

**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2012- 2013**

**VII.**  
**Neutronová interferometrie II.**

**KOTLÁŘSKÁ 3. DUBNA 2013**

**F4110**  
**Kvantová fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2012- 2013**

**VII.**  
**Kvantová interferometrie**

**KOTLÁŘSKÁ 3. DUBNA 2013**

# Úvodem

- Druhá část přednášky o kvantové interferometrii
- Kromě samotné interferenční podmínky je důležitá otázka kontrastu, tedy viditelnosti „proužků“
- Výpočet intenzit a zavedení koherenčních funkcí pro smíšený stav
- Interference pomocí vlnových klubek
- Koherenční délka a jak obnovit fázovou koherenci jakoby již ztracenou

Znovu Schrödingerovy vlny

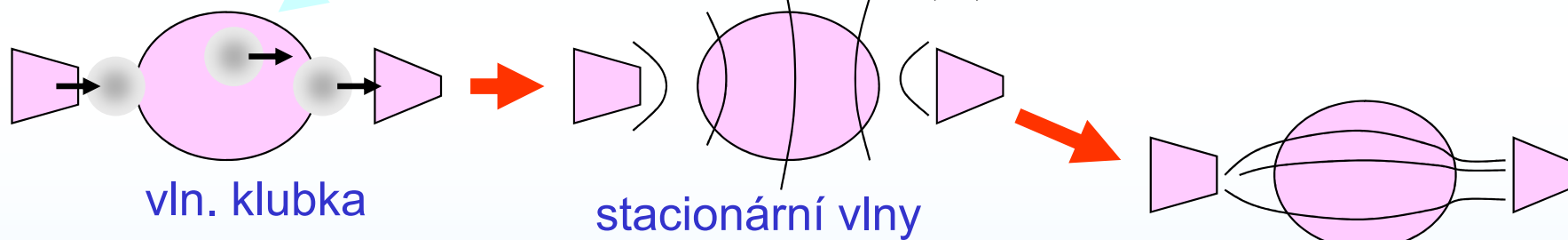
# B06 Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:  
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární řešení  $+\Delta \psi(\mathbf{r}) + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r})) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

velikost lokálního vlnového vektoru



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

klasické trajektorie

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \hbar \int ds \cdot k(\mathbf{r}(s))$$

INDEX LOMU

$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$



# B06 Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

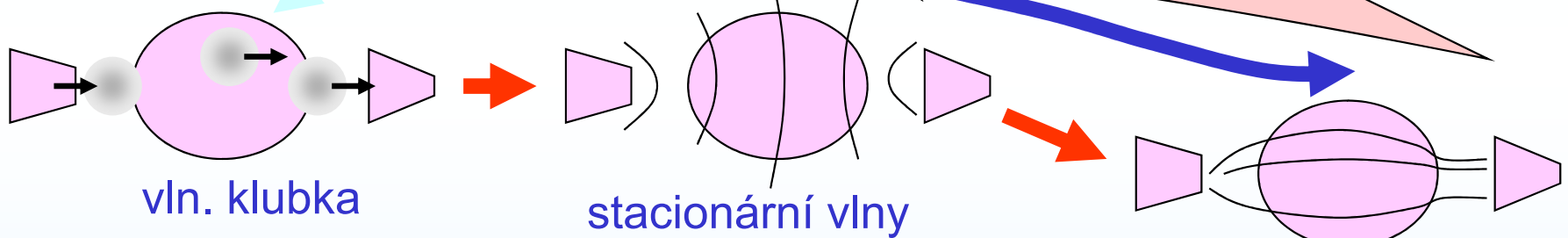
Částice ve vnějším poli:  
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární vlny:  $\Delta \psi(\mathbf{r}) + k^2(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

**SESTUPNÁ HIERARCHIE**

lokální vlnový vektor



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

klasické trajektorie

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

INDEX LOMU

$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$S(\mathbf{r}) = \hbar \int ds \cdot k(\mathbf{r}(s))$$

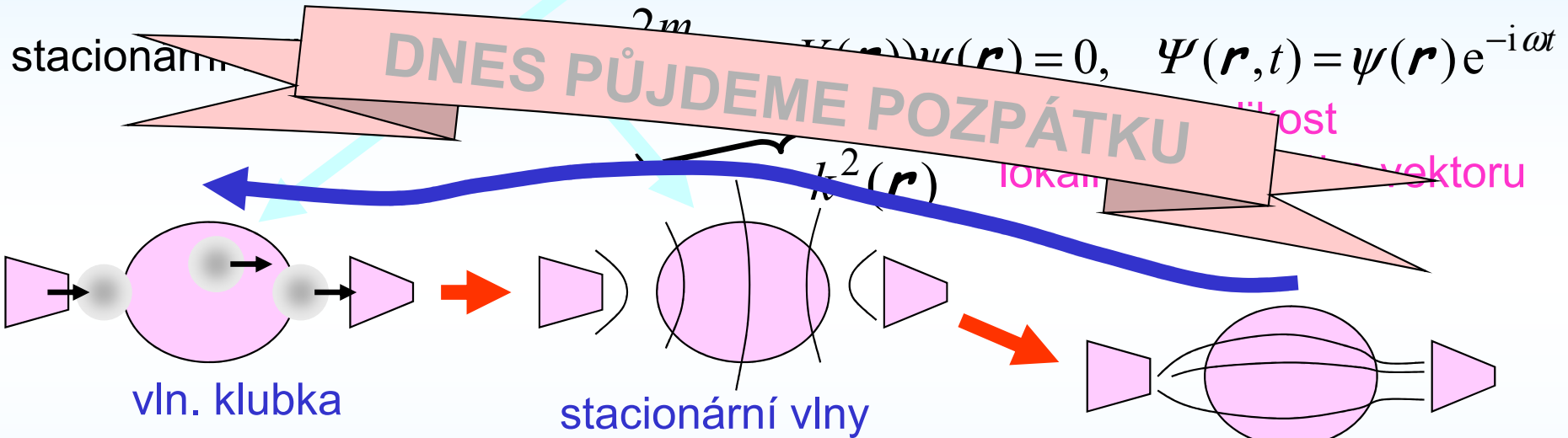
$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$



# B06 Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

Částice ve vnějším poli:  
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

INDEX LOMU

$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$\psi(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r}) \cdot \exp(i/\hbar \cdot S)$$

$$S(\mathbf{r}) = \hbar \int ds \cdot k(\mathbf{r}(s))$$

$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$



# B06 Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

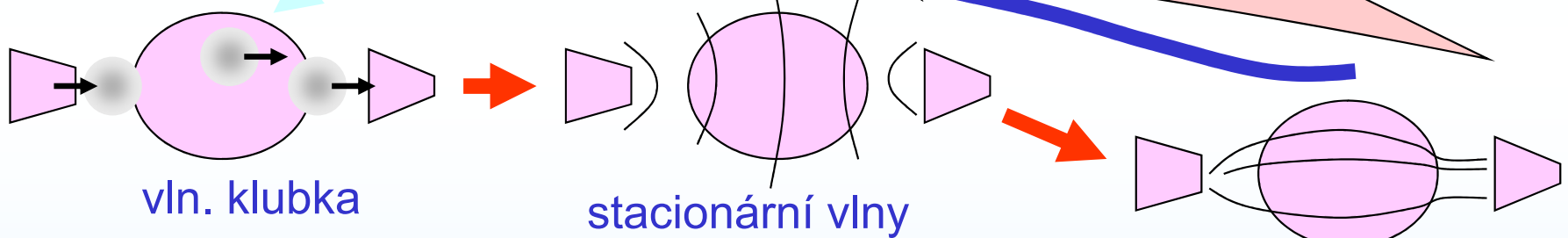
Částice ve vnějším poli:  
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární vlny:  $\Delta \psi(\mathbf{r}) + k^2(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = 0$ ,  $\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$

**DNES PŮJDEME POZPÁTKU**

lokální vlnový vektor



vlastně Fresnelova aproximace fys. optiky

0. Rozdíly fází jako podmínka interference  $\hbar \cdot S$

$S(\mathbf{r}) = \int \mathbf{k}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}$

INDEX LOMU

$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$





# B06 Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

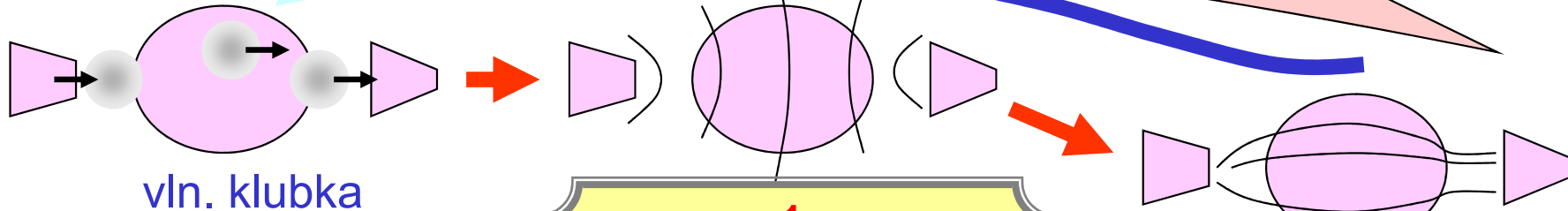
Částice ve vnějším poli:  
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární

**DNES PŮJDEME POZPÁTKU**

$$\Delta \psi(\mathbf{r}) + k^2(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$



**1.**  
Amplitudy: kontrast  
**2.**  
Vliv částečné koherence

**0.**  
Rozdíly fází jako podmínka interference

INDEX LOMU

$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$



# B06 Schrödingerovy vlny – kvasiklasická aproximace

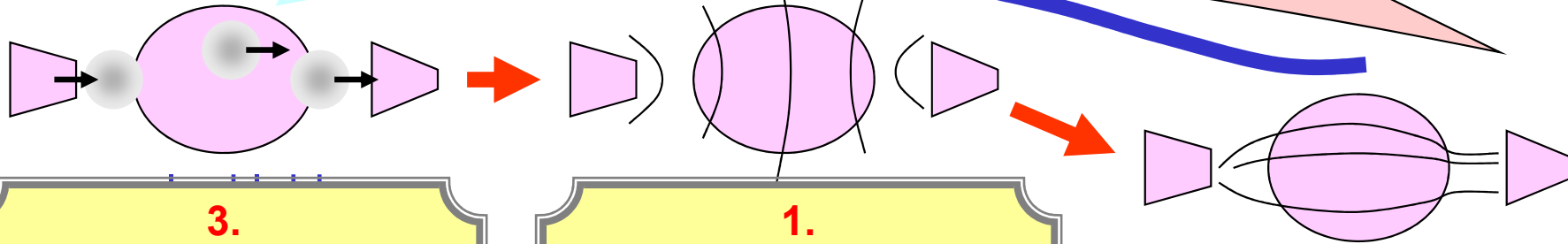
Částice ve vnějším poli:  
Schrödingerova rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi(\mathbf{r}, t) + V(\mathbf{r}) \Psi(\mathbf{r}, t) \quad \Psi(\mathbf{r}, t_0)$$

stacionární

DNES PŮJDEME POZPÁTKU

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$$



**3.**  
Dynamická interference jako superposice letících vlnových klubek

**1.**  
Amplitudy: kontrast  
**2.**  
Vliv částečné koherence

**0.**  
Rozdíly fází jako podmínka interference

INDEX LOMU

$$k(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} (E - V(\mathbf{r}))} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} \sqrt{1 - \frac{V(\mathbf{r})}{E}}$$

$$k_0 \cdot n(\mathbf{r})$$

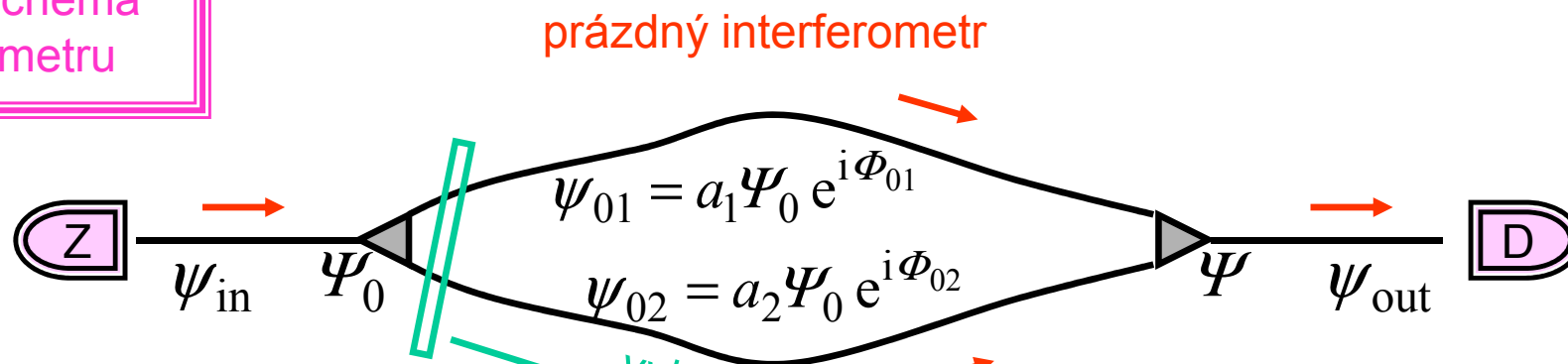


I. krok

Průchod stacionární vlny interferometrem

# Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

Obecné schema interferometru



$a_1 \geq 0, a_2 \geq 0$  ostatní je ve fázi

$a_1^2 + a_2^2 = 1$  zachování toku

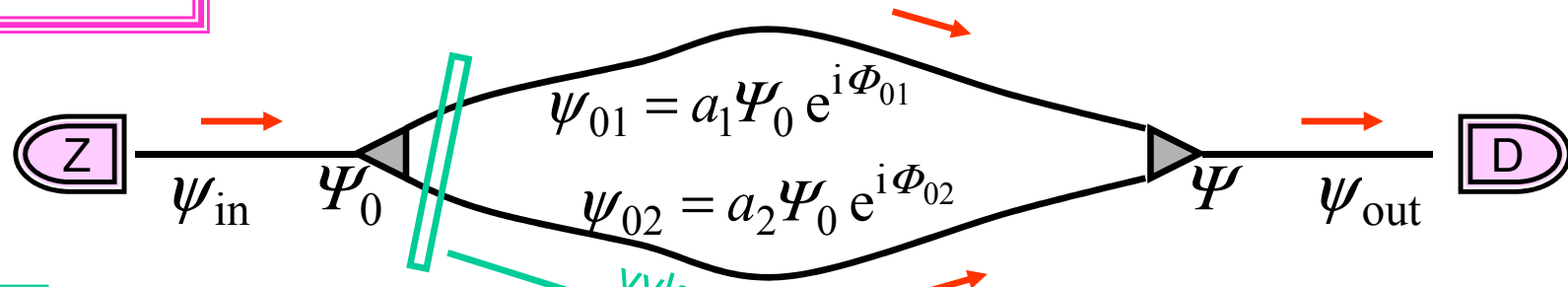
$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 e^{i\Phi_{01}}$$

$$\Phi_{01} = \Phi_{02}$$

# Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

Obecné schema interferometru

prázdný interferometr



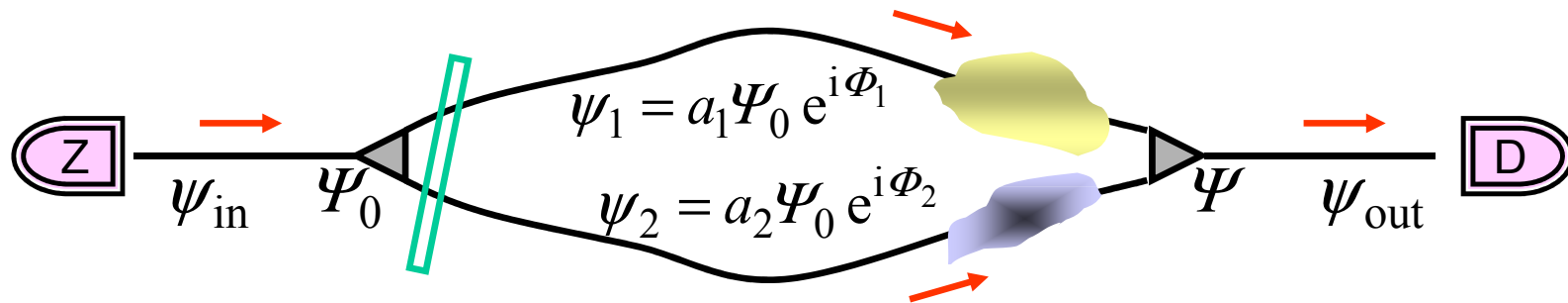
$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0 \quad \text{ostatní je ve fázi}$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1 \quad \text{zachování toku}$$

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 e^{i\Phi_{01}}$$

$$\Phi_{01} = \Phi_{02}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem



$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = (a_1 e^{i\Phi_1} + a_2 e^{i\Phi_2})\Psi_0 = \Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$e^{i(\Phi_1 + \Phi_2)/2} \Psi_0 (a_1 e^{+i(\Phi_1 - \Phi_2)/2} + a_2 e^{-i(\Phi_1 - \Phi_2)/2})$$

# Intensita na výstupu interferometru $I$ : stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \quad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 e^{i\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2)$$

# Intensita na výstupu interferometru $I$ : stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \quad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 e^{i\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2)$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = e^{i(\Phi_1 + \Phi_2)/2} \Psi_0 (a_1 e^{+i\Delta\Phi/2} + a_2 e^{-i\Delta\Phi/2})$$

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2 \cdot \cos \Delta\Phi)$$

$$-1 \leq \cos \Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

$$I_0(1 - 2a_1a_2) \quad I_0(1 + 2a_1a_2)$$

# Intensita na výstupu interferometru $I$ : stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \quad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 e^{i\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2) = I_{\max}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = e^{i(\Phi_1 + \Phi_2)/2} \Psi_0 (a_1 e^{+i\Delta\Phi/2} + a_2 e^{-i\Delta\Phi/2})$$

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2 \cdot \cos \Delta\Phi)$$

$$-1 \leq \cos \Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

$$I_0(1 - 2a_1a_2) \quad I_0(1 + 2a_1a_2)$$



# Intensita na výstupu interferometru $I$ : stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \quad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 e^{i\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2) = I_{\max}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = e^{i(\Phi_1 + \Phi_2)/2} \Psi_0 (a_1 e^{+i\Delta\Phi/2} + a_2 e^{-i\Delta\Phi/2})$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2 \cdot \cos \Delta\Phi)$$

$$-1 \leq \cos \Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

$$I_0(1 - 2a_1a_2) \quad I_0(1 + 2a_1a_2)$$

kontrast *visibility*

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_0(1 + 2a_1a_2) - I_0(1 - 2a_1a_2)}{I_0(1 + 2a_1a_2) + I_0(1 - 2a_1a_2)}$$

