Seminární práce

Nashova rovnováha a její aplikace

Martin Diviš

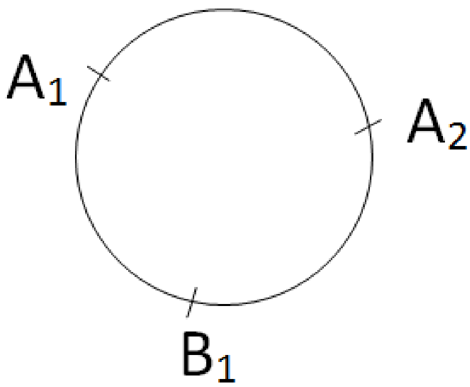
Cílem práce je odpovědět na otázku, zda firmy produkující více výrobků chtějí držet portfolio s blízkými či vzdálenějšími substituty. Otázka bude řešena v rámci Salopova modelu výrobkové diferenciace, který bude obohacen o možnost firem produkovat více výrobků.

Příklad chovaní firem na oligopolních trzích

Moje práce má praktické využití na oligopolních trzích. Jako příklad uvedu francouzský trh s minerální vodou. Předpokládejme, že firmy si budou držet blízké substituty jako v tomto příkladě. Jak dále zjistíme s mých výpočtů, tak firmy se budou stejně rozhodovat i v mém modelu. Intuitivně lze toto vysvětlit, tím že kdyby firmy měly vzdálené substituty, tak by si silněji konkurovaly, musely snížit cenu, což by negativně ovlivnilo jejich ekonomický zisk.

Náš ilustrační případ se odehrál v roce 1992, kdy se firma Nestlé snažila získat firmu Perrier, která spolu s firmou BSN (od roku 1994 Danone) byla hlavním hráčem na trhu s minerální vodou. Firma Perrier vlastnila následující značky Volvic, Contrex, Vichy-St-Yorre and Vichy Celestins. Firma BSN podporovala nabídku Nestlé za podmínky, že se Nestlé zbaví značky Volvic, která byla v portfoliu firmy Perrier. Perrier brzo na toto upozornil Evropskou komisi pro ochranu soutěže. Zanedlouho Evropská komise dovolila Nestlé převzít Perrier za podmínky, že by měla prodat část svého portfolia s minerální vodou nějaké třetí firmě. Následně Nestlé prodalo část svého portfolia firmě Castel. Odvětvová industrializace vytvořila místo na trhu pro třetího hlavního hráče. Nejprve se dohodlo Nestlé s BSN a BSN převzalo značku Volvic, která je přímým substitutem jejich značky Evian. Volvic a Evian díky svému minerálnímu složení jsou vhodné pro těhotné ženy a novorozence. Značky, které Nestlé přenechalo firmě Castel, byly docela rozdílné od značek, které si Nestlé rozhodlo nechat. Nestlé se rozhodlo prodat značky Vichy-Celestins a Vichy-St-Yorre a převzalo pod kontrolu Contrex. Tato značka je přímým substitutem jejich značky Vittel. Nestlé se vzdalo části trhu ve prospěch konkurentů a Evropské komisi se podařilo zamezit vzniku duopolu. Evropská komise ale nezamezila Nestlé a BSN uskutečnit jejich tržní plán. Tyto firmy dosáhly reorganizaci značek takové formy portfolia, která se skládala s blízkých substitutů. O toto se budou snažit i firmy v mých modelech, což bude dokázáno níže.

Model se dvěma pobočkami firmy A a jednou pobočkou firmy B.



Ilustrační obrázek situace

Danou situaci budu modelovat pomocí Salopova modelu. V Salopově modelu se spotřebitelé mohou pohybovat pouze po kružnici, což si můžeme představit, jako kdybychom měli uprostřed města jezero a transportní náklady na převoz byly příliš vysoké. Budeme počítat s lineárními transportními náklady. Spotřebitelé jsou rovnoměrně rozmístěni po kružnici s obvodem jedna. V prvním modelu máme firmu A, která má dvě pobočky a firmu B, která má jen jednu pobočku. Každá pobočka je umístěna ve vzdálenosti jedna třetina od jiné pobočky, tedy jsou na kružnici rovnoměrně rozděleny. Firmy produkují výrobky, které jsou zcela identické a diferencovat se můžou díky různého umístění svých poboček na kruhu. Jako analogii tohoto problému si můžeme představit situaci, že bychom zanedbali jakékoliv transportní náklady a firmy místo umístění na kružnici určovaly diferenciaci svého produktu. V modelech budu hledat Nashovou rovnováhu, což je situace, kdy se firma chová optimálně při daném chování jiné firmy. Tedy firmy nebudou měnit svou optimální cenu.

