

# Statistické testování



# Statistické testování – základní pojmy



➤ Nulová hypotéza  $H_0$

$H_0$ : sledovaný efekt je nulový

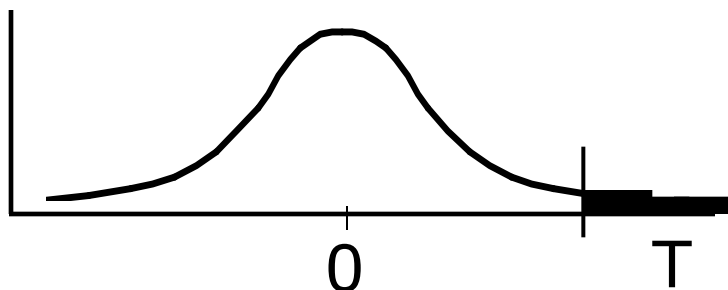
➤ Alternativní hypotéza  $H_A$

$H_A$ : sledovaný efekt je různý mezi skupinami

➤ Testová statistika

$$\text{Testová statistika} = \frac{\text{Pozorovaná hodnota} - \text{Očekávaná hodnota}}{\text{Variabilita dat}} * \sqrt{\text{Velikost vzorku}}$$

➤ Kritický obor testové statistiky

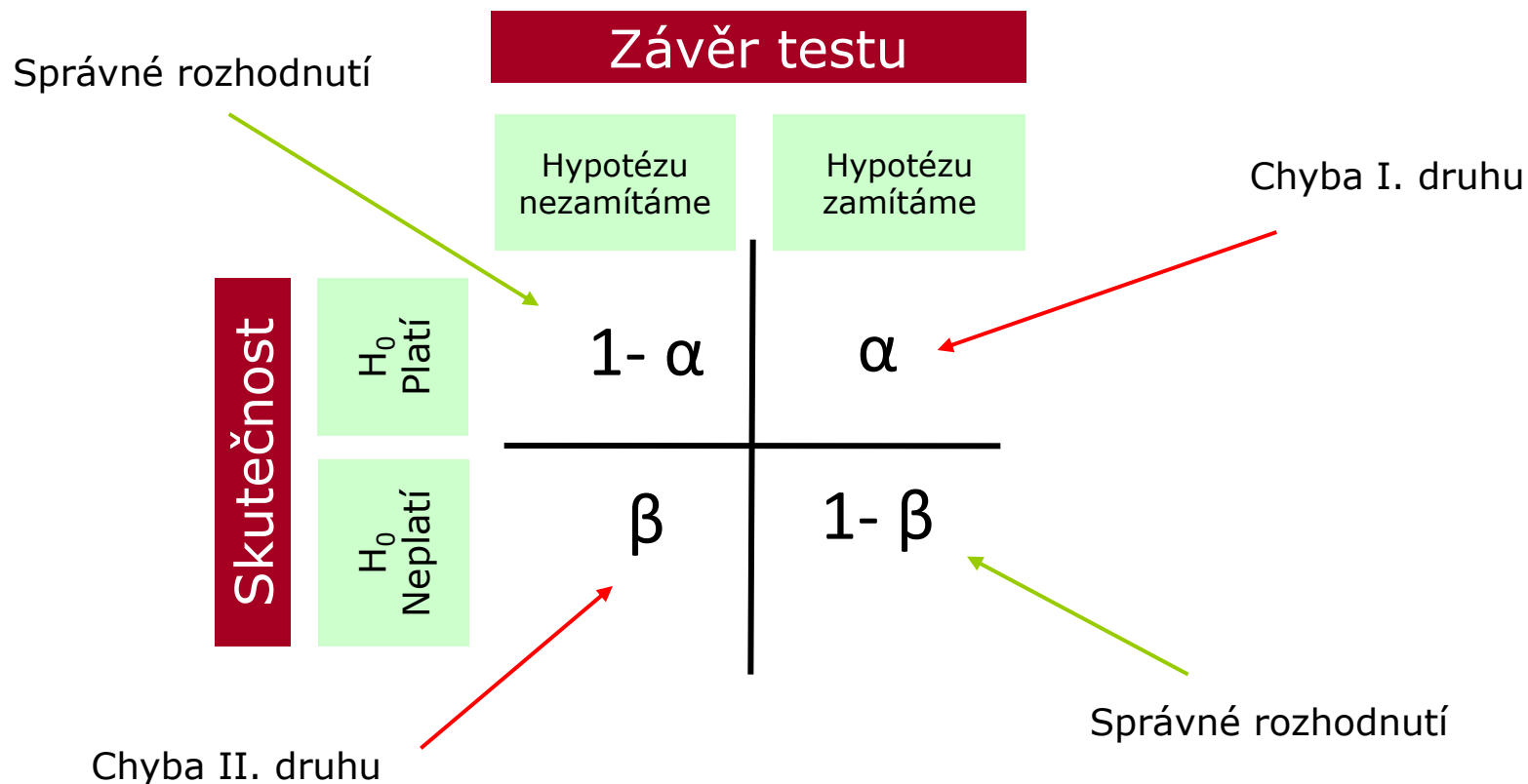


Statistické testování odpovídá na otázku zda je pozorovaný rozdíl náhodný či nikoliv. K odpovědi na otázku je využit statistický model – testová statistika.

# Možné chyby při testování hypotéz



- I přes dostatečnou velikost vzorku a kvalitní design experimentu se můžeme při rozhodnutí o zamítnutí/nezamítnutí nulové hypotézy dopustit chyby.



# Význam chyb při testování hypotéz



Pravděpodobnost chyby 1. druhu

$\alpha$

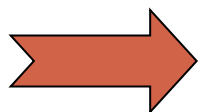


Pravděpodobnost nesprávného zamítnutí nulové hypotézy



Pravděpodobnost chyby 2. druhu

$\beta$

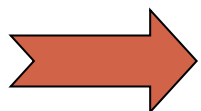


Pravděpodobnost nerozpoznání neplatné nulové hypotézy



Síla testu

$1-\beta$



Pravděpodobnostně vyjádřená schopnost rozpoznat neplatnost hypotézy

# P-hodnota



Významnost hypotézy hodnotíme dle získané tzv. p-hodnoty, která vyjadřuje pravděpodobnost, s jakou číselné realizace výběru podporují  $H_0$ , je-li pravdivá. P-hodnotu porovnáme s  $\alpha$  (hladina významnosti, stanovujeme ji na 0,05, tzn., že připouštíme 5 % chybu testu, tedy, že zamítneme  $H_0$ , ačkoliv ve skutečnosti platí).