# Intensita na výstupu interferometru $I$ : stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \quad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 e^{i\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2) = I_{\max}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = e^{i(\Phi_1 + \Phi_2)/2} \Psi_0 (a_1 e^{+i\Delta\Phi/2} + a_2 e^{-i\Delta\Phi/2})$$

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2 \cdot \cos \Delta\Phi)$$

$$-1 \leq \cos \Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

$$I_0(1 - 2a_1a_2) \quad I_0(1 + 2a_1a_2)$$

kontrast *visibility*

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_0(1 + 2a_1a_2) - I_0(1 - 2a_1a_2)}{I_0(1 + 2a_1a_2) + I_0(1 - 2a_1a_2)}$$

$$V = 2a_1a_2$$

# Intensita na výstupu interferometru $I$ : stacionární monochromatická vlna

INTENSITY

$$I = |\Psi|^2 \quad I_0 = |\Psi_0|^2$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

prázdný interferometr

$$\Psi = \psi_{01} + \psi_{02} = (a_1 + a_2)\Psi_0 e^{i\Phi_{01}}, \quad \Phi_{01} = \Phi_{02}$$

$$I = |\psi_{01} + \psi_{02}|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2) = I_{\max}$$

interferometr se vzorkem nebo vnějším polem

$$\Phi_1 - \Phi_2 \equiv \Delta\Phi$$

$$\Psi = \psi_1 + \psi_2 = e^{i(\Phi_1 + \Phi_2)/2} \Psi_0 (a_1 e^{+i\Delta\Phi/2} + a_2 e^{-i\Delta\Phi/2})$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + 2a_1a_2 \cdot \cos \Delta\Phi)$$

$$-1 \leq \cos \Delta\Phi \leq 1$$

$$I_{\min} \leq I \leq I_{\max}$$

$$I_0(1 - 2a_1a_2) \quad I_0(1 + 2a_1a_2)$$

kontrast *visibility*

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_0(1 + 2a_1a_2) - I_0(1 - 2a_1a_2)}{I_0(1 + 2a_1a_2) + I_0(1 - 2a_1a_2)}$$

$$V = 2a_1a_2$$

$$I = |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_0(1 + V \cdot \cos \Delta\Phi)$$

DNES ZÁKLADNÍ FORMULE

# Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

kontrast *visibility* a výběr cesty *which way* *welcher Weg*

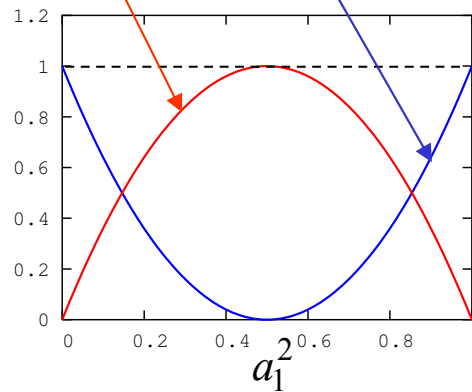
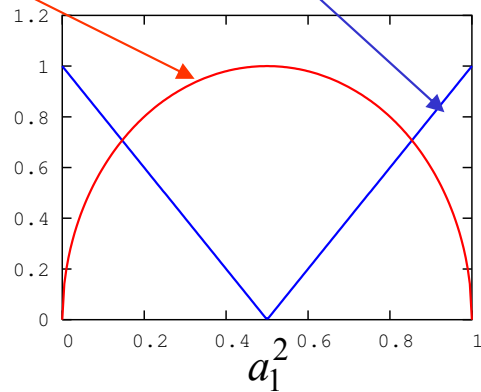
$$V = 2a_1a_2$$

$$W = |a_1^2 - a_2^2|$$

$$V^2 + W^2 = 1$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$



Kontrast je největší pro symetrické rozdělení svazků, když volba cesty jedním anebo druhým ramenem je neurčitá

# Intensita na výstupu interferometru I: stacionární monochromatická vlna

kontrast *visibility* a výběr cesty *which way* *welcher Weg*

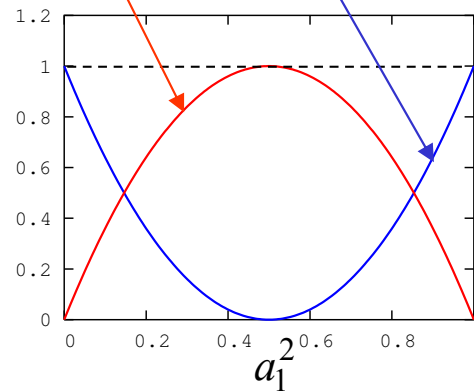
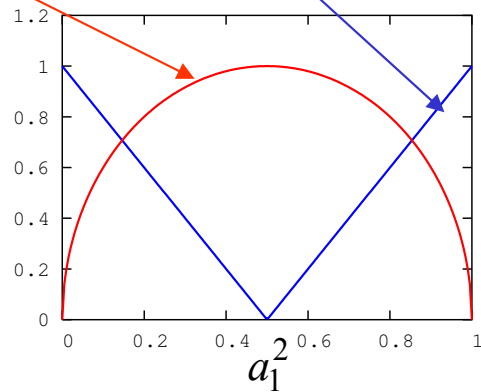
$$V = 2a_1a_2$$

$$W = |a_1^2 - a_2^2|$$

$$V^2 + W^2 = 1$$

$$a_1 \geq 0, \quad a_2 \geq 0$$

$$a_1^2 + a_2^2 = 1$$

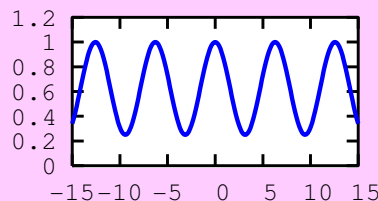


Kontrast je největší pro symetrické rozdělení svazků, když volba cesty jedním anebo druhým ramenem je neurčitá

$$\frac{I}{I_{\max}} = \frac{1 + 2a_1a_2 \cdot \cos \Delta\Phi}{1 + 2a_1a_2}$$

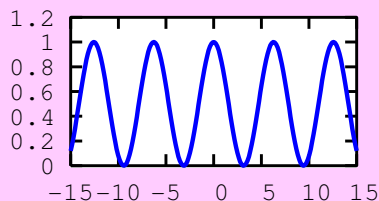
$$a_1^2 = 0.9, a_2^2 = 0.1$$

$$V = 0.6, W = 0.8$$



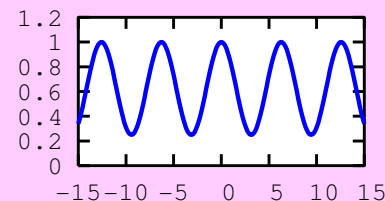
$$a_1^2 = 0.5, a_2^2 = 0.5$$

$$V = 1.0, W = 0.0$$



$$a_1^2 = 0.1, a_2^2 = 0.9$$

$$V = 0.6, W = 0.8$$



Vložka:  
výpočet  $\Delta\Phi$  pro optický potenciál

## B06 Optický potenciál neutronů v PL

celková potenciální energie ve vzorku  $\rightarrow$  efektivní konstantní pot. energie

$$V(\mathbf{r}) = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \sum b_i \cdot \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \rightarrow V_{\text{OPT}} = \frac{2\pi\hbar^2}{m} \cdot \bar{b} \cdot N$$

Dlouhovlnné neutrony vnímají prostorovou střední hodnotu potenciální energie

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

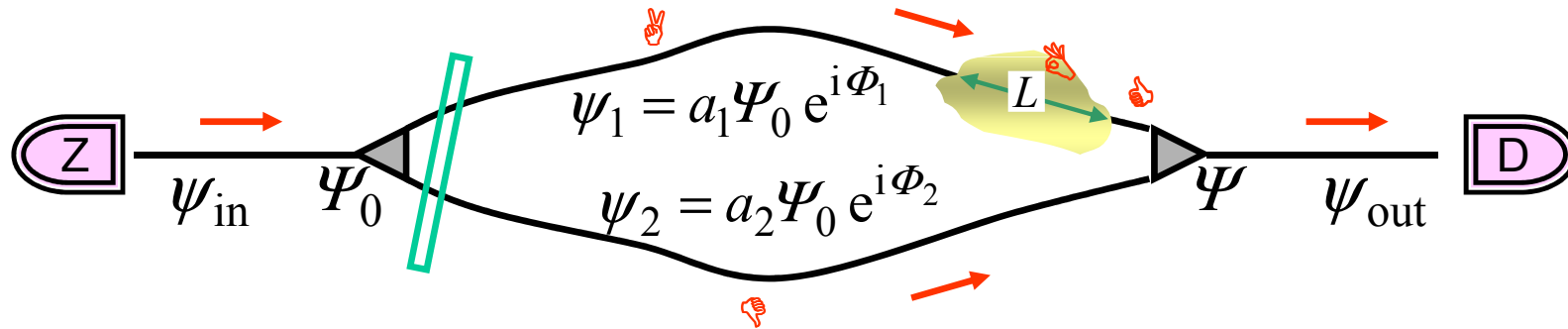
# Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$





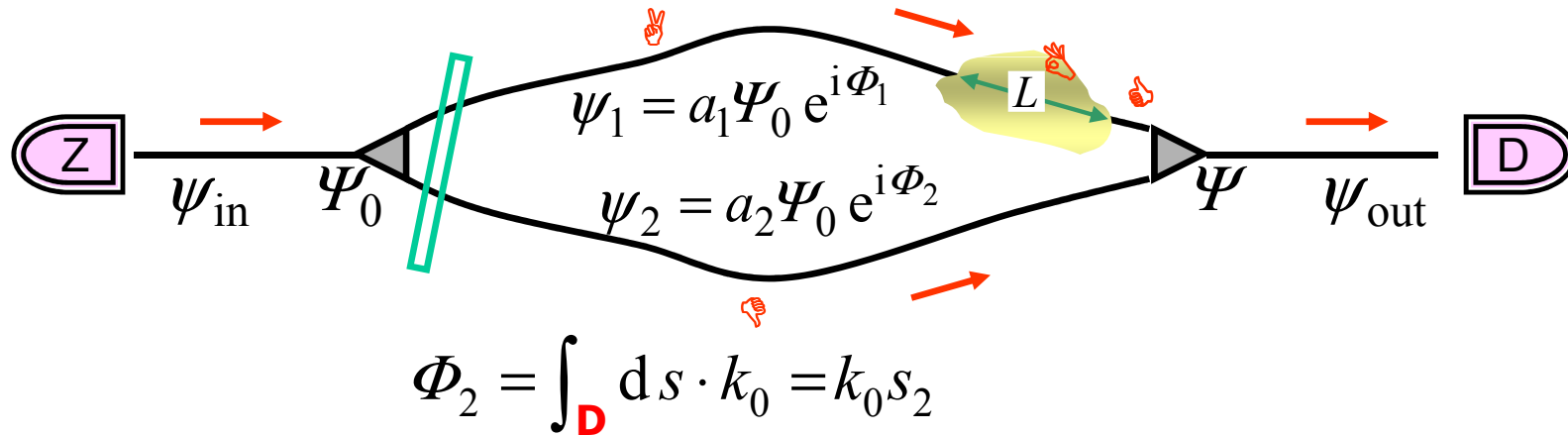
# Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



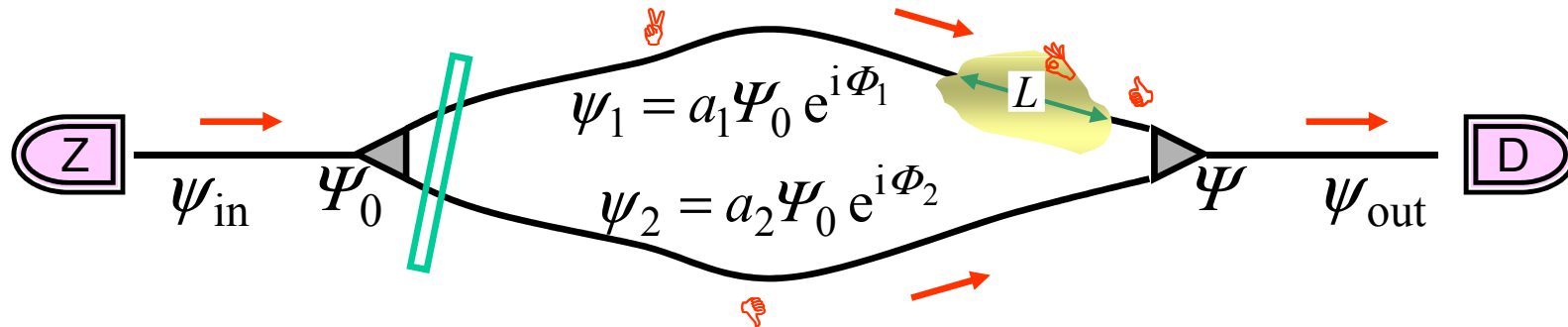
# Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v $\mathcal{PL}$

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



$$\Phi_2 = \int_{\mathbf{D}} ds \cdot k_0 = k_0 s_2$$

$$\Phi_1 = \int_{\mathbf{A}} ds \cdot k_0 + \int_{\mathbf{B}} ds \cdot k_0 \cdot n + \int_{\mathbf{C}} ds \cdot k_0$$

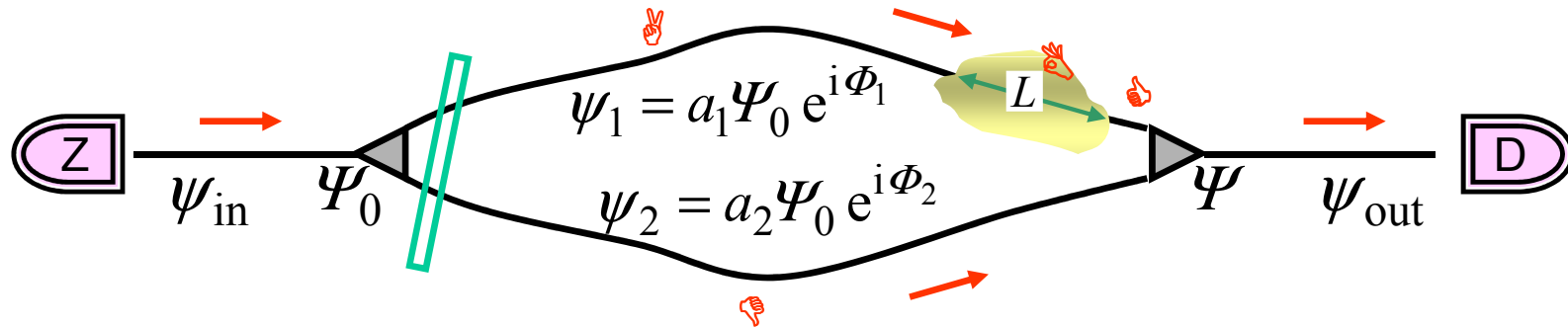
# Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v $\mathcal{PL}$

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



$$\Phi_2 = \int_{\mathbf{D}} ds \cdot k_0 = k_0 s_2$$

$$\Phi_1 = \int_{\mathbf{A}} ds \cdot k_0 + \int_{\mathbf{B}} ds \cdot k_0 \cdot n + \int_{\mathbf{C}} ds \cdot k_0$$

$$= k_0 s_1 - k_0 \cdot \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi \cdot L = k_0 s_1 - \lambda_0 \cdot \bar{b} \cdot L \cdot N$$

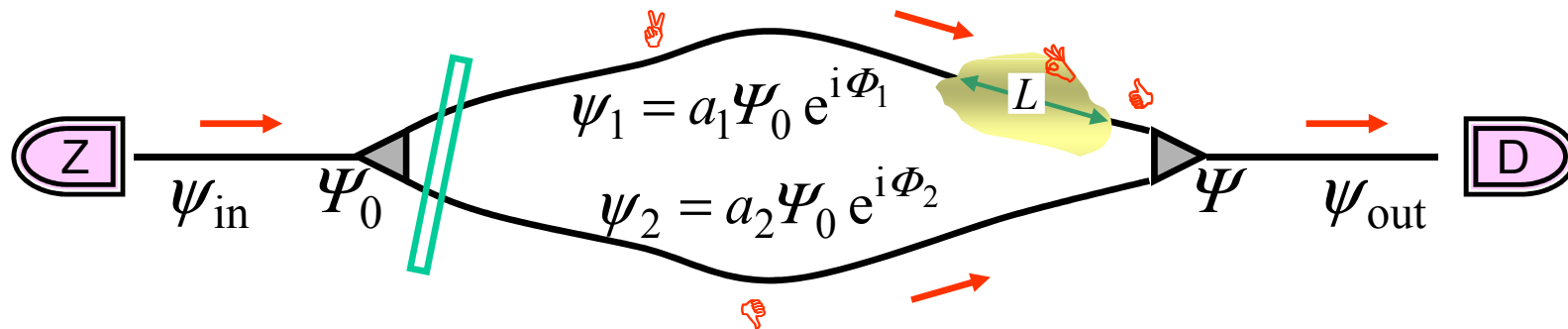
# Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



$$\Phi_2 = \int_{\mathbf{D}} ds \cdot k_0 = k_0 s_2$$

$$\Phi_1 = \int_{\mathbf{A}} ds \cdot k_0 + \int_{\mathbf{B}} ds \cdot k_0 \cdot n + \int_{\mathbf{C}} ds \cdot k_0$$

$$= k_0 s_1 - k_0 \cdot \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi \cdot L = k_0 s_1 - \lambda_0 \cdot \bar{b} \cdot L \cdot N$$

$$\Delta\Phi = k_0 (s_1 - s_2) - \lambda_0 \bar{b} L N$$

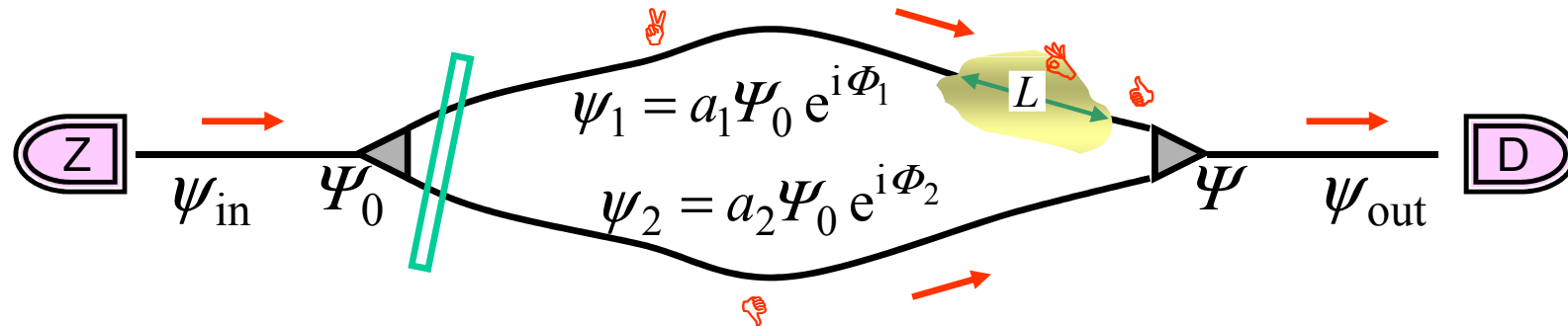
# Výpočet fáze pro optický potenciál neutronů v PL

index lomu

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - V_{\text{OPT}}(\mathbf{r}) / 2E$$

$$n(\mathbf{r}) \approx 1 - \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi$$

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k_0^2 = \frac{h^2}{2m} \cdot \frac{1}{\lambda_0^2}$$



$$\Phi_2 = \int_{\mathbf{D}} ds \cdot k_0 = k_0 s_2$$

$$\Phi_1 = \int_{\mathbf{A}} ds \cdot k_0 + \int_{\mathbf{B}} ds \cdot k_0 \cdot n + \int_{\mathbf{C}} ds \cdot k_0$$

$$= k_0 s_1 - k_0 \cdot \lambda_0^2 \times \bar{b} \cdot N / 2\pi \cdot L = k_0 s_1 - \lambda_0 \cdot \bar{b} \cdot L \cdot N$$

$$\Delta\Phi = k_0 (s_1 - s_2) - \lambda_0 \bar{b} L N$$

Numerický příklad pro AI

$$\Delta\Phi = .23 \times 10^{-9} \cdot 3.5 \times 10^{-15} \cdot 1 \times 10^{-3} \cdot 60.3 \times 10^{27}$$

$$= 48.5 = 15.5 \pi$$

$L = 1 \text{ mm}$  volíme

II. krok

Interference reálného svazku:  
Čisté a smíšené stavy v kvantové fyzice

## *Intensita na výstupu interferometru II: stacionární čistý stav*

Dopadající svazek **je** monochromatická vlna.