Nejdříve odvodíme poptávku po produkci firmy A_1. Spotřebitelé se rozhodují podle ceny $\boldsymbol{p}$ a součinem transportních nákladů $\boldsymbol{t}$ a vzdálenosti neboli množstvím $\boldsymbol{x_1}$. Mezní náklady jsou $\boldsymbol{c}$. Fixní náklady budou nulové. Najdeme spotřebitele, který je indiferentní mezi cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti první pobočky a cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti druhé pobočky neboli A_2.

$$p_1 + tx_1 = p_2 + t\left(\frac{1}{3} - x_1\right)$$

Taky najdeme spotřebitele, který je indiferentní mezi cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti první pobočky a cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti třetí pobočky neboli B_1.

$$p_1 + tx_1 = p_3 + t\left(\frac{1}{3} - x_1\right)$$

Z obou rovnic si vyjádříme množství $\boldsymbol{x_1}$:

$$x_1 = \frac{p_2 + \frac{1}{3}t - p_1}{2t}$$

$$x_1 = \frac{p_3 + \frac{1}{3}t - p_1}{2t}$$

Sečtením těchto rovnic dostáváme poptávku spotřebitelů po produkci firmy A_1.

$$x_1 = \frac{p_2 + p_3 + \frac{2}{3}t - 2p_1}{2t}$$

Analogicky odvodíme poptávku po produkci dalších poboček:

$$x_2 = \frac{p_1 + p_3 + \frac{2}{3}t - 2p_2}{2t}$$

$$x_3 = \frac{p_1 + p_2 + \frac{2}{3}t - 2p_3}{2t}$$

Zisk firmy je rozdíl mezi příjmy a náklady. Při nulových fixních nákladech je to rozdíl mezi cenou a mezními náklady to celé krát množství. Ziskové funkce tedy budou ve tvaru:

$$\prod_A = (p_1 - c)\left(\frac{p_2 + p_3 + \frac{2}{3}t - 2p_1}{2t}\right) + (p_2 - c)\left(\frac{p_1 + p_3 + \frac{2}{3}t - 2p_2}{2t}\right)$$

$$\prod_B = (p_3 - c)\left(\frac{p_1 + p_2 + \frac{2}{3}t - 2p_3}{2t}\right)$$

Maximum ziskových funkci najdeme v bodě, kde se první derivace rovná nule. Budeme tedy ziskovou funkci firmy A parciálně derivovat podle $\boldsymbol{p_1}, \boldsymbol{p_2}$. A ziskovou funkci firmy B derivovat podle $\boldsymbol{p_3}$. Jedná se opravdu o maximální zisk, jelikož matice druhých parciálních derivací ziskové funkce firmy A je negativně definitní, protože první hlavní minor je menší než nula a druhý je větší než nula, viz matice parciálních derivaci

$$A=\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Hlavní minor je determinant z libovolné submatice A, který je navíc vybrán ze stejných řádků a sloupců. Druhá derivace ziskové funkce firmy B je -4, což je menší než nula, proto se jedná o maximum. Jednotlivé rovnice jsou reakční funkce daných poboček.

$$0 = 2p_2 + p_3 + \frac{2}{3}t - 4p_1 + c$$

$$0 = 2p_1 + p_3 + \frac{2}{3}t - 4p_2 + c$$

$$0 = p_1 + p_2 + \frac{2}{3}t - 4p_3 + 2c$$

Po vyřešení soustavy třech rovnic o třech neznámých zjistíme, že Nashova rovnováha je

$$p_1 = p_2 = \frac{5}{9}t + c, \qquad p_3 = \frac{4}{9}t + c$$

Což je optimální cena obou firem, kterou firmy nebudou měnit, protože by se jim zmenšil zisk. Cena obou firem je větší než mezní náklady a je závislá na transportních nákladech. Firma A má cenu vyšší než firma B, protože zákaznici mezi pobočkami a blízko poboček firmy A jsou donuceni vysokými transakčními náklady nakupovat u firmy A.

