

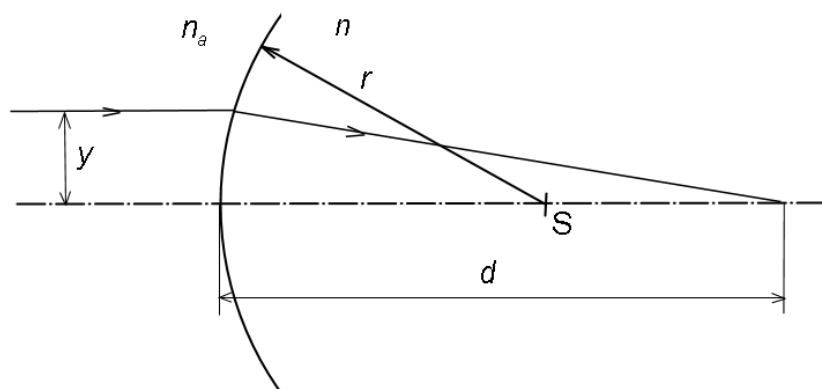
# Fyzika pro chemiky II – příklady ke cvičením

Ústav fyziky kondenzovaných látek, PřF MU Brno

letní semestr 2014

## 1. Příklady z optiky

1. Rovinná elektromagnetická vlna o frekvenci  $f = 5.45 \times 10^{14}$  Hz polarizovaná v rovině  $x, y$  se šíří ve směru osy  $x$  ve vakuu ( $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$  F·m<sup>-1</sup>,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H·m<sup>-1</sup>). Intenzita elektrického pole má amplitudu  $E_0$ .
  - (a) Určete rychlost elektromagnetického vlnění  $c$ , vlnovou délku  $\lambda$  a barvu, která této vlnové délce odpovídá.
  - (b) Napište rovnice elektromagnetické vlny  $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$ ,  $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t)$ , kde  $\vec{r}(x, y, z)$  je polohový vektor.
  - (c) Ověřte, zda tyto funkce vyhovují vlnové rovnici.
2. Paprsek se šíří prostředím s indexem lomu  $n_a = 1$  podél osy kolmé na rozhraní ve vzdálenosti  $y$  od ní. Dopadá na rozhraní s prostředím o indexu lomu  $n$ , které má tvar kulové plochy o poloměru  $r$ , přičemž  $r \gg y$ . Ve kterém bodě protne paprsek optickou osu?



3. Předmět, který zobrazujeme tenkou čočkou s ohniskovou vzdáleností  $f$ , má velikost  $Y = 2$  cm a je umístěn ve vzdálenosti  $a = 10$  cm od čočky. Ohnisková vzdálenost je: (A)  $f = -4$  cm, (B)  $f = 5$  cm.
  - (a) Proveďte grafickou konstrukci obrazu.
  - (b) Vypočítejte vzdálenost obrazu od čočky.
  - (c) Vypočítejte zvětšení obrazu  $m$ .
  - (d) Určete, zda je obraz skutečný nebo zdánlivý.
4. Stínítko se dvěma malými otvory vzdálenými  $d = 0.1$  mm je osvětleno rtuťovou výbojkou. Ze spektra Hg je přes filtr propuštěno pouze zelené monochromatické světlo s vlnovou délkou  $\lambda = 546$  nm. Na rovinném stínítku ve vzdálenosti  $D = 2$  m od prvního stínítka pozorujeme interferenční jev (Youngův pokus). Určete polohu (úhlovou i délkovou na stínítku):
  - (a) prvního minima  $\vartheta_{m1}$ ,  $y_{m1}$ ,
  - (b) desátého maxima  $\vartheta_{M10}$ ,  $y_{M10}$ .
  - (c) Nakreslete závislost intenzity světla  $I$  na vzdálenosti  $y$  od středu stínítka.
5. Při Youngově interferenčním pokusu prochází jeden paprsek kyvetou 2 cm dlouhou s planparalelními skleněnými stěnami. Je-li kyveta vyplněna vzduchem, pozorujeme interferenční jev. Je-li kyveta naplněna chlórem, posune se interferenční jev o 20 proužků. Celé uspořádání je v termostatu, který udržuje konstantní teplotu. Pokus provádíme se světlem čáry D sodíku ( $\lambda = 589$  nm).
  - (a) Vypočítejte index lomu chlóru, je-li index lomu vzduchu  $n = 1.000276$ .
  - (b) Kterým směrem se posunují interferenční proužky při plnění kyvety chlórem?