Koherentní vlna o jediné ostré energii: **Čistý stav ideální případ**

$$I = I_0 \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k))$$



## *Intensita na výstupu interferometru II: stacionární čistý stav*

Dopadající svazek **je** monochromatická vlna.

Koherentní vlna o jediné ostré energii: **Čistý stav ideální případ**

$$I = I_0 \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k))$$

DOSUD JSME STUDOVALI POUZE TENTO PŘÍPAD





## *Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav*

Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**



## *Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav*

Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

Intensity od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

*Záleží na tom, jak rozdíl fází závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*



## *Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav*

Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

**Intensity** od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

*Záleží na tom, jak rozdíl fází  $\Delta\Phi$  závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)), \quad \int dk w(k) = 1 \quad \text{vážený průměr}$$



# Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

**Intensity** od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází  $\Delta\Phi$  závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)), \quad \int dk w(k) = 1$$

## EXPERIMENTÁLNÍ POHLED

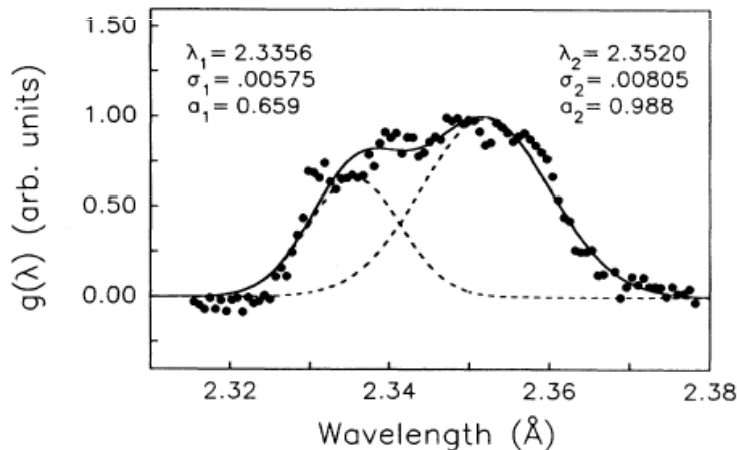


FIG. 3. Measured wavelength spectrum  $g(\lambda)$  for the phase-echo experiment, and the double-Gaussian fit to it.

## REÁLNÝ PŘÍKLAD

Dvojitý gaussovský profil

$$w(k) = 2\pi g(2\pi/k) \cdot k^{-2}$$

$$\frac{\delta k}{k} = \frac{\delta \lambda}{\lambda} \approx \frac{0.02}{2.34} \approx 0.01$$

## Intensita na výstupu interferometru II: stacionární smíšený stav

Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

**Intensity** od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

Záleží na tom, jak rozdíl fází  $\Delta\Phi$  závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)), \quad \int dk w(k) = 1$$

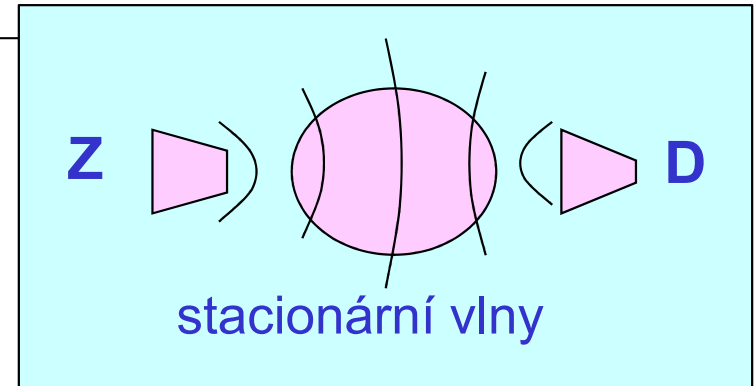
### POHLED ZÁKLADNÍ: STAVY KVANTOVÉ TEORIE

stav	čistý	smíšený
struktura	$ \ell\rangle$	$\{ \ell\rangle; w_\ell\}, \quad \sum w_\ell = 1$
střední hodnoty	$\langle A \rangle = \langle \ell   A   \ell \rangle$	$\langle A \rangle = \sum w_\ell \langle \ell   A   \ell \rangle$



# Intensita na výstupu interferometru II: porovnání čistých a smíšených stavů

## STRUKTURA DOPADAJÍCÍHO SVAZKU



## POHLED ZÁKLADNÍ: STAVY KVANTOVÉ TEORIE

stav	čistý	smíšený
struktura	$ \ell\rangle$	$\{ \ell\rangle; w_\ell\}, \quad \sum w_\ell = 1$
střední hodnoty	$\langle A \rangle = \langle \ell   A   \ell \rangle$	$\langle A \rangle = \sum w_\ell \langle \ell   A   \ell \rangle$

# Intensita na výstupu interferometru II: porovnání čistých a smíšených stavů

## STRUKTURA DOPADAJÍCÍHO SVAZKU

### Limitní případ:

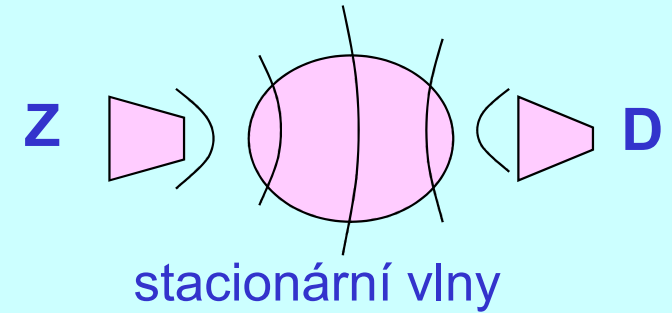
$$w_l = \delta_{l\tilde{l}}$$

Příprava stavu  
s dokonalou filtrací

### Obecný případ:

$$\sum_l w_l = 1$$

Příprava stavu  
s nedokonalou filtrací



stav	čistý	smíšený
struktura	$ \ell\rangle$	$\{ \ell\rangle; w_\ell\}, \quad \sum w_\ell = 1$
střední hodnoty	$\langle A \rangle = \langle \ell   A   \ell \rangle$	$\langle A \rangle = \sum w_\ell \langle \ell   A   \ell \rangle$

# Intensita na výstupu interferometru II: porovnání čistých a smíšených stavů

## STRUKTURA DOPADAJÍCÍHO SVAZKU

### Limitní případ:

$$w_l = \delta_{l\tilde{l}}$$

Příprava stavu  
s dokonalou filtrací

**Jediné středování:**  
kvantově mechanické

**plná kvantová  
koherence**

### Obecný případ:

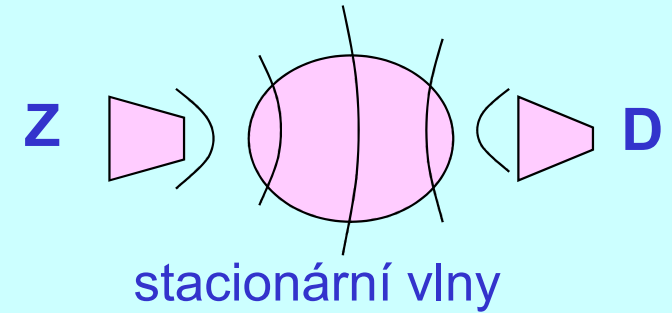
$$\sum_l w_l = 1$$

Příprava stavu  
s nedokonalou filtrací

### Dvojí středování:

**vnitřní** kvantově  
mechanické  
**vnější** vážený průměr  
po směsi stavů

**oslabuje koherenci**



stav	čistý	smíšený
struktura	$ \ell\rangle$	$\{ \ell\rangle; w_\ell\}, \quad \sum_l w_\ell = 1$
střední hodnoty	$\langle A \rangle = \langle \ell   A   \ell \rangle$	$\langle A \rangle = \sum_l w_\ell \langle \ell   A   \ell \rangle$



# Intensita na výstupu interferometru II: porovnání čistých a smíšených stavů

## STRUKTURA DOPADAJÍCÍHO SVAZKU

### Limitní případ:

$$w_l = \delta_{l\tilde{l}}$$

Příprava stavu  
s dokonalou filtrací

**Jediné středování:**  
kvantově mechanické

**plná kvantová  
koherence**

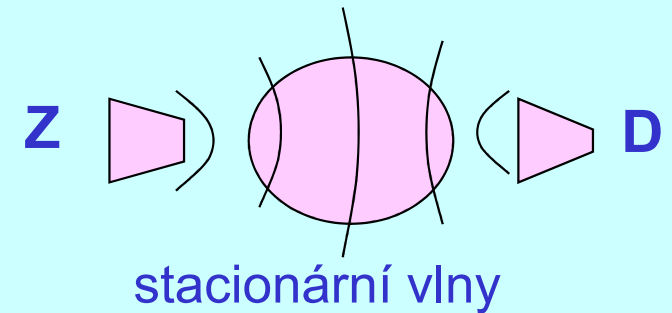
### Obecný případ:

$$\sum_l w_l = 1$$

Příprava stavu  
s nedokonalou filtrací

**Dvojí středování:**  
**vnitřní** kvantově  
mechanické  
**vnější** vážený průměr  
po směsi stavů

**oslabuje koherenci**



stav	čistý	smíšený
struktura	$ \ell\rangle$	$\{ \ell\rangle; w_\ell\}, \quad \sum_l w_\ell = 1$
střední hodnoty	$\langle A \rangle = \langle \ell   A   \ell \rangle$	$\langle A \rangle = \sum_l w_\ell \langle \ell   A   \ell \rangle$

## Intensita na výstupu interferometru II: koherenční funkce

Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

**Intensity** od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

*Záleží na tom, jak rozdíl fází  $\Delta\Phi$  závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)), \quad \int dk w(k) = 1$$

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \operatorname{Re}(e^{i\Delta\Phi(k)}))$$

## Intensita na výstupu interferometru II: koherenční funkce

Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

**Intensity** od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

*Záleží na tom, jak rozdíl fází  $\Delta\Phi$  závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)), \quad \int dk w(k) = 1$$

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \operatorname{Re}(e^{i\Delta\Phi(k)}))$$

$$I = I_0 \cdot (1 + V \cdot \operatorname{Re} \int dk w(k) e^{i\Delta\Phi(k)})$$

ekvivalentní, ale velmi produktivní přepis

## Intensita na výstupu interferometru II: koherenční funkce

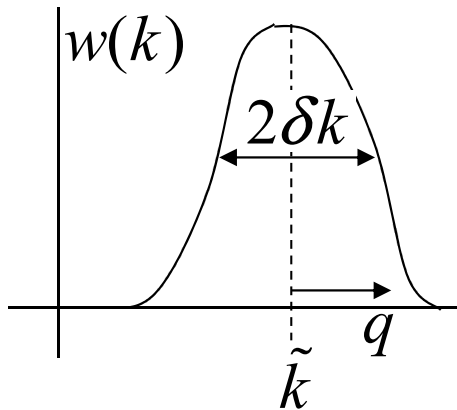
Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

**Intensity** od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

*Záleží na tom, jak rozdíl fází  $\Delta\Phi$  závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)), \quad \int dk w(k) = 1$$



$$I = I_0 \cdot (1 + V \cdot \text{Re} \int dk w(k) e^{i\Delta\Phi(k)})$$

**Pro úzké rozdělení**

$$\int dk w(k) \cdot e^{i\Delta\Phi(k)} = \int dq w(\tilde{k} + q) \cdot e^{i(\Delta\Phi(\tilde{k}) + \frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot q)}$$

$$I = I_0 \left( 1 + V \text{Re} \left( e^{i\Delta\Phi(\tilde{k})} \underbrace{\int dq w(\tilde{k} + q) \cdot e^{i \frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot q}}_{W\left(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k})\right)} \right) \right)$$

## Intensita na výstupu interferometru II: koherenční funkce

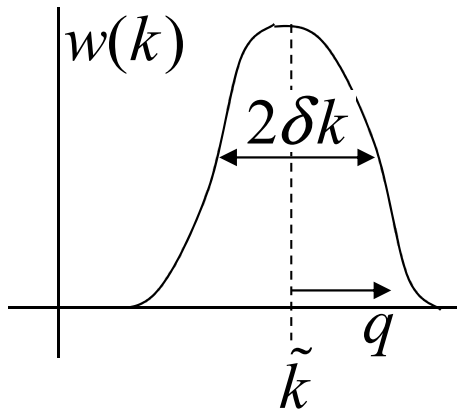
Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

**Intensity** od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

*Záleží na tom, jak rozdíl fází  $\Delta\Phi$  závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)), \quad \int dk w(k) = 1$$



$$I = I_0 \left( 1 + V \operatorname{Re} \left( e^{i\Delta\Phi(\tilde{k})} \underbrace{\int dq w(\tilde{k} + q) \cdot e^{i\frac{d}{dk}\Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot q}}_{W\left(\frac{d}{dk}\Delta\Phi(\tilde{k})\right)} \right) \right)$$

Čistý stav jako limita (ve spojitém spektru)

$$w(k) \rightarrow \delta(k - \tilde{k}) \Rightarrow w(\tilde{k} + q) \rightarrow \delta(q), W(x) \rightarrow 1$$

$$I \rightarrow I_0 \left( 1 + V \operatorname{Re} \left( e^{i\Delta\Phi(\tilde{k})} \right) \right)$$

## Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

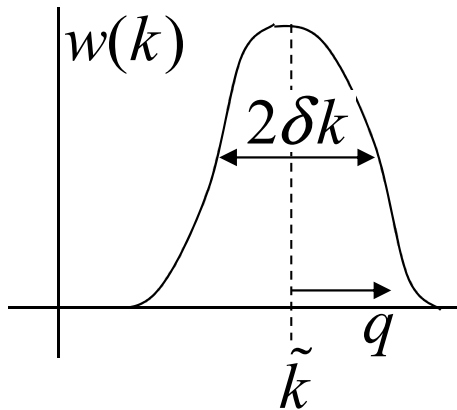
Dopadající svazek **není** monochromatická vlna.

Nekoherentní směs vln o různých energiích: **Smíšený stav** **realistický případ**

**Intensity** od jednotlivých vln ve směsi se sčítají: vlny nejsou navzájem koherentní.

*Záleží na tom, jak rozdíl fází  $\Delta\Phi$  závisí na energii vlny nebo lépe na vlnovém vektoru:*

$$I = I_0 \int dk w(k) \cdot (1 + V \cdot \cos \Delta\Phi(k)), \quad \int dk w(k) = 1$$



$$I = I_0 (1 + V \operatorname{Re}[e^{i\Delta\Phi(\tilde{k})} W(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}))])$$

$$W(x) = \int dq w(\tilde{k} + q) \cdot e^{ix \cdot q}$$

**Gaussovo rozdělení**

$$w(\tilde{k} + q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta k}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{q}{\delta k}\right)^2}, \quad W(x) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\delta s}\right)^2}$$

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}) / \delta s\right)^2} \right)$$

$$\delta s = \frac{1}{\delta k}$$



## Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}) / \delta s \right)^2} \right) \quad \delta s = \frac{1}{\delta k}$$

$$\Delta\Phi(\tilde{k}) = -\tilde{k} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s)) / 2\tilde{E} = -\frac{1}{\tilde{k}} \cdot \frac{m}{\hbar^2} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s))$$

$$\frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}) = +\frac{1}{\tilde{k}^2} \cdot \frac{m}{\hbar^2} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s)) = -\frac{1}{\tilde{k}} \cdot \Delta\Phi(\tilde{k})$$

## Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}) / \delta s \right)^2} \right) \quad \delta s = \frac{1}{\delta k}$$

$$\Delta\Phi(\tilde{k}) = -\tilde{k} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s)) / 2\tilde{E} = -\frac{1}{\tilde{k}} \cdot \frac{m}{\hbar^2} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s))$$

$$\frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}) = +\frac{1}{\tilde{k}^2} \cdot \frac{m}{\hbar^2} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s)) = -\frac{1}{\tilde{k}} \cdot \Delta\Phi(\tilde{k})$$

Konečný výraz pro intenzitu na výstupu

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \Delta\Phi(\tilde{k}) \frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$



## Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{d}{d\tilde{k}} \Delta\Phi(\tilde{k}) / \delta s \right)^2} \right) \quad \delta s = \frac{1}{\delta k}$$

$$\Delta\Phi(\tilde{k}) = -\tilde{k} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s)) / 2\tilde{E} = -\frac{1}{\tilde{k}} \cdot \frac{m}{\hbar^2} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s))$$

$$\frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}) = +\frac{1}{\tilde{k}^2} \cdot \frac{m}{\hbar^2} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s)) = -\frac{1}{\tilde{k}} \cdot \Delta\Phi(\tilde{k})$$

Konečný výraz pro intenzitu na výstupu

závisí na dvou parametrech svazku

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \Delta\Phi(\tilde{k}) \frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

## Intensita na výstupu interferometru II: Gaussovo rozdělení

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{d}{d\tilde{k}} \Delta\Phi(\tilde{k}) / \delta s \right)^2} \right) \quad \delta s = \frac{1}{\delta k}$$

$$\Delta\Phi(\tilde{k}) = -\tilde{k} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s)) / 2\tilde{E} = -\frac{1}{\tilde{k}} \cdot \frac{m}{\hbar^2} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s))$$

$$\frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}) = +\frac{1}{\tilde{k}^2} \cdot \frac{m}{\hbar^2} \int ds \cdot V(\mathbf{r}(s)) = -\frac{1}{\tilde{k}} \cdot \Delta\Phi(\tilde{k})$$