Dosazením do poptávkových rovnic nám vyjde množství, které budou spotřebitelé poptávat od daných poboček.

$$x_1 = x_2 = \frac{5}{18}, \qquad x_3 = \frac{4}{9}$$

Součet celkového množství musí být stejný jako obvod kružnice tedy jedna, což je splněno. Pobočku firmy B využívá více spotřebitelů, protože díky menší ceně přiláká více spotřebitelů mezi konkurenčními pobočkami.

Dosazením množství a ceny do ziskových funkci zjistíme, že

$$\prod_A = \frac{25}{81}t \cong 0{,}309t$$

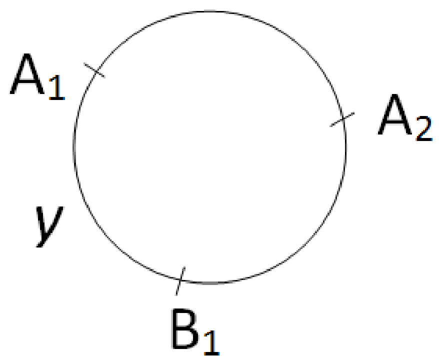
$$\prod_B = \frac{16}{81}t \cong 0{,}198t$$

Zisk závisí na transportních nákladech, tedy čím jsou vyšší transportní náklady, tím mají firmy vyšší zisk.

Výběr umístění druhé pobočky firmy B

Opět budeme předpokládat, že na trhu jsou dvě firmy. Firma A má dvě pobočky a firma B má jednu pobočku. Všechny pobočky jsou od sebe stejně vzdáleny ve vzdálenosti jedna třetina. Nyní se rozhoduje firma B, kde umístí druhou pobočku. Má dvě možnosti. Buď svou pobočku umístí někde mezi svou pobočku a soupeřící pobočku, což si můžeme představit, jako když při tvorbě svého portfolia zboží zvolí blízký substitut. Nebo svou pobočku umístí mezi dvě soupeřící pobočky firmy A, což je jako když při tvorbě svého portfolia zboží zvolí vzdálený substitut.

Umístění pobočky u své pobočky neboli blízký substitut



Ilustrační obrázek situace

Teď hledáme libovolné místo na kružnici mezi pobočkami A_1 a B_1. Zavedeme si další parametr ***y***, který nám určuje vzdálenost mezi soupeřící pobočkou a přátelskou pobočkou. Tento parametr může nabývat hodnot z intervalu $\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

Nejdříve odvodíme poptávku po produkci firmy A_1. Najdeme spotřebitele, který je indiferentní mezi cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti první pobočky a cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti druhé pobočky neboli A_2.

$$p_1 + tx_1 = p_2 + t\left(\frac{1}{3} - x_1\right)$$

Taky najdeme spotřebitele, který je indiferentní mezi cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti první pobočky a cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti čtvrté pobočky neboli B_2, kterou firma B na trh právě umístila.

$$p_1 + tx_1 = p_4 + t(y - x_1)$$

Z obou rovnic si vyjádříme množství $\boldsymbol{x_1}$:

$$x_1 = \frac{p_2 + \frac{1}{3}t - p_1}{2t}$$

$$x_1 = \frac{p_4 + ty - p_1}{2t}$$

Sečtením těchto rovnic dostáváme poptávku spotřebitelů po produkci firmy A_1.

$$x_1 = \frac{p_2 + p_4 + \frac{1}{3}t - 2p_1 \ + ty}{2t}$$

Analogicky odvodíme poptávku po produkci dalších poboček:

$$x_2 = \frac{p_1 + p_3 + \frac{2}{3}t - 2p_2}{2t}$$

$$x_3 = \frac{p_2 + p_4 + \frac{2}{3}t - 2p_3 - ty}{2t}$$

$$x_4 = \frac{p_1 + p_3 + \frac{1}{3}t - 2p_4}{2t}$$

Zisk firmy je rozdíl mezi příjmy a náklady. Při nulových fixních nákladech je to rozdíl mezi cenou a mezními náklady to celé krát množství. Ziskové funkce tedy budou ve tvaru:

$$\prod_A \ = (p_1 - c)\left(\frac{p_2 + p_4 + \frac{1}{3}t - 2p_1 + ty}{2t}\right) + (p_2 - c)\left(\frac{p_1 + p_3 + \frac{2}{3}t - 2p_2}{2t}\right)$$

$$\prod_B \ = \ (p_3 - c)\left(\frac{p_2 + p_4 + \frac{2}{3}t - 2p_3 - ty}{2t}\right) + \ (p_4 - c)\left(\frac{p_1 + p_3 + \frac{1}{3}t - 2p_4}{2t}\right)$$

