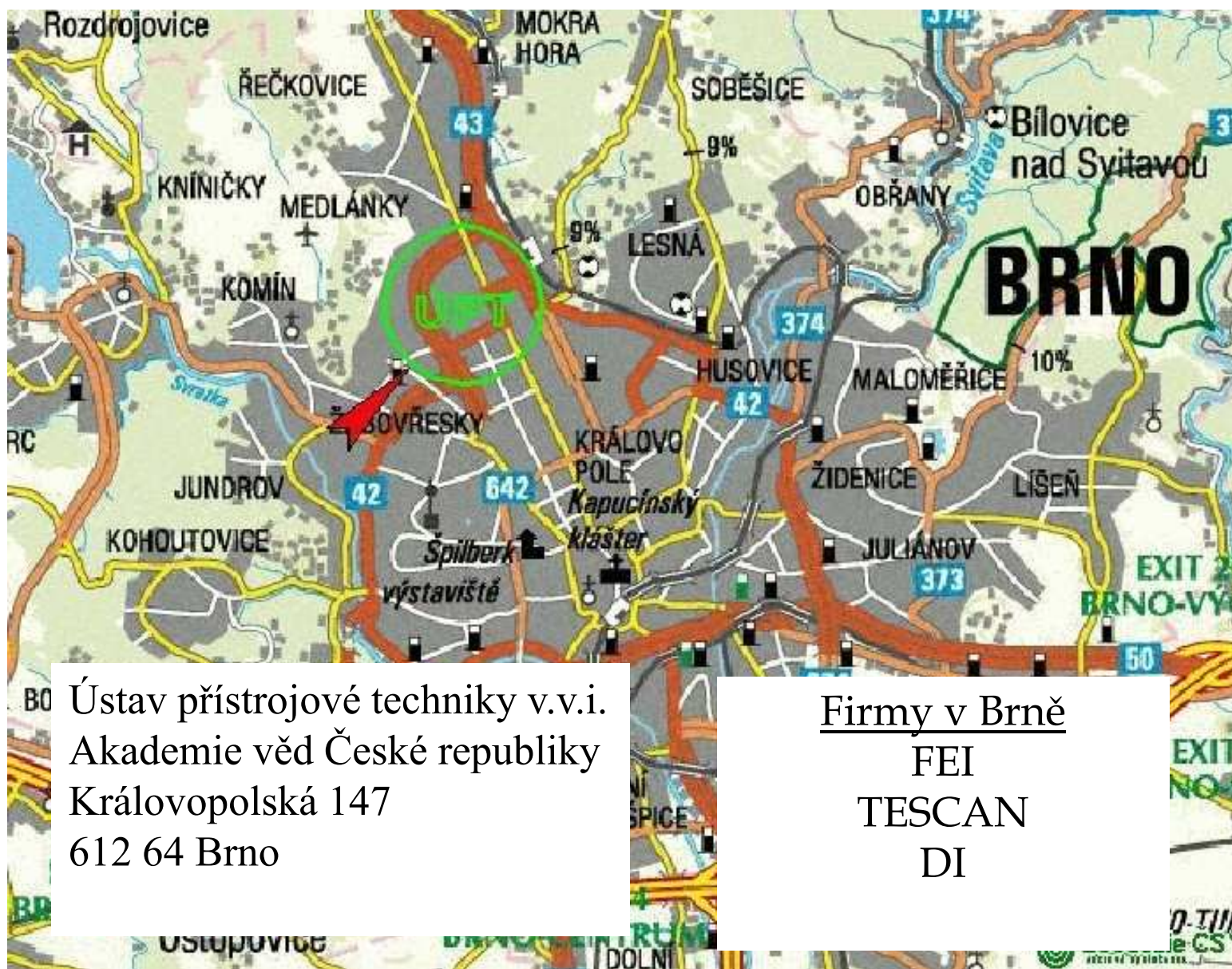
Scanovací elektronová mikroskopie s pomalými elektrony