Konečný výraz pro intenzitu na výstupu

závisí na dvou parametrech svazku

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \Delta\Phi(\tilde{k}) \frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

a jediné fázové proměnné



$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \Delta\Phi(\tilde{k}) \frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = LH \sin \varphi \times g \frac{m^2}{\hbar^2} \times k^{-1}$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = -\lambda_0 \bar{b} LN = -2\pi \bar{b} LN \times k^{-1}$$

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \Delta\Phi(\tilde{k}) \frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = LH \sin \varphi \times g \frac{m^2}{\hbar^2} \times k^{-1}$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = -\lambda_0 \bar{b} LN = -2\pi \bar{b} LN \times k^{-1}$$

... vrátíme se k interpretaci COW experimentu  
v neutronové gravimetrii

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \Delta\Phi(\tilde{k}) \frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = LH \sin \varphi \times g \frac{m^2}{\hbar^2} \times k^{-1}$$

II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = -\lambda_0 \bar{b} LN = -2\pi \bar{b} LN \times k^{-1}$$

... vrátíme se k interpretaci COW experimentu  
v neutronové gravimetrii

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos \Delta\Phi(\tilde{k}) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \Delta\Phi(\tilde{k}) \frac{\delta\tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

EXPLICITNÍ VÝRAZY (nám již známé)

I. PRO POHYB V GRAVITAČNÍM POLI ZEMĚ

$$\Delta\Phi = LH \sin \varphi \times g \frac{m^2}{\hbar^2} \times k^{-1} \equiv C \sin \varphi$$

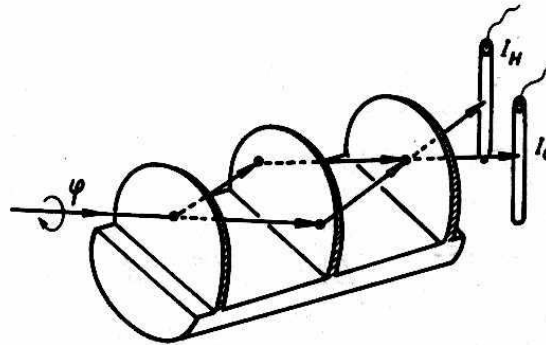
II. PRO OPTICKÝ POTENCIÁL V LÁTCE

$$\Delta\Phi = -\lambda_0 \bar{b} LN = -2\pi \bar{b} LN \times k^{-1}$$

... vrátíme se k interpretaci COW experimentu  
v neutronové gravimetrii

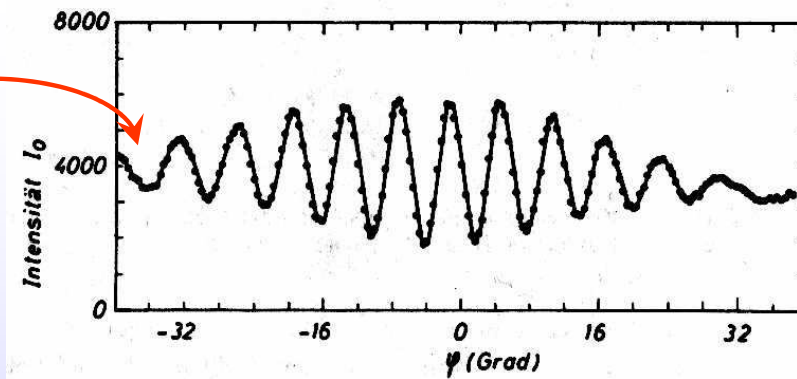
# B06 Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

osa natáčení je  
vodorovná



② kontrast brzo vymizí:  
to neumíme vysvětlit jen  
počítáním fázových  
posuvů.

Příště úplnější teorie

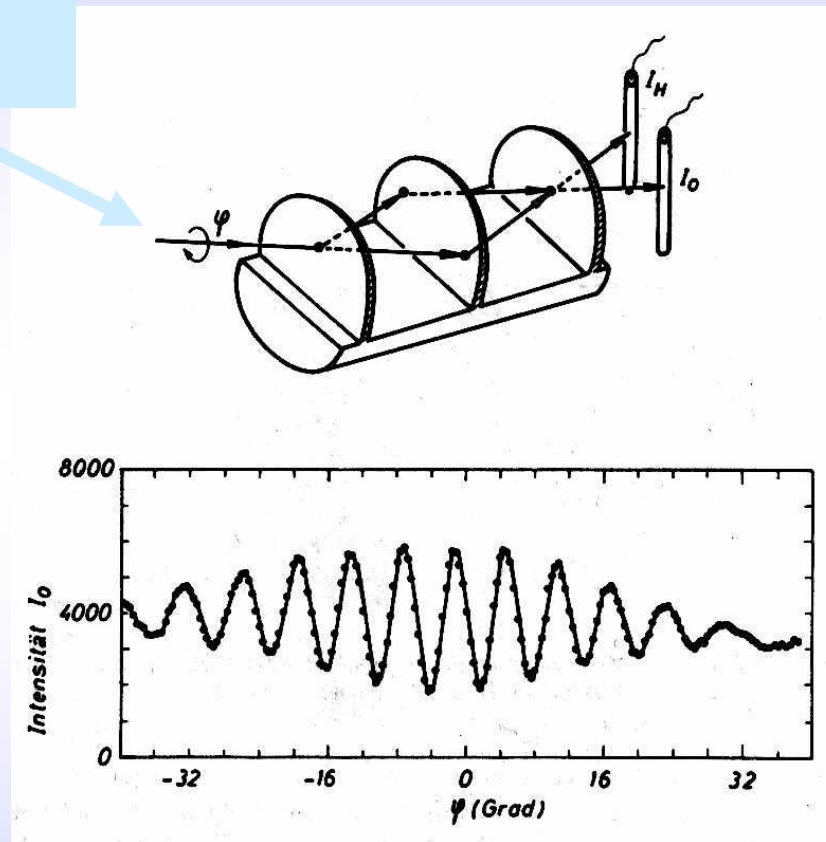


COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner

# B06 Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos(C \sin \varphi) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( C \sin \varphi \frac{\delta \tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

osa natáčení je  
vodorovná



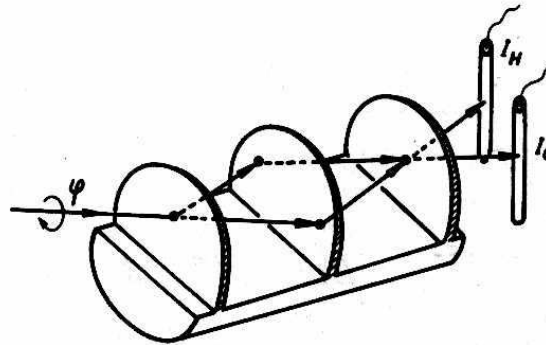
COW experiment ... Collela, Overhauser, Werner



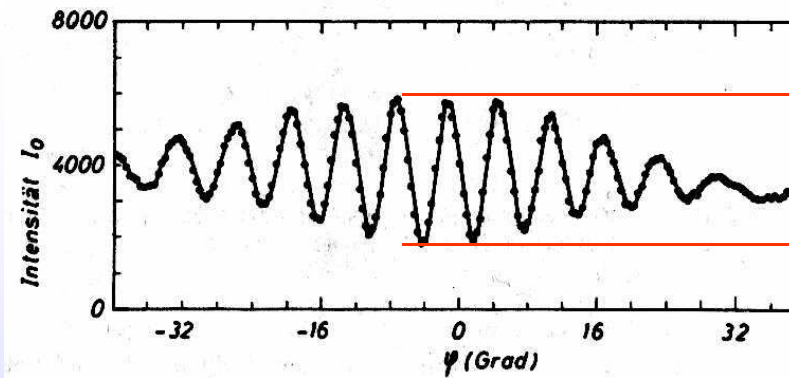
# B06 Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos(C \sin \varphi) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( C \sin \varphi \frac{\delta \tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

osa natáčení je  
vodorovná



FIT 1.



$I_{\max} \square 6000$

$I_{\min} \square 2000$

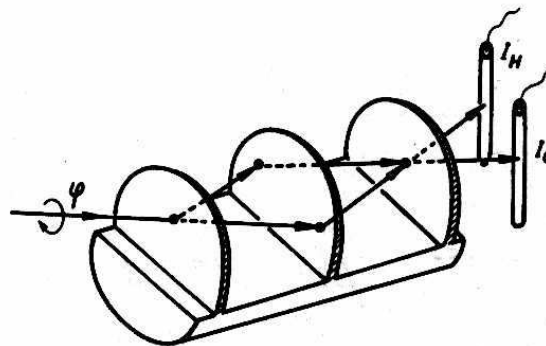
COW experiment ... Collela, Overhauser, W

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 0.5$$

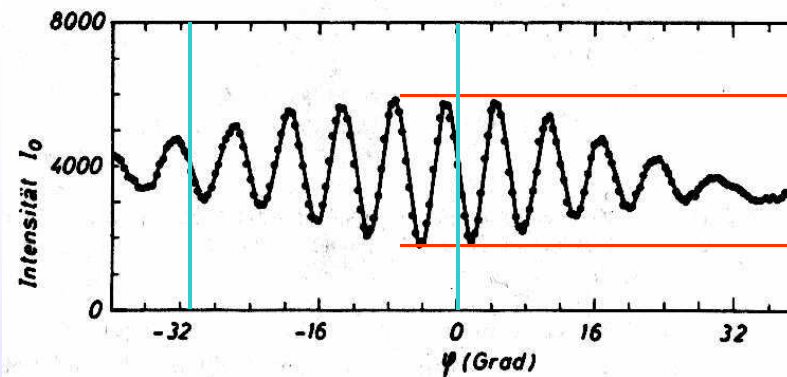
# B06 Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos(C \sin \varphi) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( C \sin \varphi \frac{\delta \tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

osa natáčení je  
vodorovná



FIT 1.



$$I_{\max} \square 6000$$

$$I_{\min} \square 2000$$

FIT II.

$$\Delta\Phi(-31,5^\circ) = C \sin(-31,5^\circ) \square 10\pi \text{ mauser, W}$$

$$C \square 59.3$$

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 0.5$$

# B06 Interferenční gravimetrie: jeden z prvních výsledků

$$I = I_0 \left( 1 + V \cos(C \sin \varphi) \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( C \sin \varphi \frac{\delta \tilde{k}}{\tilde{k}} \right)^2} \right)$$

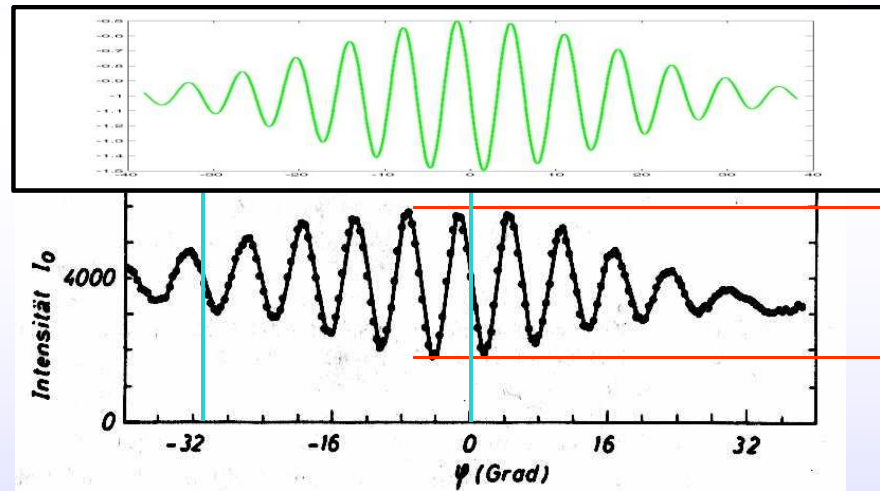
osa natáčení je  
vodorovná

FIT III.

metodou "trial and error"

$$\frac{\delta \tilde{k}}{\tilde{k}} = 0.041$$

FIT 1.



$$I_{\max} \square 6000$$

$$I_{\min} \square 2000$$

FIT II.

$$\Delta \Phi(-31,5^\circ) = C \sin(-31,5^\circ) \square 10\pi \text{ Hauser, W}$$

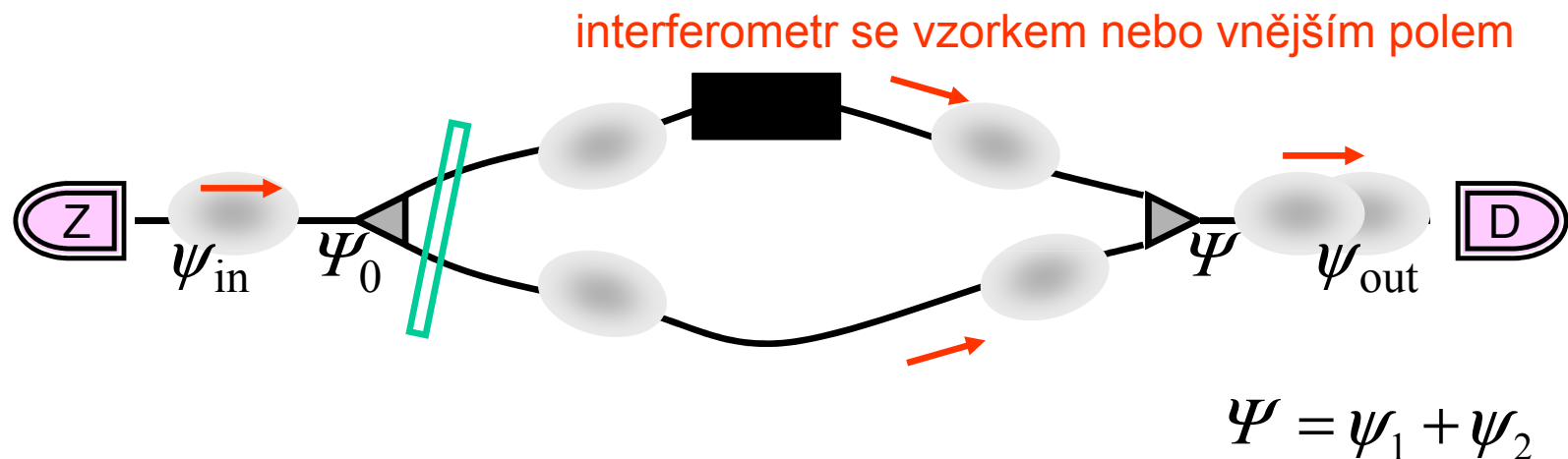
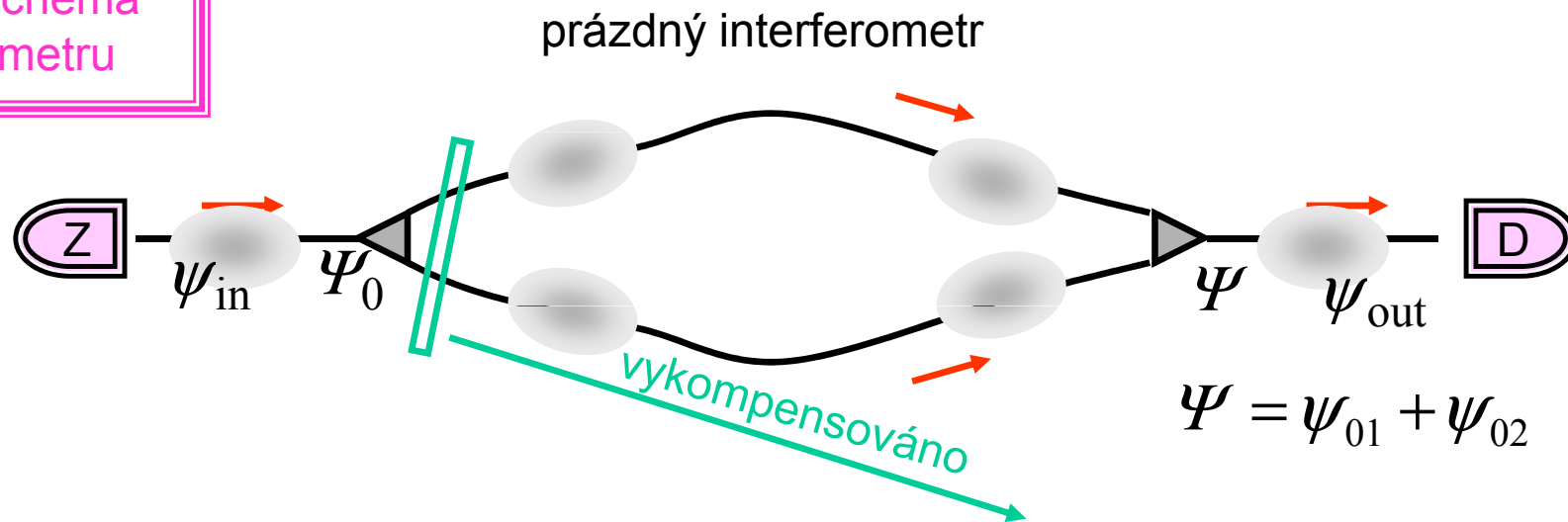
$$C \square 59.3$$

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = 0.5$$

III. krok  
Nestacionární popis interferometru:  
Průlet vlnových klubek

# Intensita na výstupu interferometru III: průlet vlnového klubka

Obecné schema interferometru



## Interference vlnových klubek: samotné klubko

Popis svazku pomocí klubek je vlastně propoj mezi částicemi v reaktoru a vlnami v interferometru. Klubko se hodí tak nějak do obojích míst.

TŘI KROKY (1D klubka)

krok 1. stojící klubko

$$\varphi(x) = \int \frac{dk}{2\pi} \cdot a(k) \cdot e^{ikx}$$

krok 2. klubko s nenulovou hybností

$$\psi(x) = \varphi(x) e^{ik_0x} = \int \frac{dk}{2\pi} \cdot a(k) \cdot e^{i(k+k_0)x} = \int \frac{dk}{2\pi} \cdot \underbrace{a(k-k_0)}_{c(k)} \cdot e^{ikx}$$

krok 3. klubko uvedeme do pohybu

$$\Psi(x,t) = \int \frac{dk}{2\pi} \cdot c(k) \cdot e^{i(kx-\omega(k)t)}$$

Toto platí pro každou volbu počáteční vlnové funkce.