Maximum ziskových funkci najdeme v bodě, kde se první derivace rovná nule. Budeme tedy ziskovou funkci firmy A parciálně derivovat podle $\boldsymbol{p_1}, \boldsymbol{p_2}$**.** A ziskovou funkci firmy B parciálně derivovat podle $\boldsymbol{p_3}, \boldsymbol{p_4}$**.** Jedná se opravdu o maximální zisk, jelikož matice druhých parciálních derivací ziskové funkce firmy A je negativně definitní

$$A=\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Matice druhých parciálních derivací ziskové funkce firmy B je také negativně definitní

$$B=\begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$$

Jednotlivé rovnice jsou reakční funkce daných poboček.

$$0 = 2p_2 + p_4 + \frac{1}{3}t + ty - 4p_1 + c$$

$$0 = 2p_1 + p_3 + \frac{2}{3}t - 4p_2 + c$$

$$0 = p_2 + 2p_4 + \frac{2}{3}t - ty - 4p_3 + c$$

$$0 = p_1 + 2p_3 + \frac{1}{3}t - 4p_4 + c$$

Po vyřešení soustavy čtyřech rovnic o čtyřech neznámých zjistíme, že Nashova rovnováha je

$$p_1 = \frac{7}{15}t + c + \frac{4}{15}ty, \qquad p_2 = \frac{8}{15}t + c + \frac{1}{15}ty$$

$$p_3 = \frac{8}{15}t + c - \frac{4}{15}ty, \qquad p_4 = \frac{7}{15}t + c - \frac{1}{15}ty$$

Což je optimální cena obou firem. Cena obou firem je větší než mezní náklady a je závislá na transportních nákladech na parametru ***y***, který závisí na umístění druhé pobočky firmy B.

Dosazením do poptávkových rovnic nám vyjde množství, které budou spotřebitelé poptávat od daných poboček.

$$x_1 = \frac{1}{5} + \frac{7}{30}y, \qquad x_2 = \frac{3}{10} - \frac{1}{15}y$$

$$x_3 = \frac{3}{10} - \frac{7}{30}y, \qquad x_4 = \frac{1}{5} + \frac{1}{15}y$$

Součet celkového množství musí být stejný jako obvod kružnice tedy jedna, což je splněno. Dosazením množství a ceny do ziskové funkce firmy B zjistíme, že

$$\Pi_B = \frac{13}{225}ty^2 - \frac{14}{75}ty + \frac{19}{75}t$$

Firma B se snaží mít co největší zisk, takže provedeme maximalizaci podle y na intervalu $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. Tato funkce je konvexní, protože druhá derivace je větší než nula. Jelikož je tato funkce konvexní, tak maximum na tomto intervalu nalezneme v jednom z krajních bodů. Protože máme otevřený interval, tak vezmeme body 0 + ε a $\frac{1}{3}$ - ε, kde ε je libovolné kladné číslo, které se limitně blíží nule. Pro $\frac{1}{3}$ - ε dostáváme přibližně, že $\prod_B \cong 0{,}198t$, což je stejná situace jako kdyby firma B druhou pobočku vůbec neřizovala. Pro 0 + ε dostáváme, že

$$\prod_B = \frac{13}{225}t\varepsilon^2 - \frac{14}{75}t\varepsilon + \frac{19}{75}t$$

limitně

$$\prod_B = \frac{19}{75}t$$

Vidíme, že toto je maximální zisk firmy B .