P-hodnotu získáme při testování hypotéz ve statistickém softwaru.

- Je-li p-hodnota  $\leq \alpha$ , pak  $H_0$  zamítáme na hladině významnosti  $\alpha$  a přijímáme  $H_A$ .
- Je-li p-hodnota  $> \alpha$ , pak  $H_0$  nezamítáme na hladině významnosti  $\alpha$ .

P-hodnota vyjadřuje pravděpodobnost za platnosti  $H_0$ , s níž bychom získali stejnou nebo extrémnější hodnotu testové statistiky.

# Parametrické vs. neparametrické testy



## Parametrické testy

- Mají předpoklady o rozložení vstupujících dat (např. normální rozložení)
- Při stejném  $N$  a dodržení předpokladů mají vyšší sílu testu než testy neparametrické
- Pokud nejsou dodrženy předpoklady parametrických testů, potom jejich síla testu prudce klesá a výsledek testu může být zcela chybný a nesmyslný

## Neparametrické testy

- Nemají předpoklady o rozložení vstupujících dat, lze je tedy použít i při asymetrickém rozložení, odlehlých hodnotách, či nedetekovatelném rozložení
- Snížená síla těchto testů je způsobena redukcí informační hodnoty původních dat, kdy neparametrické testy nevyužívají původní hodnoty, ale nejčastěji pouze jejich pořadí

# One-sample vs. two sample testy



## Jednovýběrové testy (one-sample)

- Srovnávají jeden vzorek (one sample, jednovýběrové testy) s referenční hodnotou (popřípadě se statistickým parametrem cílové populace).
- V testu je tedy srovnáváno rozložení hodnot (vzorek) s jediným číslem (referenční hodnota, hodnota cílové populace).
- Otázka položená v testu může být vztažena k průměru, rozptylu, podílu hodnot i dalším statistickým parametrům popisujícím vzorek.