Co je "klubko"? Má omezený rozsah v  $k$ -prostoru

## Interference vlnových klubek: samotné klubko

Pak můžeme provést běžnou klubkovou transformaci

$$\Psi(x, t) = \int \frac{dk}{2\pi} \cdot c(k) \cdot e^{i(kx - \omega(k)t)}$$

$$\omega(k) = \varepsilon(\hbar k) / \hbar = \frac{\hbar}{2m} \cdot k^2$$

$$= \int \frac{dq}{2\pi} \cdot c(k_0 + q) \cdot e^{i((k_0 + q)x - \omega(k_0 + q)t)}$$

$$= e^{i(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{dq}{2\pi} \cdot a(q) \cdot e^{i(q(x - v_0 t) - \cancel{\omega(q)t})}$$

zanedbáme rozplývání:  
linearisace v (malém)  $q$

$$\approx e^{i(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{dq}{2\pi} \cdot a(q) \cdot e^{iq(x - v_0 t)}$$

$$\Psi(x, t) = e^{i(k_0 x - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x - v_0 t)$$

# Interference vlnových klubek: samotné klubko

Pak můžeme provést běžnou klubkovou transformací

$$\Psi(x, t) = \int \frac{dk}{2\pi} \cdot c(k) \cdot e^{i(kx - \omega(k)t)}$$

$$\omega(k) = \varepsilon(\hbar k) / \hbar = \frac{\hbar}{2m} \cdot k^2$$

$$= \int \frac{dq}{2\pi} \cdot c(k_0 + q) \cdot e^{i((k_0 + q)x - \omega(k_0 + q)t)}$$

$$= e^{i(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{dq}{2\pi} \cdot a(q) \cdot e^{i(q(x - v_0 t) - \cancel{\omega(q)t})}$$

zanedbáme rozplývání:  
linearisace v (malém)  $q$

$$\approx e^{i(k_0 x - \omega(k_0)t)} \int \frac{dq}{2\pi} \cdot a(q) \cdot e^{iq(x - v_0 t)}$$

$$\Psi(x, t) = e^{i(k_0 x - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x - v_0 t)$$

nosná vlna

×

obálka klubka

$$e^{ik_0(x - u_0 t)}$$

×

$$\varphi(x - v_0 t)$$

$$u_0 = \frac{\omega(k_0)}{k_0} = \frac{\hbar}{2m} k_0$$

$$v_0 = \frac{d\omega(k_0)}{dk_0} = \frac{\hbar}{m} k_0 = 2u_0$$

fázová rychlost

grupová rychlost



# Interference vlnových klobek: zpožděné klobko ve vnějším potenciálu

Známe  $\Delta\Phi(k)$ ;  $k$  snadno přepočteme na energii pomocí

$$\Psi_1(x, t) = e^{i(k_0x - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x - v_0t)$$

$$\omega(k) = \varepsilon(\hbar k) / \hbar = \frac{\hbar}{2m} \cdot k^2$$

$$\Psi_2(x, t) = \int \frac{dk}{2\pi} \cdot c(k) \cdot e^{i(kx + \Delta\Phi(k) - \omega(k)t)}$$

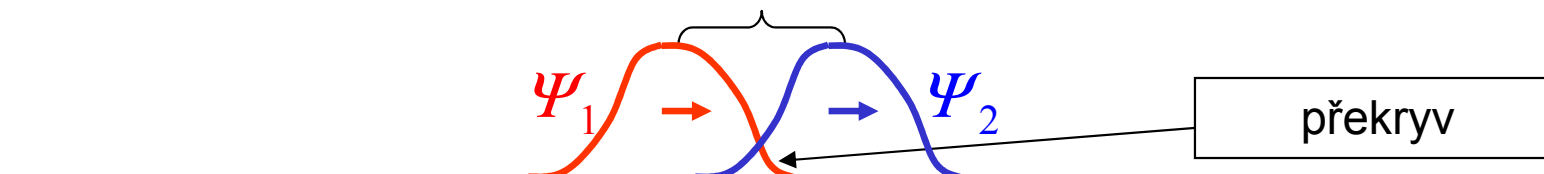
$$= \int \frac{dq}{2\pi} \cdot c(k_0 + q) \cdot e^{i((k_0 + q)x + \Delta\Phi(k_0 + q) - \omega(k_0 + q)t)}$$

$$\approx e^{i(k_0x + \Delta\Phi(k_0) - \omega(k_0)t)} \int \frac{dq}{2\pi} \cdot a(q) \cdot e^{iq(x + \frac{d}{dk} \Delta\Phi(k_0) - v_0t)}$$

$$\Psi_2(x, t) = e^{i(k_0x + \Delta\Phi(k_0) - \omega(k_0)t)} \times \varphi(x + \frac{d}{dk} \Delta\Phi(k_0) - v_0t)$$



DRÁHOVÝ POSUN  $\Delta x$



# Interference vlnových klubek: výpočet intenzity

Časově závislá intenzita

$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2 \operatorname{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V \operatorname{Re}[e^{i\Delta\Phi(k_0)} \Gamma(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{dq}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot e^{iqx}$$

spektrální  
intenzita  
klubka

# Interference vlnových klubek: výpočet intenzity

Časově závislá intenzita

$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2 \operatorname{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V \operatorname{Re}[e^{i\Delta\Phi(k_0)} \Gamma(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{dq}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot e^{iqx}$$

$$I = I_0 \left( 1 + V \operatorname{Re}[e^{i\Delta\Phi(\tilde{k})} W(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}))] \right)$$

$$W(x) = \int dq w(\tilde{k} + q) \cdot e^{iqx}$$

## SROVNEJME

střední intenzita proudu  
náhodně přiletujících  
totožných klubek

intenzita stacionární směsi  
rovinných vln

**náhodný proud klubek a  
nehomogenní směs  
rovinných vln o stejné  
šířce jsou dva  
ekvivalentní popisy  
stejného stavu**

# Interference vlnových klubek: výpočet intenzity

Časově závislá intenzita

$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2 \operatorname{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V \operatorname{Re}[e^{i\Delta\Phi(k_0)} \Gamma(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{dq}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot e^{iqx}$$

$$I = I_0 \left( 1 + V \operatorname{Re}[e^{i\Delta\Phi(\tilde{k})} W(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(\tilde{k}))] \right)$$

$$W(x) = \int dq w(\tilde{k} + q) \cdot e^{iqx}$$

$\delta k \times \delta s = 1$		
klubko	neurčitost hybnosti	velikost klubka
svazek	spektr. šířka svazku	koherenční délka

## SROVNEJME

střední intenzita proudu  
náhodně přiletujících  
totožných klubek

intenzita stacionární směsi  
rovinných vln

**náhodný proud klubek a  
nehomogenní směs  
rovinných vln o stejné  
šířce jsou dva  
ekvivalentní popisy  
stejného stavu**

# Interference vlnových klubek: výpočet intenzity

Časově závislá intenzita

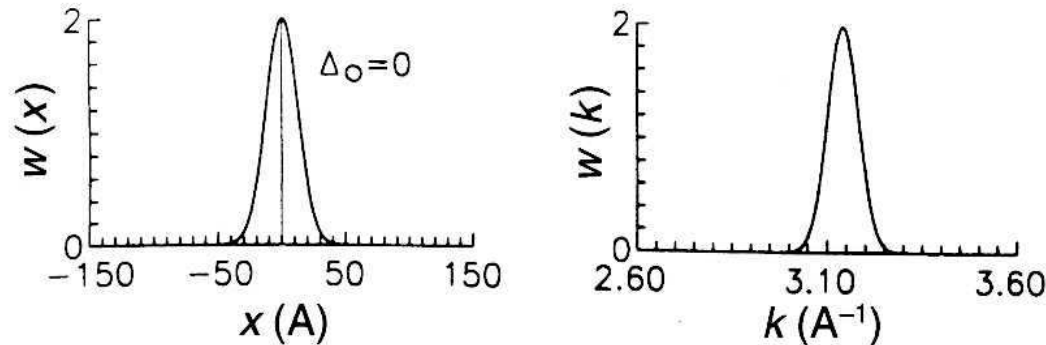
$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2 \operatorname{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V \operatorname{Re}[e^{i\Delta\Phi(k_0)} \Gamma(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{dq}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot e^{iqx}$$

## GAUSSOVSKÉ KLUBKO



# Interference vlnových klubek: výpočet intenzity

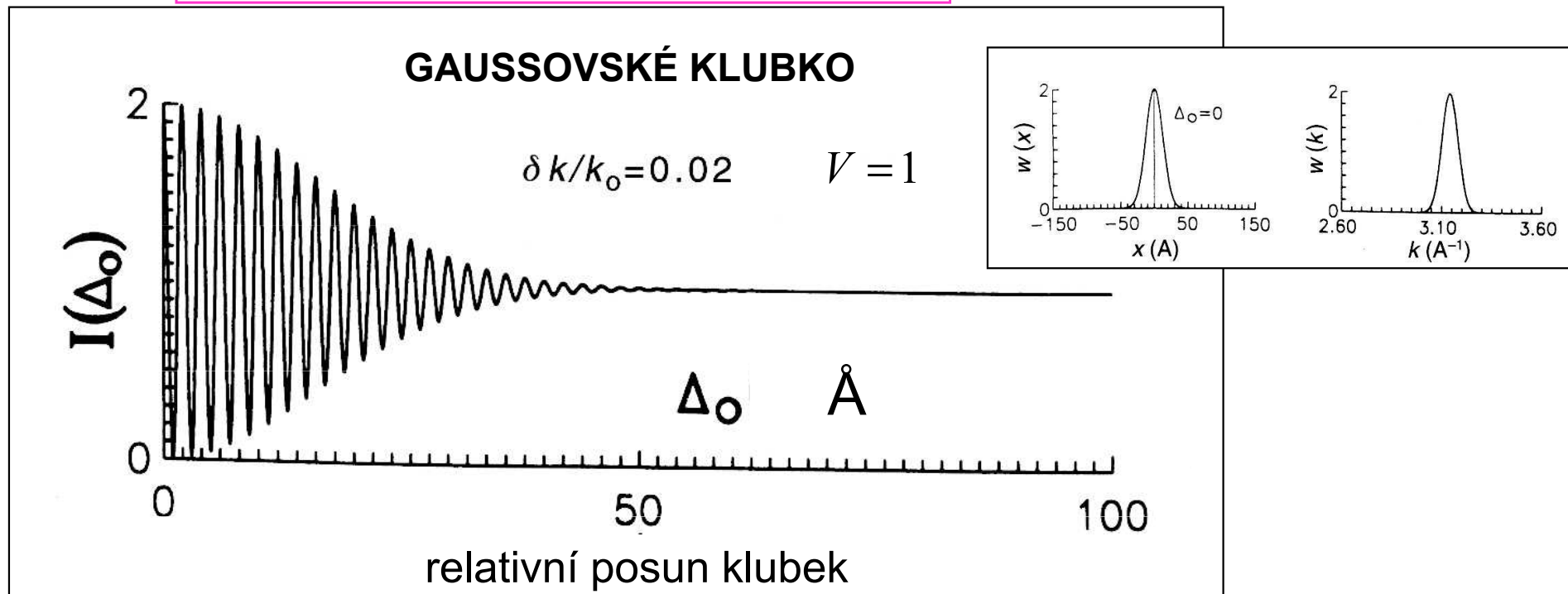
Časově závislá intenzita

$$I(t) = |\Psi_1(t) + \Psi_2(t)|^2 = |\Psi_1(t)|^2 + |\Psi_2(t)|^2 + 2 \operatorname{Re}[\Psi_1^*(t)\Psi_2(t)]$$

Po vystředování po časech (to odpovídá pozorování)

$$I \propto 1 + V \operatorname{Re}[e^{i\Delta\Phi(k_0)} \Gamma(\frac{d}{dk} \Delta\Phi(k_0))]$$

$$\Gamma(x) = \int \frac{dq}{2\pi} \cdot |c(k_0 + q)|^2 \cdot e^{iqx}$$



*ukázka 1.*

„fázové echo“ v neutronové interferometrii

# Fázové echo v neutronové interferometrii

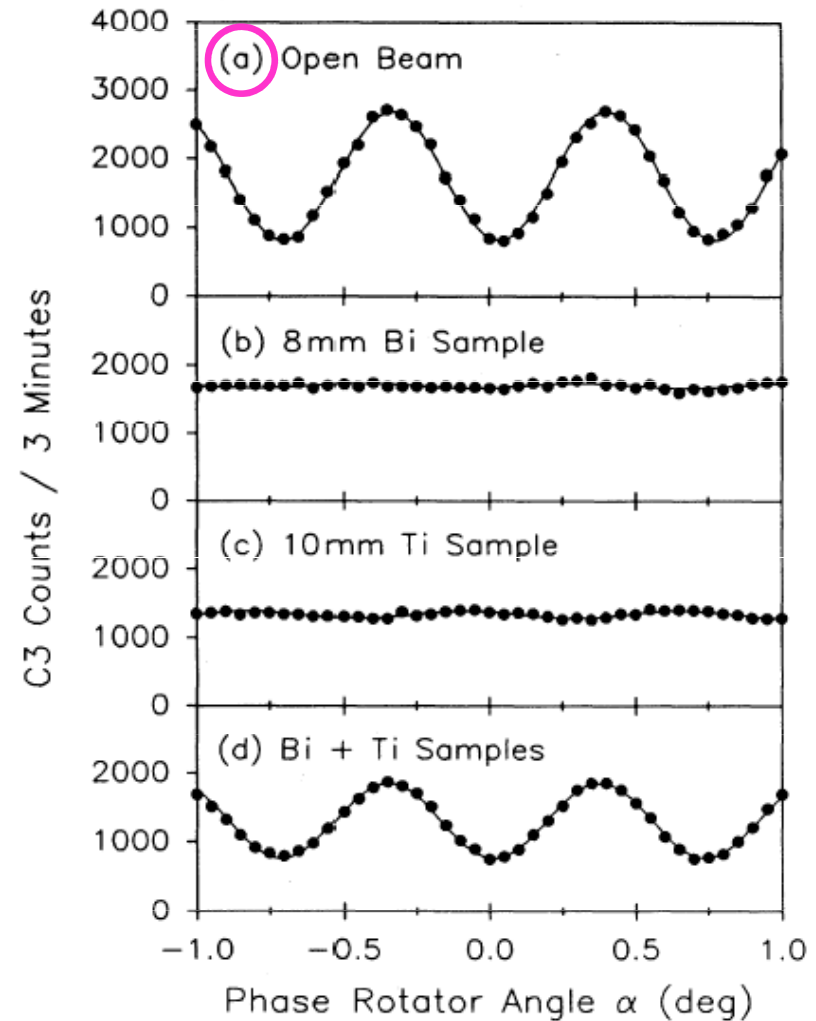
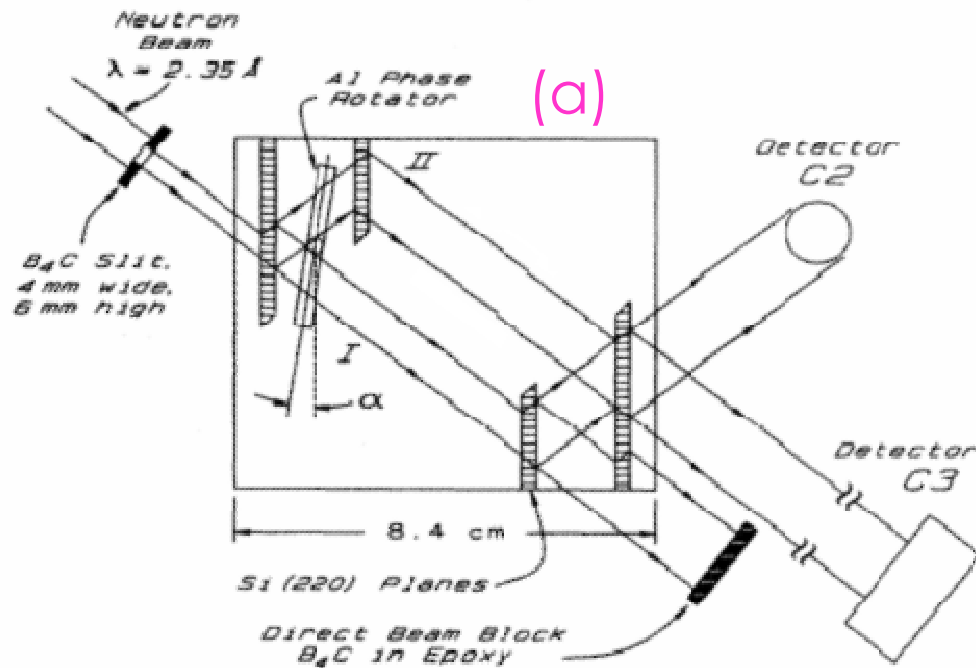
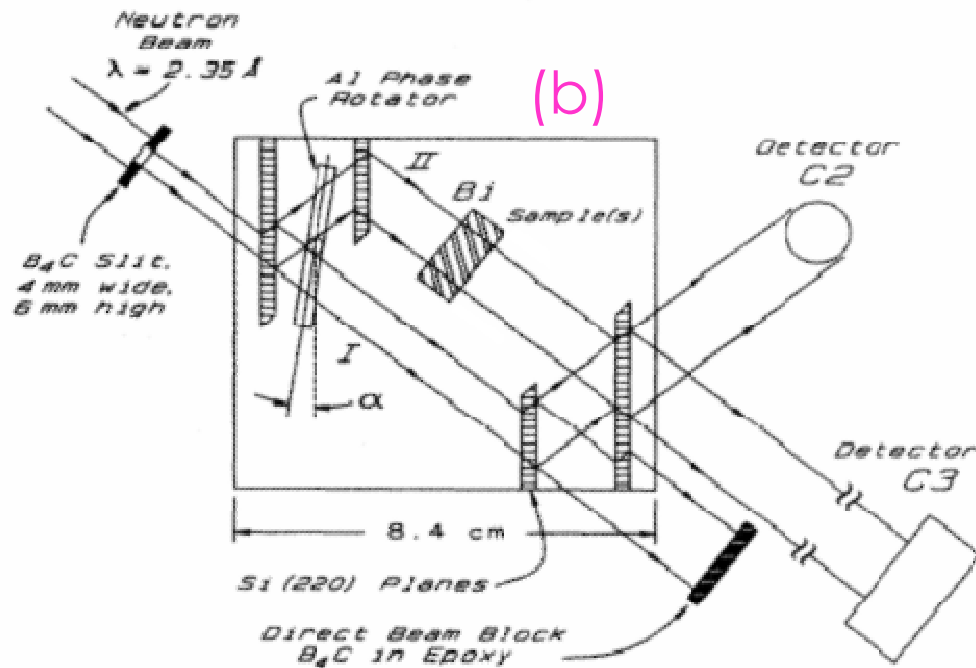


FIG. 4. A typical set of phase-echo interferograms, with (a) no sample, (b) with 8-mm Bi sample 2, (c) 10-mm Ti sample 2, and (d) both Bi 2 and Ti 2 in the beam.