grafen

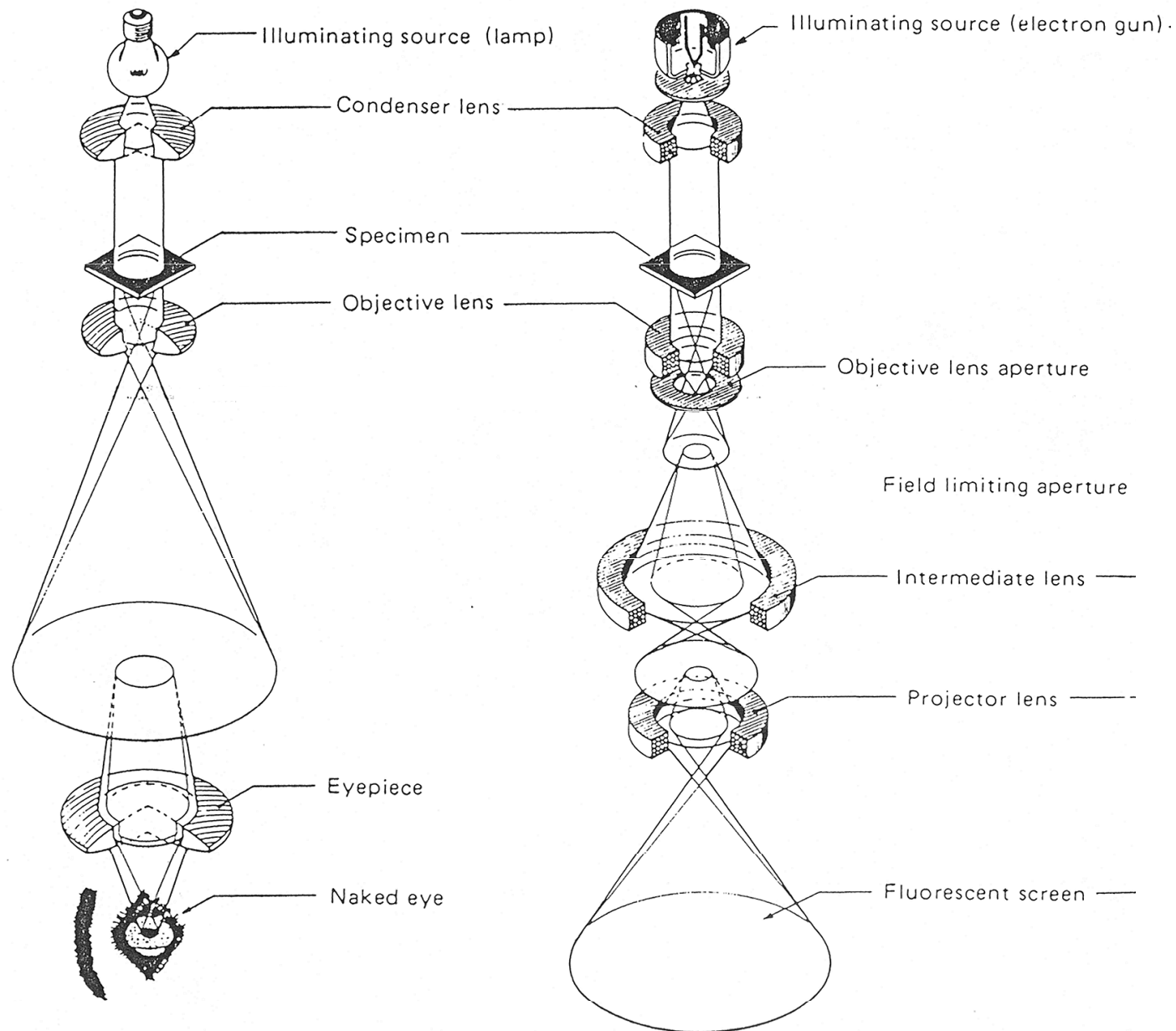
„Saša“ Novoselov
NP 2010





The end

Porovnání optického a elektronového mikroskopu



[Optical microscope image]