## Dvouvýběrové testy (two-sample)

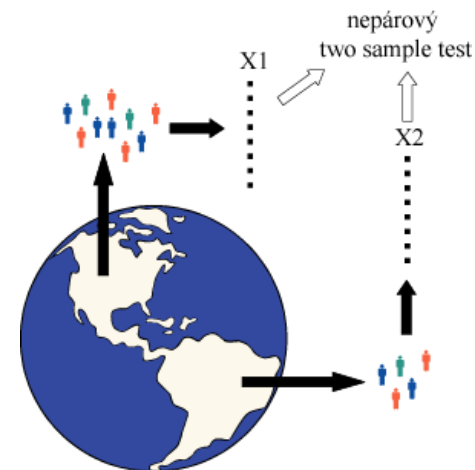
- Srovnávají navzájem dva vzorky (two sample, dvouvýběrové testy).
- V testu jsou srovnávány dvě rozložení hodnot.
- Otázka položená v testu může být opět vztažena k průměru, rozptylu, podílu hodnot i dalším statistickým parametrům popisujícím vzorek.
- Kromě testů pro dvě skupiny hodnot existují samozřejmě i testy pro více skupin dat.

# Nepárový vs. párový design



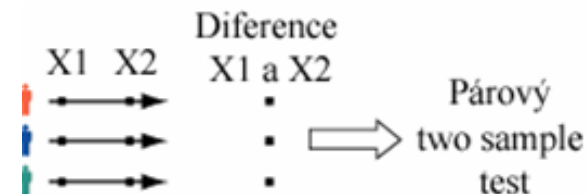
## Nepárový design

- Skupiny srovnávaných dat jsou na sobě zcela nezávislé (též nezávislý, independent design), např. lidé z různých zemí, nezávislé skupiny pacientů s odlišnou léčbou atd.
- Při výpočtu je nezbytné brát v úvahu charakteristiky obou skupin dat



## Párový design

- Mezi objekty v srovnávaných skupinách existuje vazba, daná např. člověkem před a po operaci, reakce stejného kmene krys atd.
- Vazba může být buď přímo dána nebo pouze předpokládána (v tom případě je nutné ji ověřit)
- Test je v podstatě prováděn na diferencích skupin, nikoliv na jejich původních datech





# Statistické testy a normalita dat



- Normalita dat je jedním z předpokladů tzv. parametrických testů (testů založených na předpokladu nějakého rozložení) – např. *t*-testy
- Pokud data nejsou normální, neodpovídají ani modelovému rozložení, které je použito pro výpočet (*t*-rozložení) a test tak může lhát
- Řešením je tedy:
  - Transformace dat za účelem dosažení normality jejich rozložení
  - Neparametrické testy – tyto testy nemají žádné předpoklady o rozložení dat

Typ srovnání	Parametrický test	Neparametrický test
2 skupiny dat nepárově:	Nepárový <i>t</i> -test	Mann-Whitneyův test
2 skupiny dat párově:	Párový <i>t</i> -test	Wilcoxonův test znaménkový test
Více skupin nepárově:	ANOVA	Kruskal- Wallisův test
Korelace:	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient Kendallův koeficient