# Fázové echo v neutronové interferometrii



do jedné cesty vložili blok Bi tak tlustý, že interference prakticky vymizela

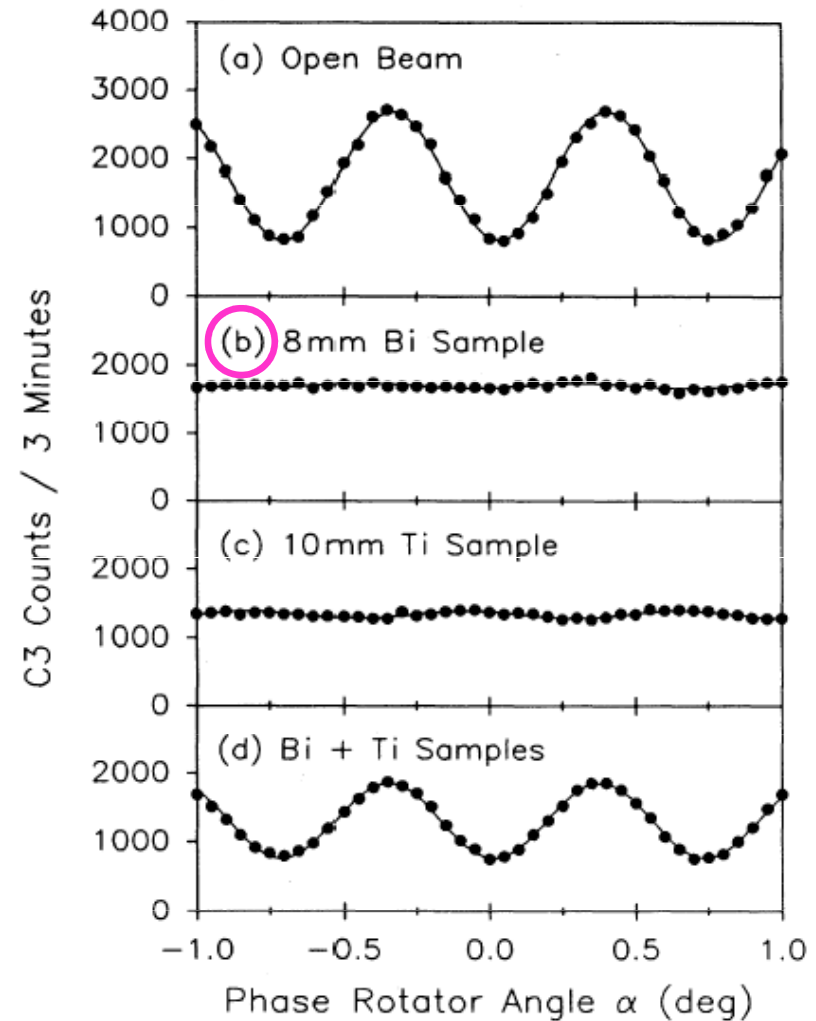
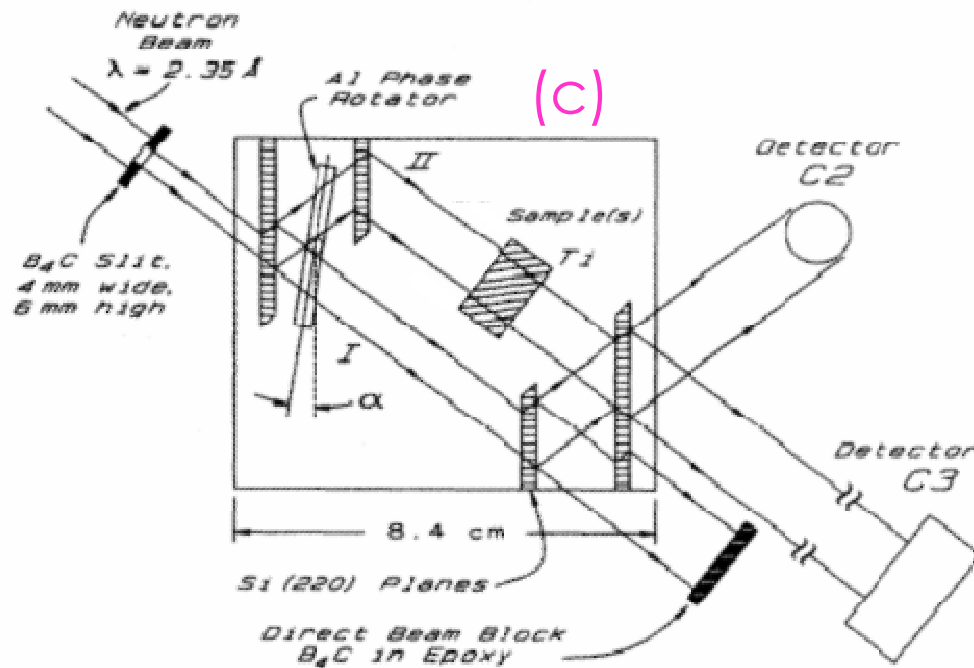


FIG. 4. A typical set of phase-echo interferograms, with (a) no sample, (b) with 8-mm Bi sample 2, (c) 10-mm Ti sample 2, and (d) both Bi 2 and Ti 2 in the beam.

# Fázové echo v neutronové interferometrii



do jedné cesty vložili blok Bi tak tlustý, že interference prakticky vymizela

podobně působil samotný blok Ti.

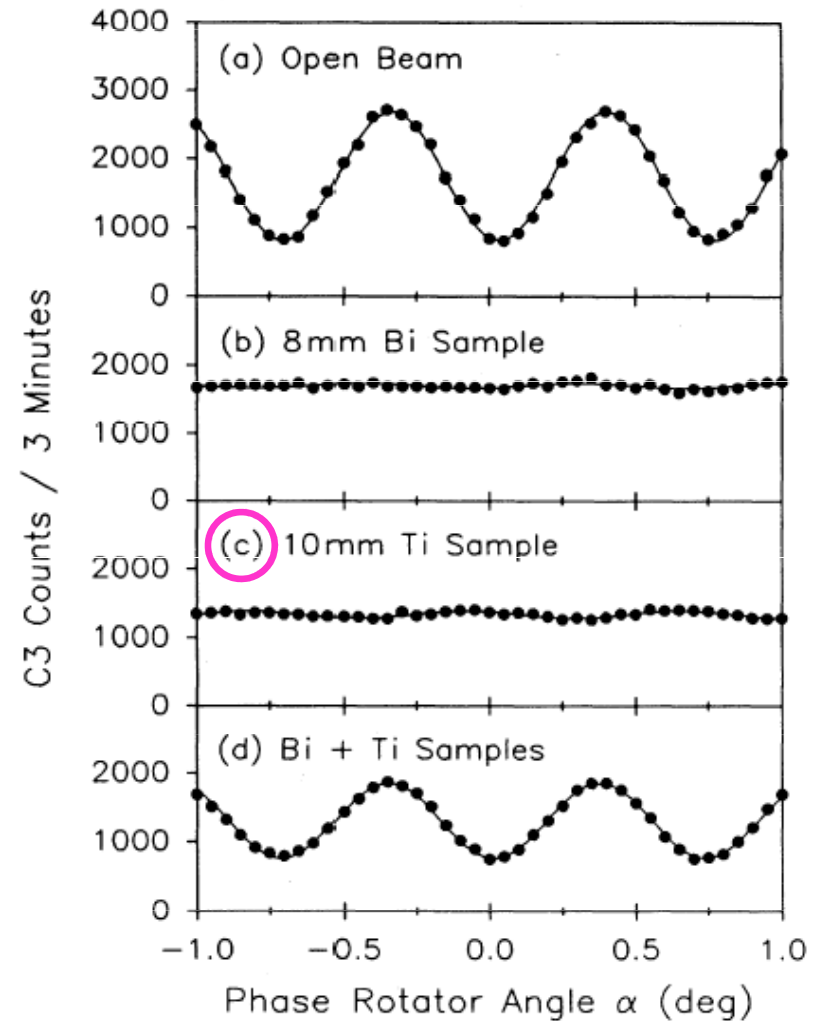
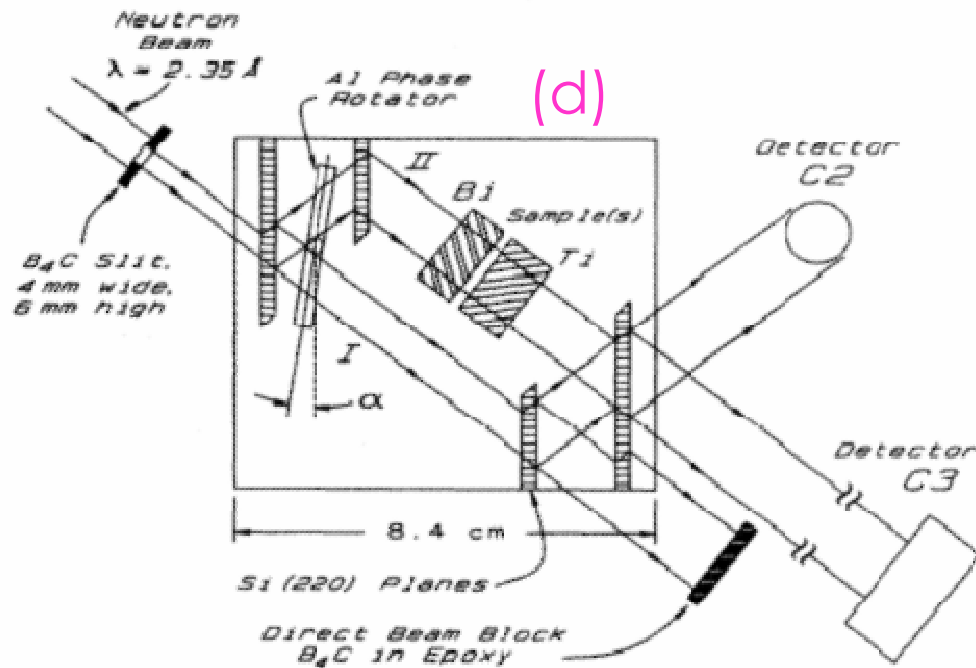


FIG. 4. A typical set of phase-echo interferograms, with (a) no sample, (b) with 8-mm Bi sample 2, (c) 10-mm Ti sample 2, and (d) both Bi 2 and Ti 2 in the beam.

# Fázové echo v neutronové interferometrii



nakonec vložili blok Bi tak  
tlustý, že interference  
prakticky vymizela,  
pak za něj vsunuli blok Ti. Ten  
má **zápornou rozptylovou  
délku  $b$** , protože je  
magnetický atd. Proto zase to  
dráhové zpoždění  
vykompensoval

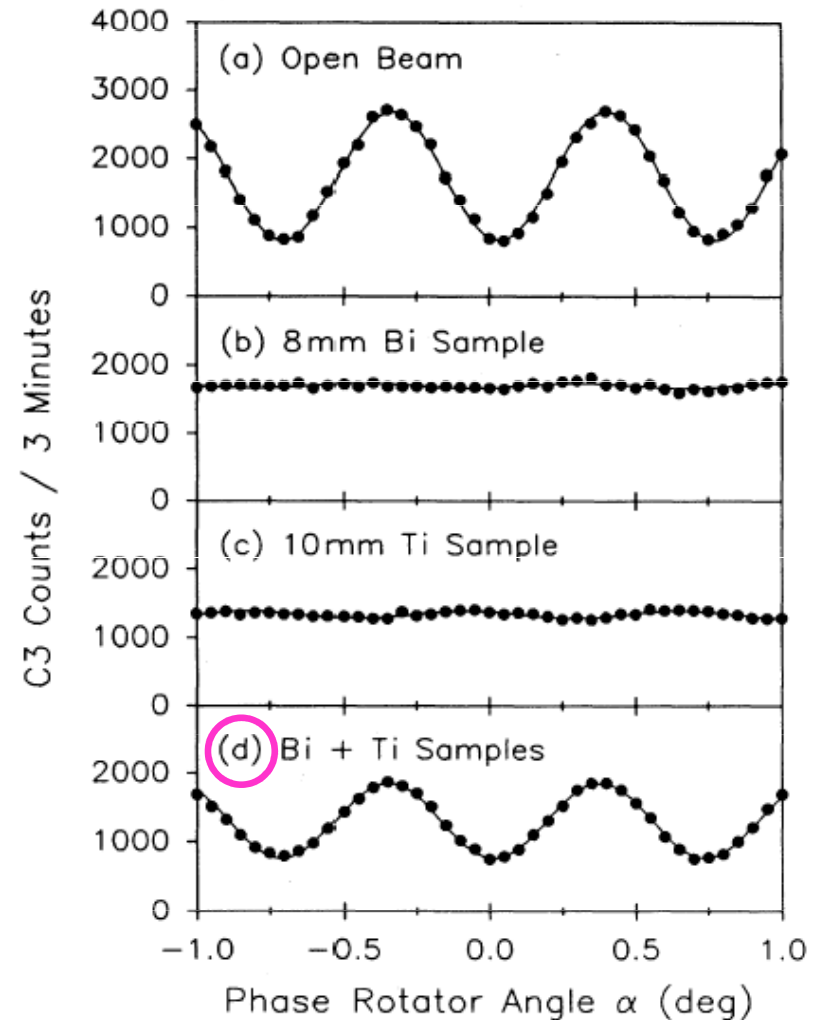
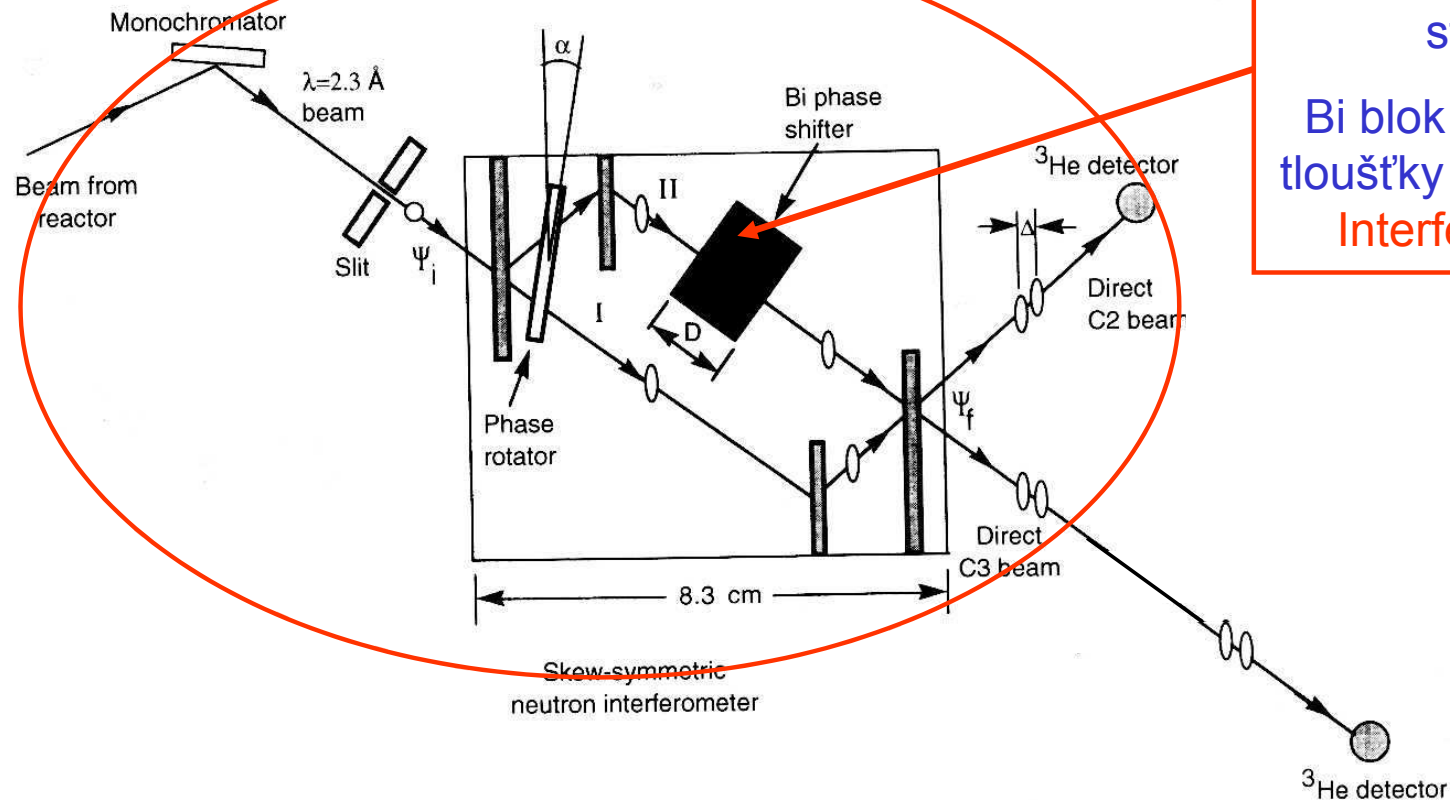


FIG. 4. A typical set of phase-echo interferograms, with (a) no sample, (b) with 8-mm Bi sample 2, (c) 10-mm Ti sample 2, and (d) both Bi 2 and Ti 2 in the beam.