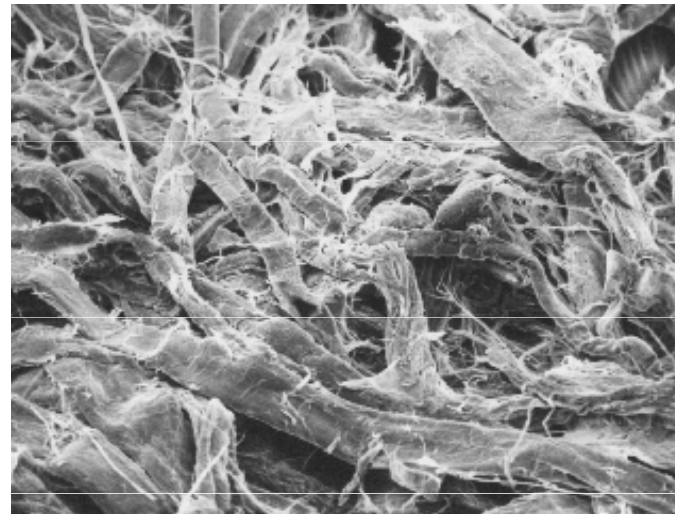
[Electron microscope image]



Obrázky ze SEM (neomezená hloubka ostrosti \times optika)



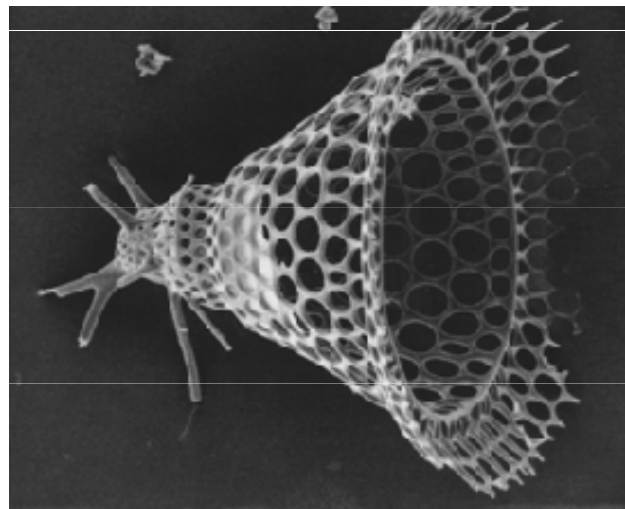
černá vdova (x 500)



toaletní papír (x 500)



inj. stříkačka (x 100)



radiolara (x 750)

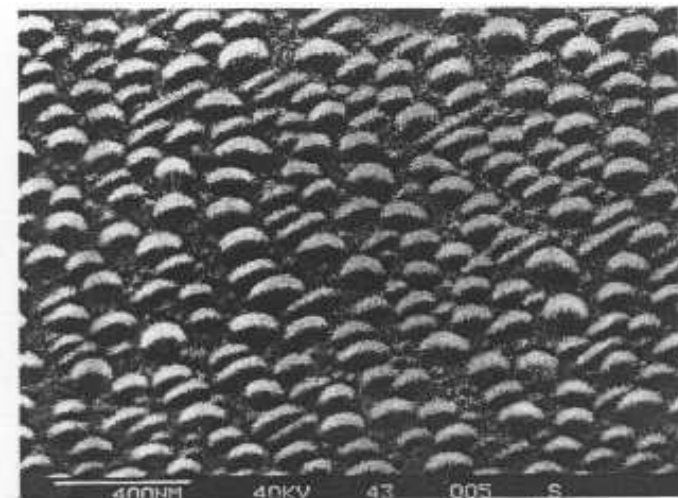


Fig. 3.28. Scanning electron micrograph of an Sn film (nominal coverage 38 monolayers) deposited on a cleaved GaAs surface [3.20]

kapičky Sn na povrchu GaAs