6. Mýdlová bublina vytvoří uvnitř drátěného oka vodní film o tloušťce 320 nm. Index lomu vody je  $n = 1.33$  a index lomu vzduchu je  $n_0 = 1.00$ .
- (a) Jakou barvu bude mít bílé světlo po kolmém odrazu od tohoto filmu?
  - (b) Vypočítejte vlnové délky  $\lambda_{M1}$ ,  $\lambda_{M2}$ ,  $\lambda_{m1}$ ,  $\lambda_{m2}$  pro první dvě maxima a pro první dvě minima intenzity odraženého světla.
  - (c) Určete změnu fáze  $\varphi_1$  při odrazu na prvním a  $\varphi_2$  při odrazu na druhém rozhraní.
7. Antireflexní vrstva na skleněné čočce s indexem lomu  $n_s = 1.5$  je vyrobena napařením tenké vrstvy  $\text{MgF}_2$ , která má index lomu  $n = 1.38$ , na povrch skla. Vypočítejte tloušťku  $d$  antireflexní vrstvy tak, aby minimální intenzita odraženého světla ležela uprostřed viditelného spektra (vlnová délka  $\lambda = 550$  nm). Index lomu vzduchu je  $n_0 = 1.00$ .
8. Pozorujeme-li Newtonovy kroužky ( $\lambda = 450$  nm), které vznikají mezi ploskovypuklou čočkou a rovnou destičkou, je poloměr třetího světlého kroužku 1.06 mm. Nahradíme-li modrý filtr červeným, je poloměr pátého světlého kroužku 1.77 mm. Určete poloměr křivosti  $R$  čočky a vlnovou délku  $\lambda_c$  červeného světla.
9. Mřížka má 1000 vrypů na milimetr. Jaká je šířka vrypu, když interferenční maximum pátého řádu vymizí?

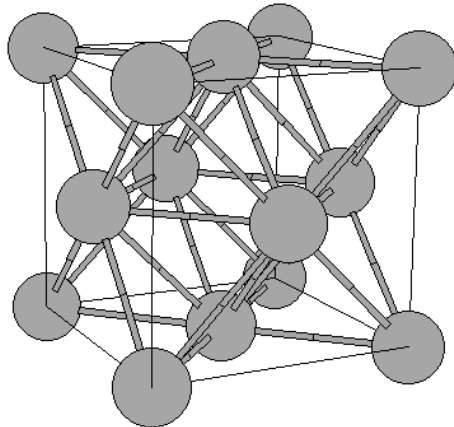
## 2. Příklady z kvantové fyziky

1. Teplota Slunce je na většině jeho povrchu  $T = 5800$  K, v oblasti slunečních skvrn je však pouze 4000 K. Vypočítejte poměr intenzity záření Slunce v oblasti skvrn a normálního povrchu Slunce. Jaká je intenzita záření emitovaného Sluncem v oblasti skvrn?
2. Výstupní práce následujících kovů jsou: cesium  $\phi_{\text{Cs}} = 2.1$  eV; měď  $\phi_{\text{Cu}} = 4.7$  eV; zinek  $\phi_{\text{Zn}} = 4.3$  eV.
  - (a) Jaká je mezní vlnová délka fotonů, které ještě způsobí emisi elektronů z těchto kovů?
  - (b) Které z těchto kovů nemohou emitovat elektrony, pokud jsou ozářeny viditelným světlem (400 až 700 nm)?
  - (c) Jaká může být maximální kinetická energie elektronu emitovaného krystalem zinku ozářeným UV zářením  $\lambda = 200$  nm?
3. Rentgenové záření o vlnové délce 0.0665 nm se rozptyluje na volných elektronech (Comptonův jev).
  - (a) Jakou největší vlnovou délku záření lze pozorovat u rozptýlených fotonů?
  - (b) Pod jakým úhlem rozptylu toto záření pozorujeme?
4.  $\alpha$ -částice je vyslána přímo na jádro atomu zlata.  $\alpha$ -částice má 2 protony, jádro zlata má 79 protonů. Jaká je minimální kinetická energie, aby se  $\alpha$ -částice přiblížila k jádru Au na vzdálenost  $5 \times 10^{-14}$  m? Předpokládejte, že jádro Au setrvává po celou dobu srážky v klidu.
5. S použitím Bohrova modelu vypočítejte poloměr oběžné dráhy elektronu v atomu vodíku pro stavy  $n = 1$  a  $n = 3$ . Určete také rychlost elektronů a jejich energii v těchto stavech. Jaká bude vlnová délka fotonu vyzářeného při přechodu elektronu ze stavu  $n = 3$  do stavu  $n = 1$ ?
6. Elektron má de Broglieho vlnovou délku  $2.8 \times 10^{-10}$  m. Určete:
  - (a) velikost jeho hybnosti,
  - (b) jeho kinetickou energii v Joulech a eV.
7. Najděte nejnížší energetickou hladinu částic:
  - (a) elektronu  $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$  kg v nekonečně hluboké kvantové jámě o šířce  $5 \times 10^{-10}$  m ( $\approx$  rozměr atomu),
  - (b) protonu  $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$  kg v nekonečně hluboké kvantové jámě o šířce  $1.1 \times 10^{-14}$  m (průměr jádra střední velikosti).