*ukázka 2.*  
obnovení koherence dodatečnou filtrací

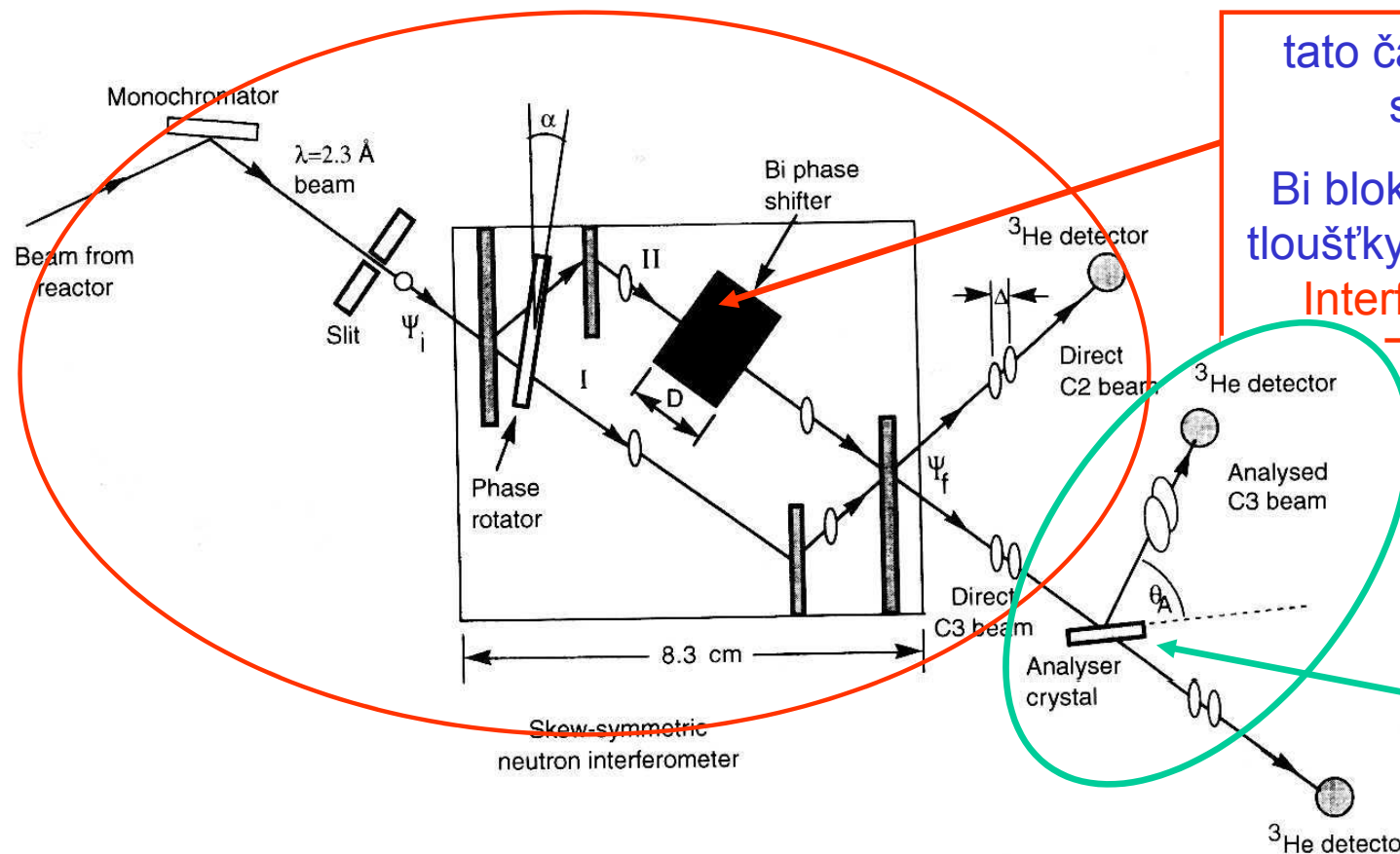
# Dodatečný výběr impulsu ... opravdu pěkný kvantový efekt



tato část aparatury je standardní

Bi blok vyvolává podle tloušťky i velká zpoždění  
Interference zaniká

# Dodatečný výběr impulsu ... opravdu pěkný kvantový efekt



tato část aparatury je standardní

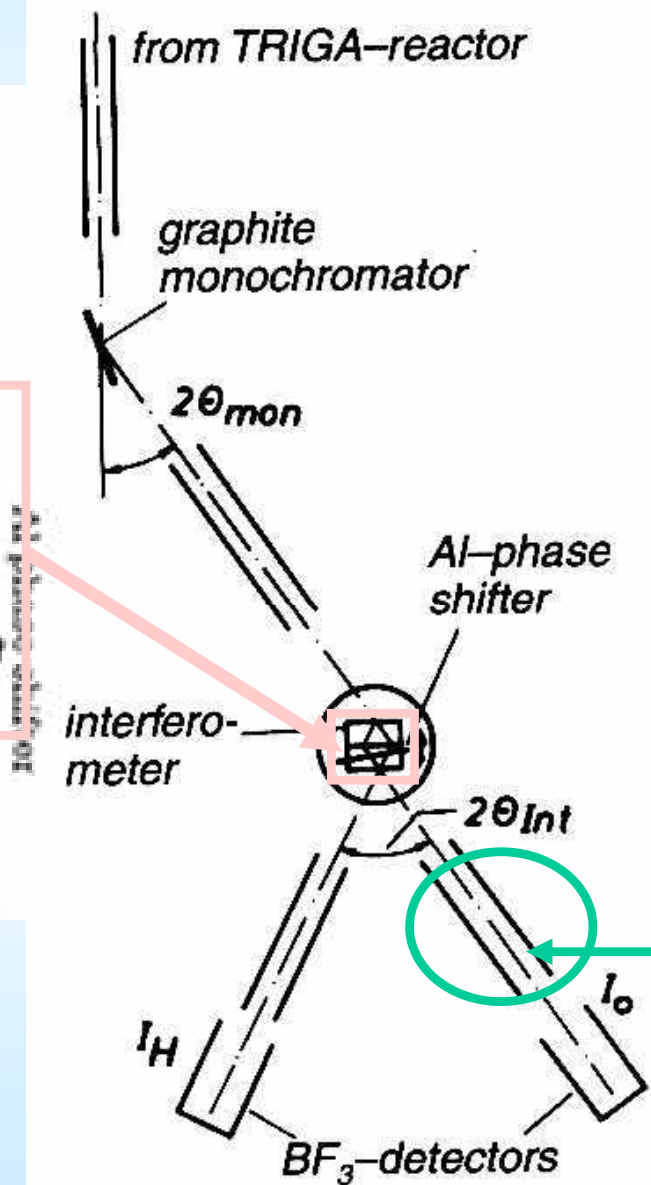
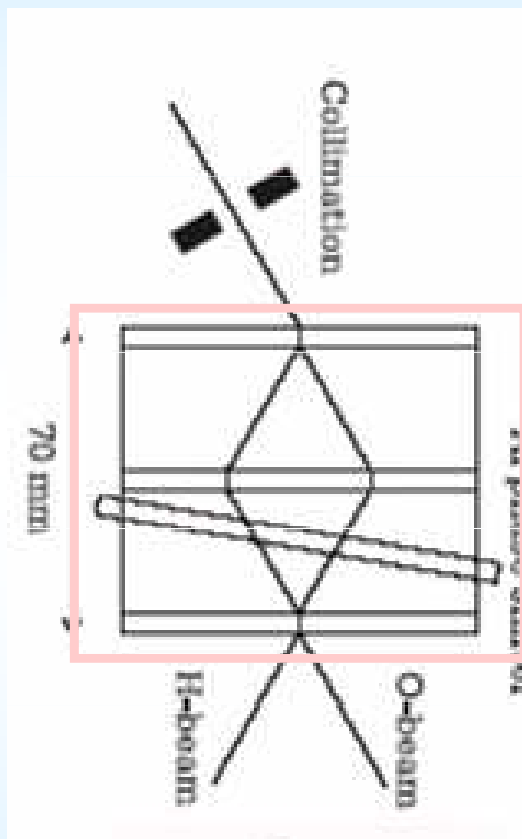
Bi blok vyvolává podle tloušťky i velká zpoždění  
Interference zaniká

## modifikace

vycházející neutrony nejdou rovnou do detektoru, ale ještě jednou jsou analysovány podle hybnosti  
Interference obnovena

# B06 Celé zařízení kolem neutronového interferometru

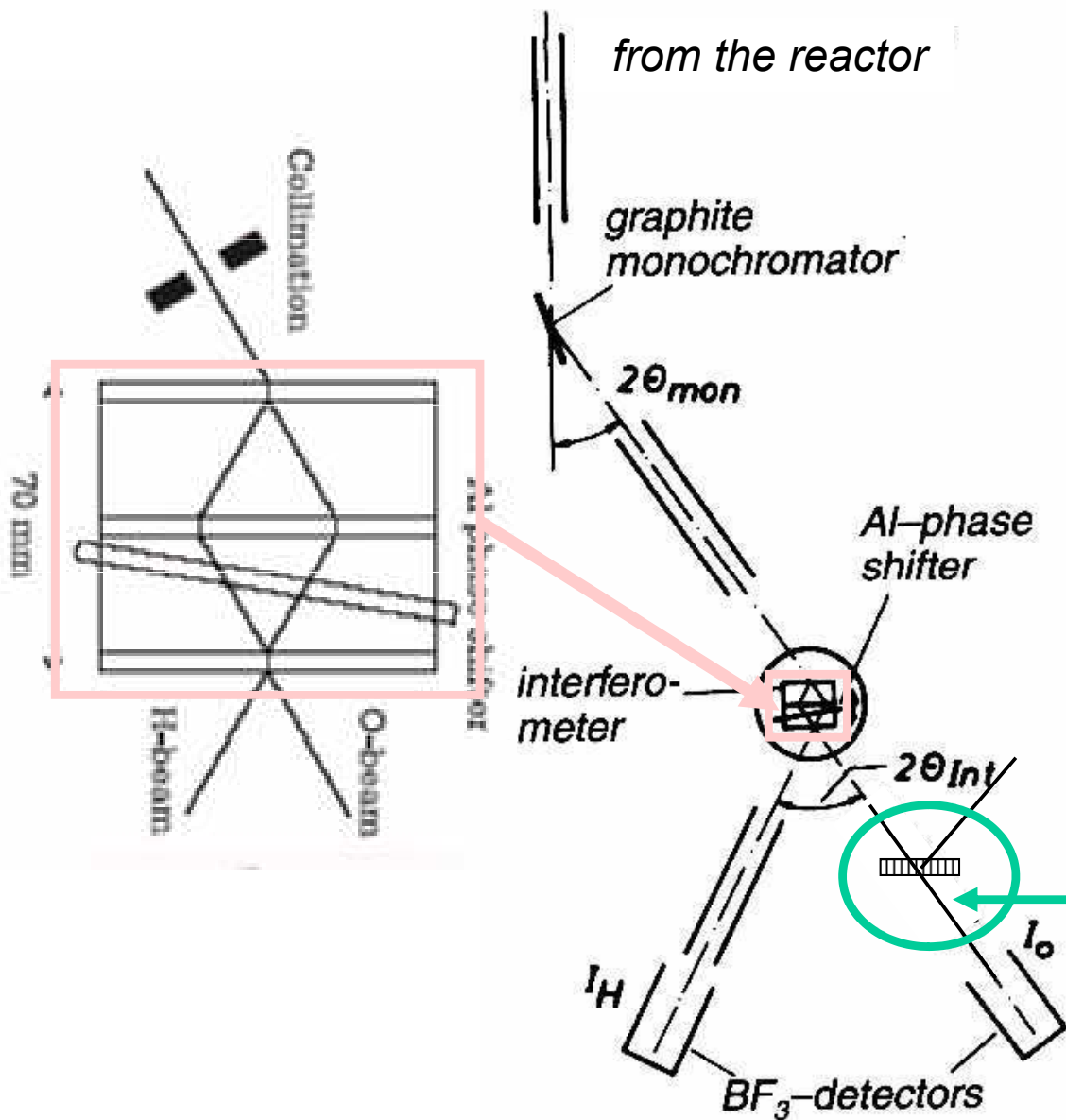
schema z r. 1974



## KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	<i>r</i>
kolimace	neurčité	
monochromatisace	vlna	<i>p</i>
dopadající svazek	neurčité	
vlastní experiment interference	vlna	<i>p</i>
vycházející svazky	neurčité	
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	<i>r</i>

# Celé zařízení kolem neutronového interferometru

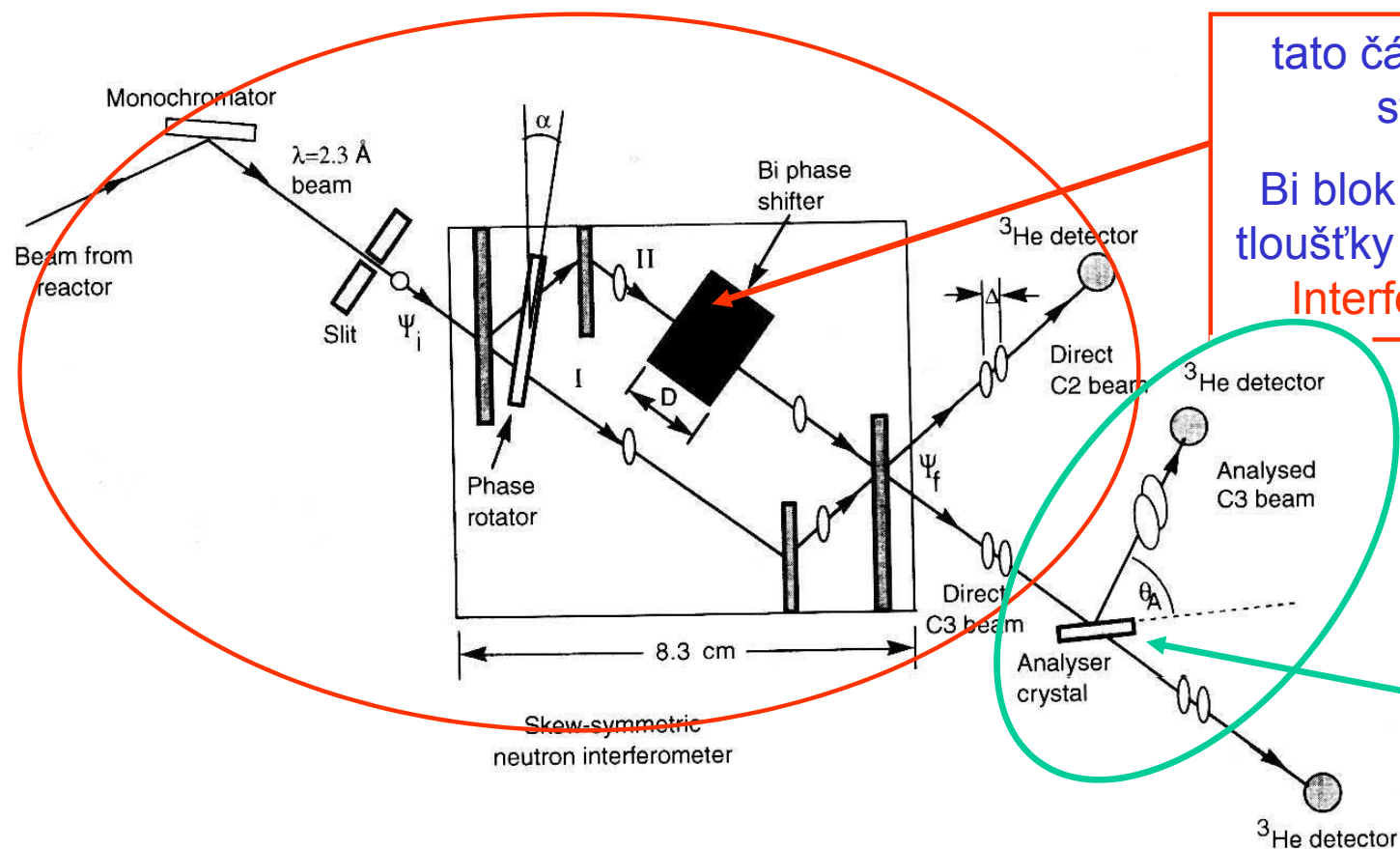


## KOMPLEMENTARITA V PRAXI

termalisace	lokalis. částice	<i>r</i>
kolimace	neurčitě	
monochromatisace	vlna	<i>p</i>
dopadající svazek	neurčitě	
vlastní experiment interference	vlna	<i>p</i>
dodatečně filtrované vycházející svazky	vlna	<i>p</i>
detekce – redukce ztráta kvantové koherence	lokalis. částice	<i>r</i>



# Dodatečný výběr impulsu ... opravdu pěkný kvantový efekt



tato část aparatury je standardní

Bi blok vyvolává podle tloušťky i velká zpoždění  
Interference zaniká

## modifikace

vycházející neutrony nejdou rovnou do detektoru, ale ještě jednou jsou analysovány podle hybnosti  
Interference obnovena

Zachytí se tak zdánlivě již ztracená koherence klubek, která se viditelně vůbec nepřekrývají, ale mají ovšem stejné složky v impulsové reprezentaci

# Výsledky experimentu

interference  
klubek

spektrum  
hybností

bez  
filtrace

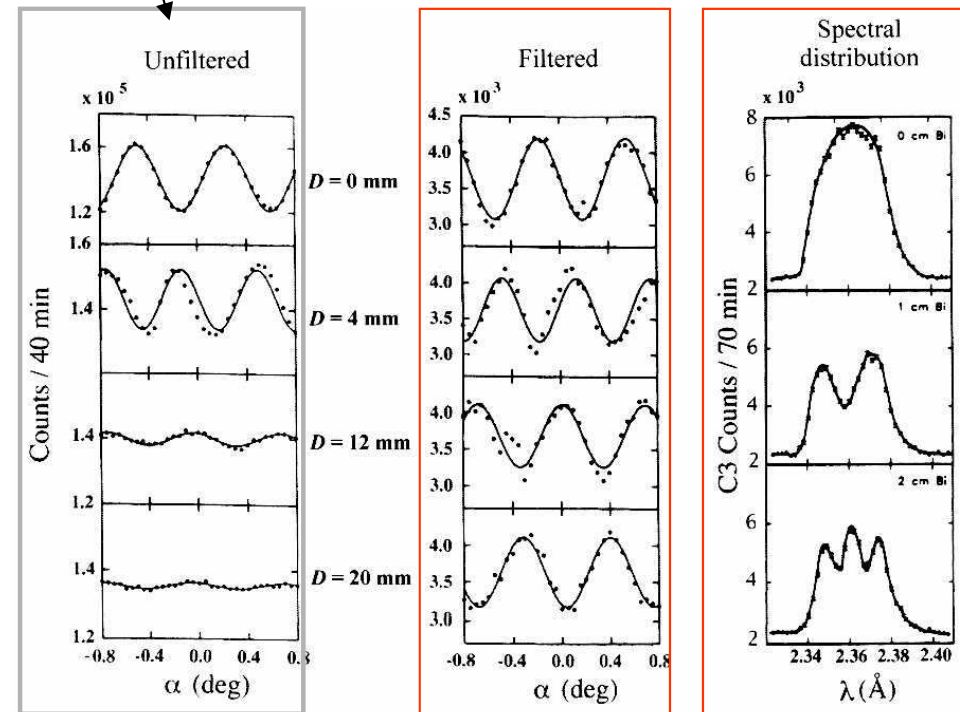
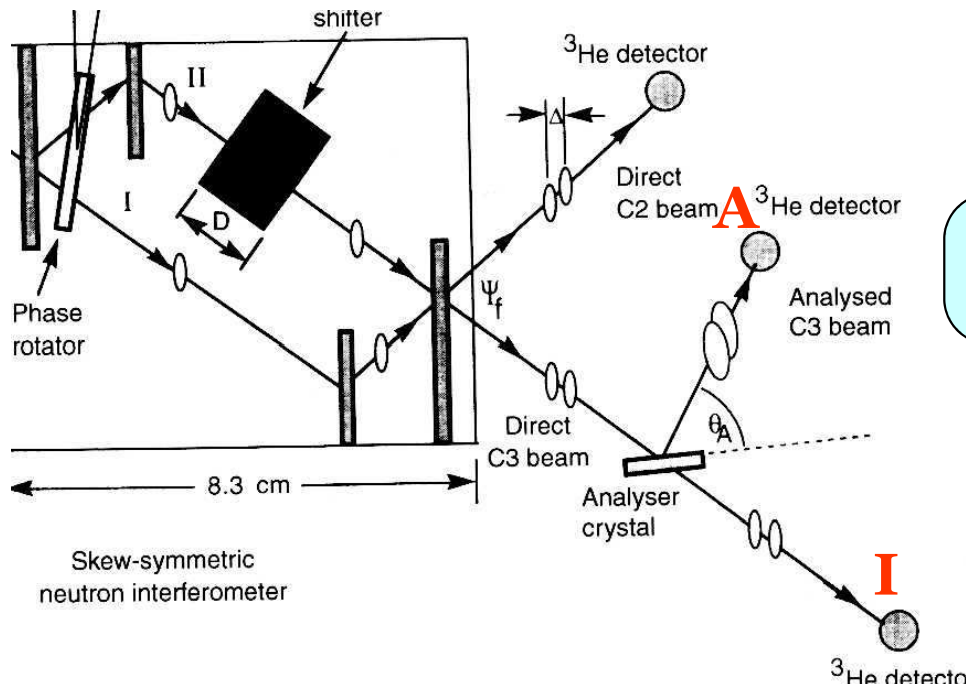


FIGURE 2.17 Measured interference pattern and momentum distributions in the case of momentum postselection [69].