# Shrnutí statistických testů

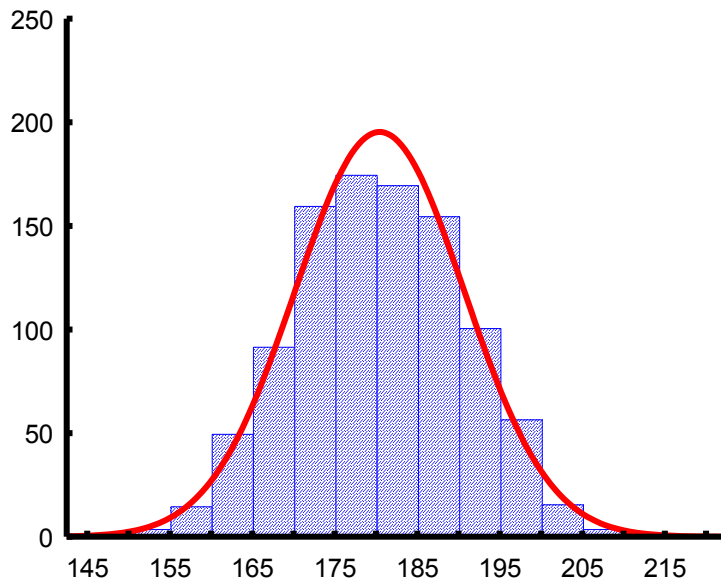


Typ srovnání	Nulová hypotéza	Parametrický test	Neparametrický test
1 skupina dat vs. etalon	Střední hodnota je rovna hodnotě etalonu.	jednovýběrový t-test	Mann-Whitneyův test
2 skupiny dat nepárově	Obě skupiny hodnot pochází ze stejného rozdělení.	nepárový t-test	Mann-Whitneyův test
2 skupiny dat párově	Zkoumaný efekt mezi páry hodnot je nulový.	Párový t-test	Wilcoxonův test; znaménkový test
shoda rozdělení	rozdělení dat ve skupině odpovídá teoretickému (vybranému) rozdělení.	Shapiro-Wilksův test; Kolmogorovův-Smirnovův test; test dobré shody	$\chi^2$ test, test dobré shody
homoskedasticita (shoda rozptylů)	rozptyl obou (všech) skupin je shodný.	Levenův test	-
více skupin nepárově	Zkoumaný efekt mezi skupinami hodnot je nulový.	ANOVA	Kruskal- Wallisův test
korelace	Neexistuje (příčinná, důsledková) vazba mezi skupinami hodnot.	Pearsonův koeficient	Spearmanův koeficient; Kendallův koeficient

# Testy normality



- Testy normality pracují s nulovou hypotézou, že není rozdíl mezi zpracovávaným rozložením a normálním rozložením. Vždy je ovšem dobré prohlédnout si i histogram, protože některé odchylky od normality, např. bimodalitu některé testy neodhalí.



## Test dobré shody

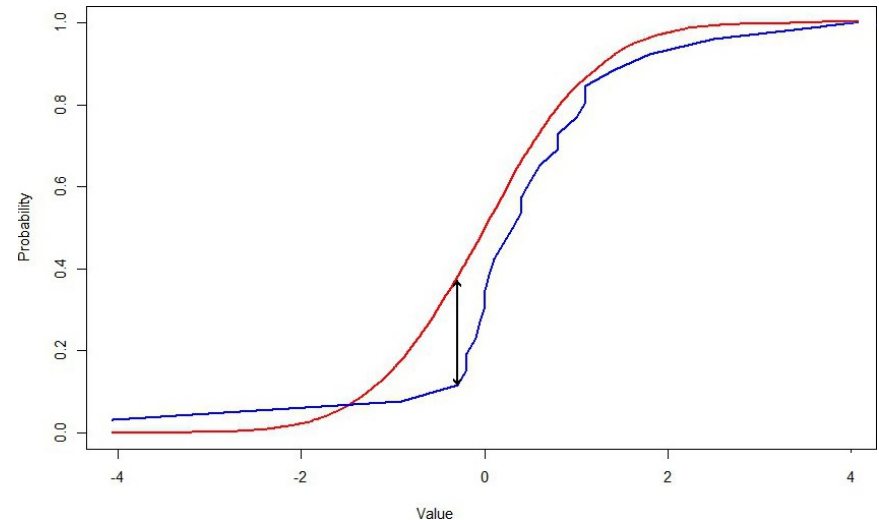
V testu dobré shody jsou data rozdělena do kategorií (obdobně jako při tvorbě histogramu), tyto intervaly jsou normalizovány (převedeny na normální rozložení) a podle obecných vzorců normálního rozložení jsou k nim dopočítány očekávané hodnoty v intervalech, pokud by rozložení bylo normální. Pozorované normalizované četnosti jsou poté srovnány s očekávanými četnostmi pomocí  $\chi^2$  testu dobré shody. Test dává dobré výsledky, ale je náročný na  $n$ , tedy množství dat, aby bylo možné vytvořit dostatečný počet tříd hodnot.

# Testy normality



## Kolmogorovův-Smirnovův test

Tento test je často používán, dokáže dobře najít odlehlé hodnoty, ale počítá spíše se symetrií hodnot než přímo s normalitou. Jde o neparametrický test pro srovnání rozdílu dvou rozložení. Je založen na zjištění rozdílu mezi reálným kumulativním rozložením (vzorek) a teoretickým kumulativním rozložením. Měl by být počítán pouze v případě, že známe průměr a směrodatnou odchylku hypotetického rozložení, pokud tyto hodnoty neznáme, měla by být použita jeho modifikace – Lilieforsův test.



## Shapiro-Wilkův test

Jde o neparametrický test použitelný i při velmi malých  $n$  (10) s dobrou silou testu, zvláště ve srovnání s alternativními typy testů, je zaměřen na testování symetrie.