

MF002 Stochastická analýza jaro 2013

Ondřej Pokora (pokora@math.muni.cz)

Ústav matematiky a statistiky, Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

aktualizace 19.02.2013



Informace k předmětu

- ▶ Průběh cvičení: počítání u tabule (stochastické diferenciální rovnice, martingaly), později na počítači v programu **R** (<http://www.r-project.org>), ideálně v prostředí **RStudio** (<http://www.rstudio.com>)
- ▶ Podmínky cvičení: docházka, odevzdané vyřešené domácí úkoly a projekt (bude specifikováno na cvičeních v průběhu semestru)
- ▶ Zkouška: písemná (příklady) a ústní (teorie)
- ▶ V pondělí 20. května 2013 bude výuka (přednáška i cvičení) podle střeďečního rozvrhu!

Literatura (1)

- ▶ Melicherčík, Igor – Olšarová, Ladislava – Úradníček, Vladimír: **Kapitoly z finančnej matematiky**. Miroslav Mračko, 2005.
- ▶ Ševčovič, Daniel – Stehlíková, Beáta – Mikula, Karol: **Analytické a numerické metódy oceňovania finančných derivátov**. Nakladateľstvo STU, 2009.
- ▶ Ševčovič, Daniel – Stehlíková, Beáta – Mikula, Karol: **Analytical and numerical methods for pricing financial derivatives**. Nova Science Publishers, 2011.
- ▶ Kolář, Martin: **Stochastická analýza – výukové materiály k MF002**. Z veľkej časti pokrýva prednášky, ale jde o rozpracovanou verzi, ktorá môže obsahovať chyby!

Literatura (2)

- ▶ Karatzas, Ioannis – Shreve, Steven E.: **Brownian motion and stochastic calculus**. Springer, 1988.
- ▶ Karatzas, Ioannis – Shreve, Steven E.: **Methods of mathematical finance**. Springer, 1998.
- ▶ Kloeden, Peter E. – Platen, Eckhard: **Numerical Solution of Stochastic Differential Equations**. Springer, 1992.
- ▶ Kloeden, Peter E. – Platen, Eckhard – Schurz, Henri: **Numerical solution of SDE through computer experiments**. Springer, 1994.
- ▶ Hull, John: **Options, futures & other derivatives**. 5th ed., Prentice Hall, 2003.
- ▶ Etheridge, Alison: **Financial Calculus**. Cambridge University Press, 2002.
- ▶ Higham, Desmond J.: **An Introduction to Financial Option Valuation**. Cambridge University Press, 2004.
- ▶ Øksendal, Bernt: **Stochastic differential equations – an introduction with applications**. 6th ed., Springer, 2005.

Osnova

- ▶ Náhodné procesy a jejich vlastnosti, L_2 prostor – Hilbertův prostor, Fourierova transformace, generující funkce pro náhodné veličiny
- ▶ Wienerův proces (Brownův pohyb), jeho konstrukce a vlastnosti
- ▶ Lineární a kvadratická variace
- ▶ Stochastický integrál – Itôův a Stratonovichův, stochastický diferenciál
- ▶ Itôův proces a jeho vlastnosti, Itôovo lemma
- ▶ Stochastické diferenciální rovnice a jejich řešení
- ▶ Martingaly, věta o martingalové reprezentaci
- ▶ Změna pravděpodobnostní míry, Radonova-Nikodymova derivace, Cameronova-Martinova věta, Girsanovova věta
- ▶ Blackův-Scholesův vzorec pro evropskou opci
- ▶ Oceňování binární bariérové opce
- ▶ Markovské procesy se spojitým časem, difúzní proces, Ornsteinův-Uhlenbeckův proces
- ▶ Stochastická interpretace rovnice difúze a Laplaceovy rovnice, Feynmanova-Kacova věta, Blackova-Scholesova parciální diferenciální rovnice

Něco z historie (1)

- ▶ **Robert Brown** (Skotsko, 1773–1858): botanik, 1827 pozoroval pohyb pylových zrn
- ▶ **Thorvald Nicolai Thiele** (Dánsko, 1838–1910): astronom, pojistný matematik, 1880 první matematický popis Brownova pohybu
- ▶ **Louis Jean-Baptiste Alphonse Bachelier** (Francie, 1870–1946): matematik, 1900 v článku *The theory of speculation* o analýze akciového trhu a opcích první model Brownova pohybu
- ▶ **Albert Einstein** (Německo, 1879–1955): teoretický fyzik (obecná teorie relativity), zakladatel statistické fyziky, 1905 v jednom ze 4 nejslavnějších článků použil Brownův pohyb, 1921 Nobelova cena
- ▶ **Paul Pierre Lévy** (Francie, 1886–1971): matematik, matematicky popsal martingaly (původně sázková strategie ve Francii v 18. stol.)
- ▶ **Norbert Wiener** (USA, 1894–1964): matematik (MIT), první důkaz o nediferencovatelnosti Brownova pohybu
- ▶ **Robert Horton Cameron** (USA, 1908–1989): matematik (Princeton, MIT)
- ▶ **William Ted Martin** (USA, 1911–2004): matematik (Princeton, MIT)

Něco z historie (2)

- ▶ **Richards Phillips Feynman** (USA, 1918–1988): teoretický fyzik (MIT, Princeton, Caltech), armádní Manhattan Project, 1965 Nobelova cena
- ▶ **Mark Kac** (Polsko, 1914–1984): matematik – teorie pravděpodobnosti (Lwów), od 1938 v USA (Cornell)
- ▶ **Joseph Leo Doob** (USA, 1910–2004): matematik (Columbia, Princeton, Illinois), zavedl teorii martingalů
- ▶ **Kiyoshi Itô** (Japonsko, 1915–2008): matematik (Kyoto), Itôův kalkulus, aplikace ve finanční matematice
- ▶ **Paul Malliavin** (Francie, 1925–2010): matematik, variační kalkulus pro stochastické procesy
- ▶ **Ruslan Leont'evich Stratonovich** (Rusko, 1930–1997): fyzik, inženýr, Stratonovichův kalkulus
- ▶ **Igor Vladimirovich Girsanov** (Rusko, 1934–1967): matematik (MGU)
- ▶ **Zbigniew Ciesielski** (Polsko, 1934): matematik (polská akademie věd), 1960 konstrukce Brownova pohybu

Něco z historie (3)

- ▶ **Fischer Black** (USA, 1938–1995): ekonom, aplikovaná matematika, 1973 v článku The Pricing of Options and Corporate Liabilities Blackova-Scholesova rovnice, Blackův-Scholesův-Mertonův vzorec
- ▶ **Myron Scholes** (Kanada–USA, 1941): ekonom, 1973 v článku The Pricing of Options and Corporate Liabilities Blackova-Scholesova rovnice, Blackův-Scholesův-Mertonův vzorec, 1997 Nobelova cena
- ▶ **Robert C. Merton** (USA, 1944): ekonom, 1971 článek Theory of rational option pricing, Blackův-Scholesův-Mertonův vzorec, 1997 Nobelova cena