Pro firmu A bude zisk

$$\prod_A = \frac{13}{225}ty^2 + \frac{11}{75}ty + \frac{19}{75}t$$

a když firma B bude maximalizovat zisk tedy y=0 + ε

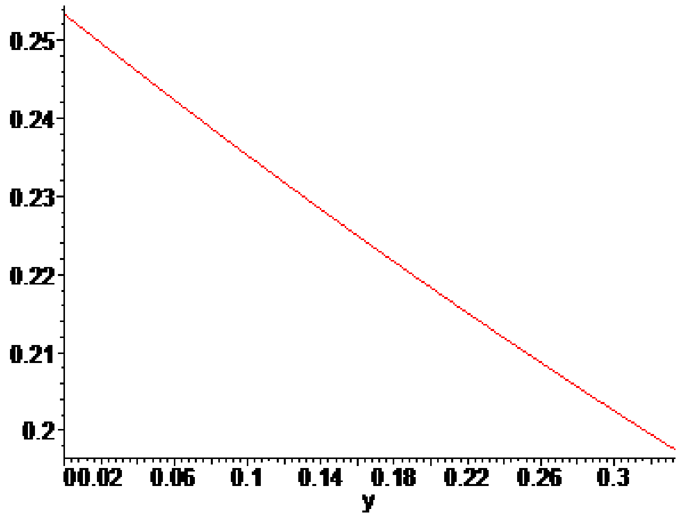
$$\prod_A = \frac{13}{225}t\varepsilon^2 + \frac{11}{75}t\varepsilon + \frac{19}{75}t$$

limitně

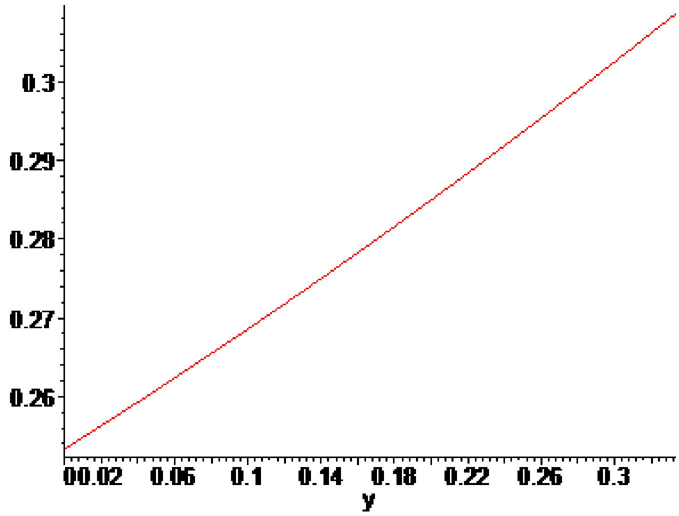
$$\prod_A = \frac{19}{75}t$$

Firma B postaví pobočku hned vedle firmy A, protože zde bude mít největší zisk, což přibližně je 0,253t.

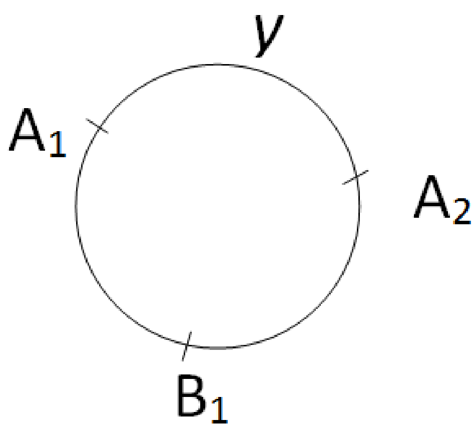
Zisk firmy B závislý na y vidíme v následujícím grafu:



Zisk firmy A závislý na y vidíme v následujícím grafu:



Umístění pobočky mezi konkurentovy pobočky neboli vzdálený substitut



Ilustrační obrázek situace

Teď hledáme libovolné místo na kružnici mezi pobočkami A_1 a A_2. Zavedeme si znovu parametr ***y***, který nám určuje vzdálenost mezi soupeřící pobočkou A_1 a soupeřící pobočkou $A_{2.}$ Tento parametr může nabývat hodnot z intervalu $\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

Nejdříve odvodíme poptávku po produkci firmy A_1. Najdeme spotřebitele, který je indiferentní mezi cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti první pobočky a cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti čtvrté pobočky neboli B_2, kterou firma B na trh právě umístila.

$$p_1 + tx_1 = p_4 + t(y - x_1)$$

Taky najdeme spotřebitele, který je indiferentní mezi cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti první pobočky a cenou a součinem transportních nákladů a vzdálenosti třetí pobočky neboli B_1.

$$p_1 + tx_1 = p_3 + t\left(\frac{1}{3} - x_1\right)$$

Z obou rovnic si vyjádříme množství $\boldsymbol{x_1}$:

$$x_1 = \frac{p_4 + ty - p_1}{2t}$$

$$x_1 = \frac{p_3 + \frac{1}{3}t - p_1}{2t}$$

Sečtením těchto rovnic dostáváme poptávku spotřebitelů po produkci firmy A_1.