Výsledky dávají řádový odhad energií elektronů na elektronových slupkách a nukleárních částic vázaných v jádře.
8. Najděte energie elektronu ve třírozměrné kvantové jámě pro 3 nejnížší energetické stavy. Jáma má tvar krychle o stranách délky  $L = 5 \times 10^{-10}$  m. Energie spočítejte v elektronvoltech.
9. Uvažte atom vodíku ve stavu  $n = 4$ .
  - (a) Jaká je maximální velikost orbitálního momentu  $L$  jeho elektronu?
  - (b) Jaká je maximální hodnota velikosti  $z$ -složky orbitálního momentu  $L_z$  jeho elektronu?
  - (c) Jaký je minimální úhel mezi  $\vec{L}$  a osou  $z$ ?
10. Spočítejte energiový rozdíl mezi stavy  $m_s = \frac{1}{2}$  (spin up) a  $m_s = -\frac{1}{2}$  (spin down) atomu vodíku ve stavu 1s, když je umístěn do magnetického pole 1.45 T paralelního s negativním směrem osy  $z$ . Který z těchto dvou stavů má nižší energii?
11.  $K_\alpha$  čára rtg záření detekovaného ze vzorku ostřelovaného elektrony má energii 7.46 keV. Atomy jakého prvku obsahuje vzorek?
12. Spočítejte frekvenci, energii a vlnovou délku spektrální čáry  $K_\alpha$  pro
  - (a) Ca ( $Z = 20$ ),
  - (b) Cd ( $Z = 48$ ).

### 3. Příklady z fyziky kondenzovaných látek

- Najděte úhel  $\theta$  mezi nejbližšími sousedními vazbami v mřížce křemíku. Zvažte, že každý atom křemíku je vázán ke čtyřem nejbližším sousedům, a ty jsou ve vrcholech pravidelného čtyřstěnu, jehož všechny stěny jsou rovnostranné trojúhelníky.
  - Najděte délku vazby z údaje, že atomy ve vrcholech čtyřstěnu jsou od sebe vzdáleny 388 pm.
- Vypočtěte mřížkový parametr  $a$  mědi, víte-li že hustota mědi je  $8940 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ , hmotové číslo je 63.55 a elementární buňka mědi je kubická plošně centrována (atomy mědi se nachází ve vrcholech krychle a ve středech stěn – viz obrázek níže).
  - Ukažte, že koncentrace vodivostních elektronů je  $n = 8.4310 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ .



*Krystalová struktura mědi.*

- Pomocí následujícího vztahu určete Fermiho energii mědi

$$E_F = \left( \frac{3}{16\sqrt{2}\pi} \right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3}$$

a poté ověřte, že Fermiho rychlost je  $v_F = 1.6 \times 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

- Vypočtěte driftovou rychlost elektronů v měděném drátu o průměru 1 mm, víte-li, že drátem teče proud o velikosti 1 mA. Tento výsledek porovnejte s Fermiho rychlostí z předchozího příkladu.
- Určete relaxační dobu  $\tau$  elektronů v mědi, je-li její měrný odpor  $1.7 \times 10^{-8} \Omega\cdot\text{m}$ .
- Porovnejte plazmovou frekvenci mědi s plazmovou frekvencí ionosféry. Elektronová hustota elektronů v nejnižší vrstvě ionosféry (vrstva D) je v poledne  $n_D = 1 \times 10^9 \text{ m}^{-3}$  a v nejvyšší vrstvě F<sub>2</sub> je  $n_F = 1 \times 10^{12} \text{ m}^{-3}$ . Jak souvisí vypočtené hodnoty s pásmy radiové komunikace?
- Jaká je pravděpodobnost, že stav 0.062 eV nad Fermiho energií bude obsazen při
  - $T = 0 \text{ K}$ ,
  - $T = 320 \text{ K}$ ?
- Jaká je maximální vlnová délka světla, které vybudí elektron z valenčního pásu diamantu do vodivostního pásu? Pás zakázaných energií je 5.5 eV.
  - V jaké části elektromagnetického spektra tato vlnová délka leží?
- Krystal chloridu draselného (KCl) má šířku zakázaného pásu 7.6 eV. Je tento krystal průhledný nebo neprůhledný pro světlo o vlnové délce  $\lambda = 140 \text{ nm}$ ?
- Čistý křemík má za pokojové teploty koncentraci elektronů ve vodivostním pásu  $5 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$  a stejnou koncentraci děr ve valenčním pásu. Předpokládejme, že jeden atom z každých  $10^7$  atomů křemíku je nahrazen atomem fosforu.
  - Jaký typ vodivosti bude mít tento dotovaný polovodič,  $n$  nebo  $p$ ?
  - Jakou koncentraci nosičů náboje přidá fosfor?
  - Jaký je podíl koncentrace nosičů náboje (elektronů ve vodivostním pásu či děr ve valenčním pásu) v dotovaném křemíku a v čistém křemíku?