# Výsledky experimentu

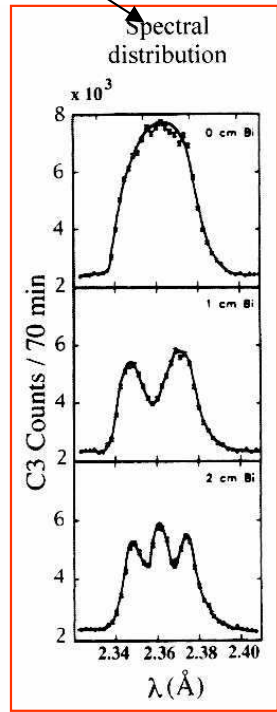
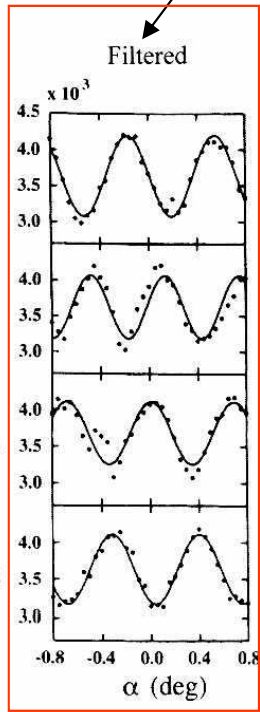
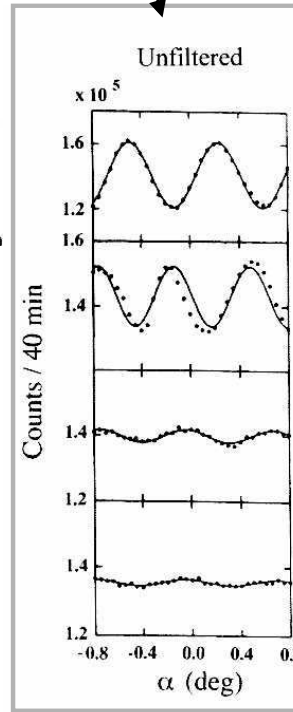


interference klubek

spektrum hybností

bez filtrace

dodatečná filtrace

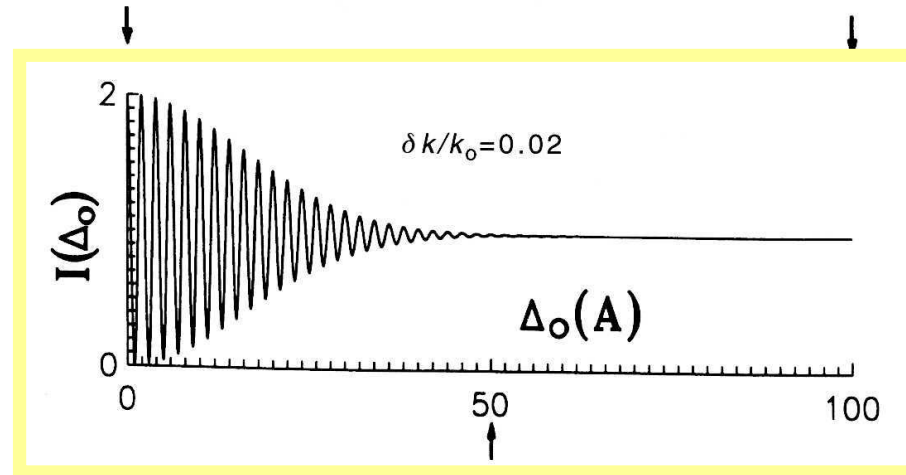
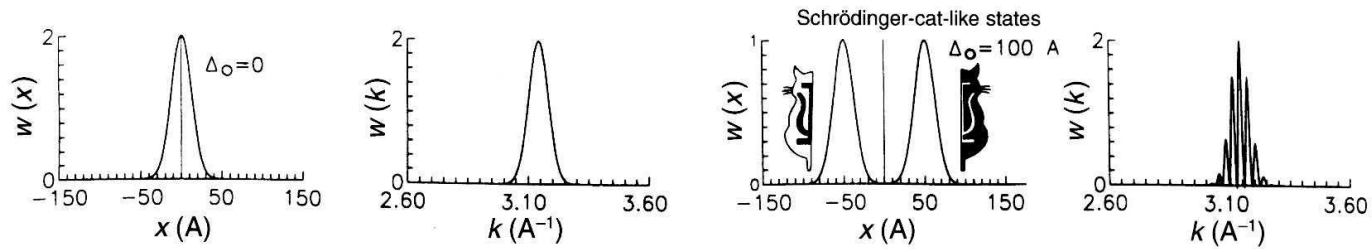


MĚŘENÍ S DODATEČNOU FILTRACÍ  
Musíme se rozhodnout mezi dvěma komplementárními měřeními

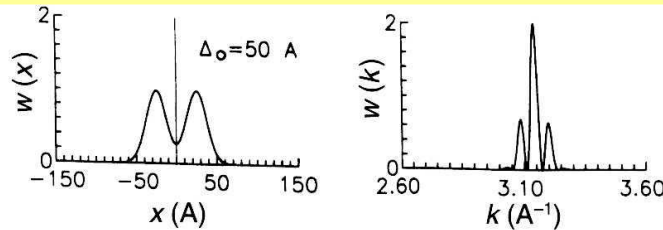
detektor	pevné	měříme	měříme
<b>A</b>	$\alpha$	$\theta_A$	$ \langle k   \Psi   k \rangle ^2$
<b>I</b>	$\theta_A$	$\alpha$	$I(\Delta\Phi)$

FIGURE 2.17 Measured interference pattern and momentum distributions in the case of momentum postselection [69].

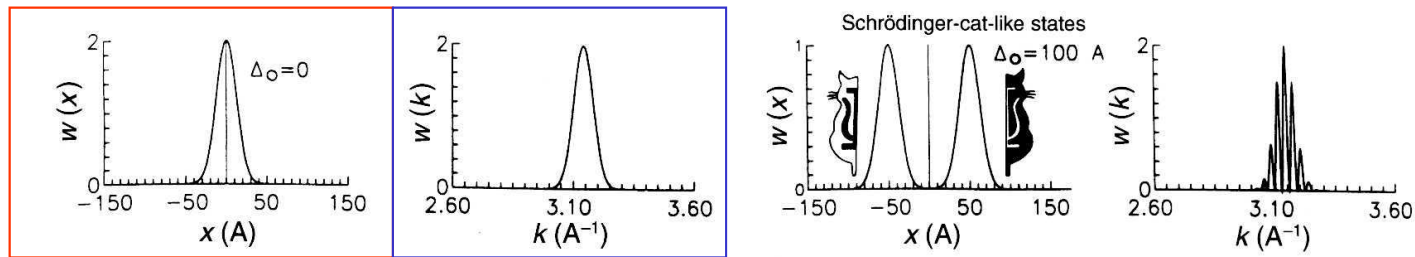
# Interpretace postselekčního experimentu



Intensita bez  
filtrace - už známe



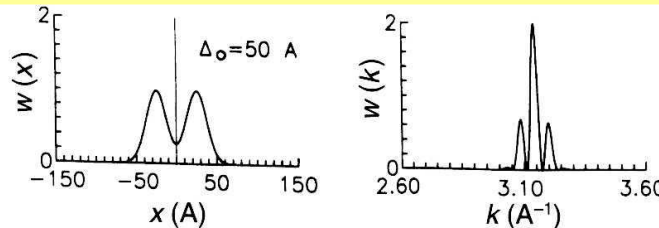
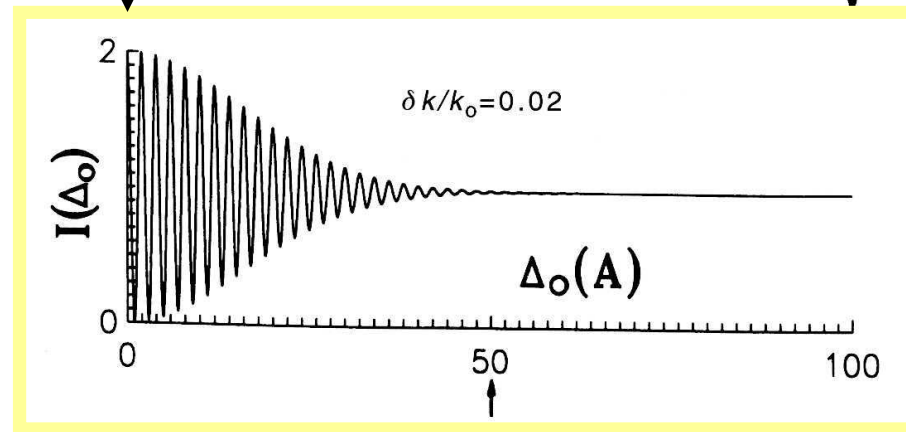
# Interpretace postselekčního experimentu



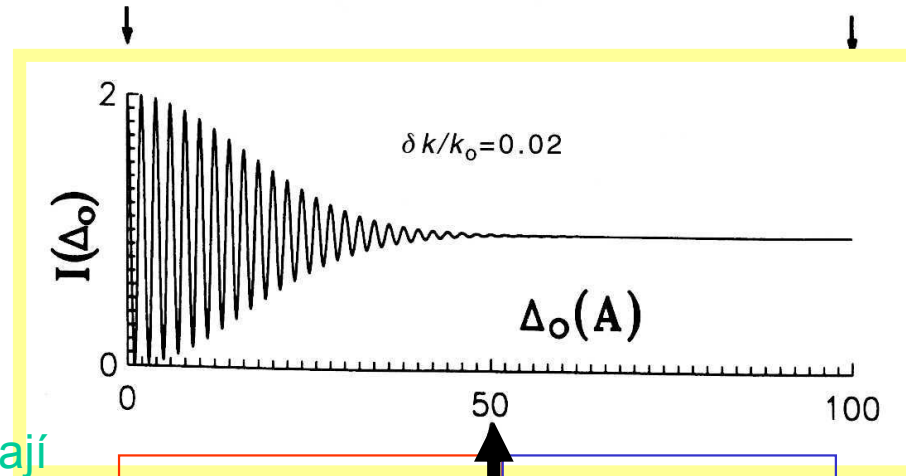
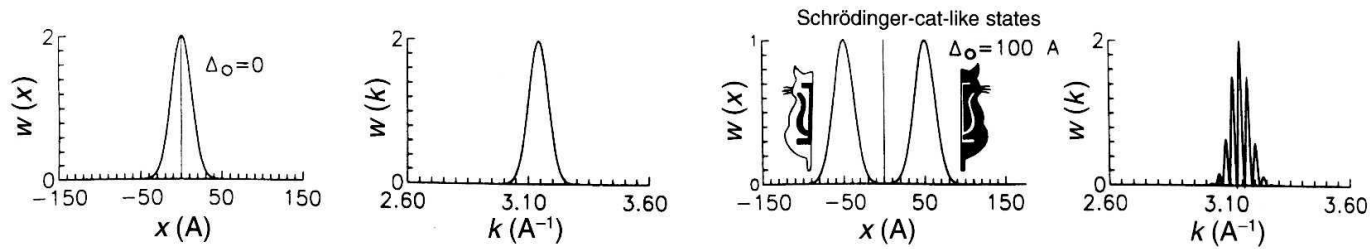
klubka splývají

Gaussovské klubko  
o šíři 50 Å posunuto  
o 0 Å

odpovídá  
Gaussovské  
rozložení hybnosti  
kolem střední  
hodnoty



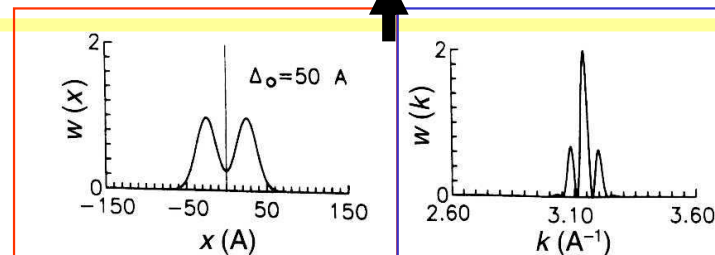
# Interpretace postselekčního experimentu



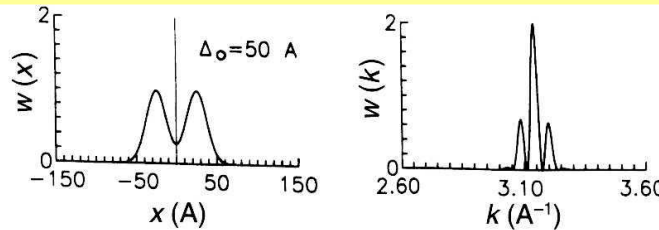
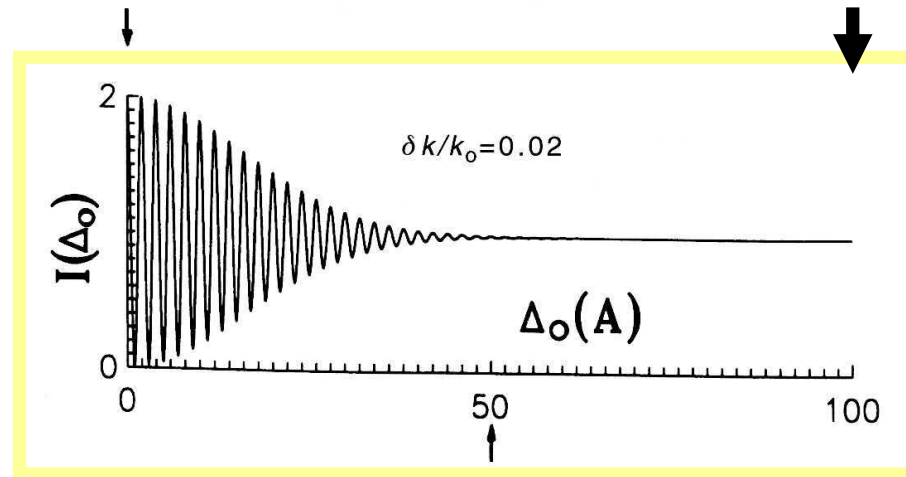
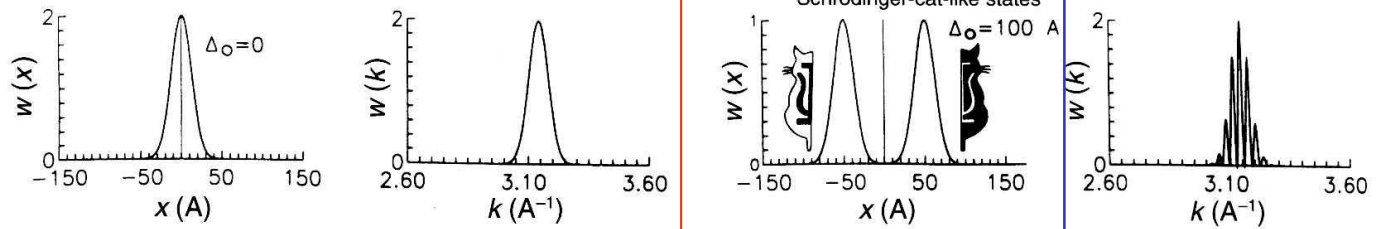
klubka se ještě  
podstatně překrývají

Gaussovská klubka  
o šíři  $50 \text{ \AA}$  posunuta  
také o  $50 \text{ \AA}$

odpovídá oscilující  
rozložení hybnosti  
kolem střední  
hodnoty; obálka je  
stále týž Gauss



# Interpretace postselekčního experimentu



klubka se nepřekrývají  
a neinterferují spolu

Gaussovská klubka o  
šíři 50Å posunuta  
o 100Å

odpovídá silně  
oscilující rozložení  
hybnosti kolem střední  
hodnoty; obálka je  
stále týž Gauss, avšak  
filtrování bude stále  
náročnější

*Autoři označují obě klubka  
jako stavy Schrödingerovy  
kočky; to má význam  
spíše reklamní*

## Proč impulsové rozdělení osciluje

$$\Psi_1(x, t) + \Psi_2(x, t) =$$

$$= e^{i(k_0 x - \omega(k_0) t)} \int \frac{dq}{2\pi} \cdot \underbrace{a(q) \cdot \left(1 + e^{i\Delta\Phi(k_0)} e^{iq \cdot \frac{d}{dk} \Delta\Phi(k_0)}\right)}_{\text{měřené rozdělení hybností}} e^{iq(x - v_0 t)}$$
$$2|a(q)|^2 \cdot [1 + \cos(q\Delta x + \Delta\Phi(k_0))]$$

rozdělení hybností =  
Gaussovka × oscilující faktor

Rychlost oscilací je přímo úměrná prostorové vzdálenosti obou klubek



## Proč se obnoví interferenční obrazec

$$\Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t) = e^{i(k_0x - \omega(k_0)t)} \int \frac{dq}{2\pi} \cdot a(q) \cdot (1 + e^{i\Delta\Phi(k_0)} e^{iq \cdot \Delta x}) e^{iq(x - v_0t)}$$

***filtrace*** →

$$e^{i(k_0x - \omega(k_0)t)} \int \frac{dq}{2\pi} \cdot \underset{\uparrow}{a_F(q)} \cdot a(q) \cdot (1 + e^{i\Delta\Phi(k_0)} e^{iq \cdot \Delta x}) e^{iq(x - v_0t)}$$

okno filtru

Okno filtru je úzké a tak se naopak zvětší koherenční délka a může být splněna

**PODMÍNKA INTERFERENCE :**

$$\delta_F k \ll \delta k$$

$$\delta_F s = \frac{1}{\delta_F k} > \Delta x \equiv \frac{d}{dk} \Delta\Phi(k_0) > \frac{1}{\delta k} = \delta s$$

## *Proč tomu říkají „stavy Schrödingerovy kočky“*

trochu nadnesené

Máme klubko rozdělené experimentem na dvě části,

natolik, že

nepozorujeme již interferenci,

v principu ale stále ještě kvantově koherentní!!

*Postselekční experiment prokazuje, že  
vzájemná koherence je stále zachována,  
záleží jen na otázce, kterou položíme*

*The end*