$$x_1 = \frac{p_3 + p_4 + \frac{1}{3}t - 2p_1 + ty}{2t}$$

Analogicky odvodíme poptávku po produkci dalších poboček:

$$x_2 = \frac{p_3 + p_4 + \frac{2}{3}t - ty - 2p_2}{2t}$$

$$x_3 = \frac{p_1 + p_2 + \frac{2}{3}t - 2p_3}{2t}$$

$$x_4 = \frac{p_1 + p_2 + \frac{1}{3}t - 2p_4}{2t}$$

Zisk firmy je rozdíl mezi příjmy a náklady. Při nulových fixních nákladech je to rozdíl mezi cenou a mezními náklady to celé krát množství. Ziskové funkce tedy budou ve tvaru:

$$\prod_A = (p_1 - c)\left(\frac{p_3 + p_4 + \frac{1}{3}t + ty - 2p_1}{2t}\right) + (p_2 - c)\left(\frac{p_3 + p_4 + \frac{2}{3}t - ty - 2p_2}{2t}\right)$$

$$\prod_B = (p_3 - c)\left(\frac{p_1 + p_2 + \frac{2}{3}t - 2p_3}{2t}\right) + (p_4 - c)\left(\frac{p_1 + p_2 + \frac{1}{3}t - 2p_4}{2t}\right)$$

Maximum ziskových funkci najdeme v bodě, kde se první derivace rovná nule. Budeme tedy ziskovou funkci firmy A parciálně derivovat podle $\boldsymbol{p_1}, \boldsymbol{p_2}$. A ziskovou funkci firmy B parciálně derivovat podle $\boldsymbol{p_3}, \boldsymbol{p_4}$. Jedná se opravdu o maximální zisk, jelikož matice druhých parciálních derivací ziskové funkce firmy A je negativně definitní

$$A=\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Matice druhých parciálních derivací ziskové funkce firmy B je také negativně definitní

$$B=\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$$

Jednotlivé rovnice jsou reakční funkce daných poboček.

$$0 = p_3 + p_4 + \frac{1}{3}t + ty - 4p_1 + 2c$$

$$0 = p_3 + p_4 + \frac{2}{3}t - ty - 4p_2 + 2c$$

$$0 = p_1 + p_2 + \frac{2}{3}t - 4p_3 + 2c$$

$$0 = p_1 + p_2 + \frac{1}{3}t - 4p_4 + 2c$$

Po vyřešení soustavy čtyřech rovnic o čtyřech neznámých zjistíme, že Nashova rovnováha je

$$p_1 = \frac{5}{24}t + \frac{1}{4}ty + c, \qquad p_2 = \frac{7}{24}t - \frac{1}{4}ty + c$$

$$p_3 = \frac{7}{24}t + c, \qquad p_4 = \frac{5}{24}t + c$$

Což je optimální cena obou firem. Cena obou firem je větší než mezní náklady a je závislá na transportních nákladech na parametru $\boldsymbol{y}$, který závisí na umístění druhé pobočky firmy B.

Dosazením do poptávkových rovnic nám vyjde množství, které budou spotřebitelé poptávat od daných poboček.

$$x_1 = \frac{5}{24} + \frac{y}{4}, \qquad x_2 = \frac{7}{24} - \frac{y}{4},$$

$$x_3 = \frac{7}{24}, \qquad x_4 = \frac{5}{24}$$

Součet celkového množství musí být stejný jako obvod kružnice tedy jedna, což je splněno. Dosazením množství a ceny do ziskový funkci zjistíme, že

$$\prod_A = \frac{1}{8}ty^2 - \frac{1}{24}\,ty + \frac{37}{288}t$$

$$\prod_B = \frac{37}{288}t \cong 0{,}128t$$

Nyní zisk firmy B nezávisí na parametru ***y***, takže zisk firmy B nezávisí na tom, kde mezi pobočky firmy A umístí svou pobočku. Z výpočtů jsme zjistili, že zisk firmy B po zřízení druhé pobočky poklesnul, takže firma B neumístí svou pobočku mezi konkurentovy pobočky. Myslím si, že je to tím, že když jsou soupeřící pobočky mezi sebou, tak si více konkurují a snižují cenu, což má negativní vliv na zisk. Tímto jsme dokázali, že pro firmu B je výhodnější si vytvořit portfolio s blízkými substituty než portfolio se vzdálenými substituty.

Použité zdroje:

The theory of industrial organization – Jean Tirole

Multiproduct Firm Behavior in a Differentiated Market- H.Hammoudi, M.Mokrane