

Návrh zkoušky, jarní semestr 2014, Matematické modely ve finanční matematice

Příklad 1. (5b.) Jistá populace malých hlodavců se množí následujícím způsobem: hlodavci stáří do jednoho měsíce splodí v průměru jednoho hlodavce, na jednoho hlodavce stáří mezi jedním a dvěma měsíci připadá v průměru 12 nově narozených hlodavců. Starší hlodavci neplodí. Umírá polovina hlodavců stáří do jednoho měsíce i polovina hlodavců stáří mezi měsícem a dvěma měsíci. Více než tři měsíců se nedožije žádný. Na jakém poměru se ustálí počet hlodavců stáří do jednoho měsíce ku počtu hlodavců stáří mezi jedním a dvěma měsíci ku počtu hlodavců stáří mezi dvěma a třemi měsíci.

Příklad 2. (5b.) Je dán model života s třemi stavy: 0 – zdravý jedinec, 1 – trvale invalidní jedinec a 2 – mrtvý jedinec. Intenzity přechodu mezi jednotlivými stavy jsou: $\mu_x^{01} = 0,1x$, $\mu_x^{02} = x$, $\mu_x^{12} = x + 1$. Určete hodnotu životního pojištění prodávaného zdravému třicetiletému jedinci, při kterém se v případě smrti člověka do jeho sta let, vyplácí 300 000 Kč. Předpokládáme úročení vkladů 25% ročně.

Příklad 3. (5b.) Určete typ a převed'te na kanonický tvar rovnici

$$u_{xx} - yu_{xy} - (y + 1)u_{yy} + u_x - 1 = 0.$$

Příklad 4. (5b) Uvažujme dva výrobce produkující tentýž druh výrobku. Poptávka po výrobku prvního výrobce se řídí funkcí Cy/x^2 , po výrobku druhého Dx/y^2 , kde x je cena prvního výrobku, y cena druhého, C a D jsou kladné reálné konstanty. Náklady na výrobu jednoho kusu prvního výrobce jsou a , druhého jsou b . Oba výrobci jsou schopni plně uspokojit poptávku. Cílem každého je optimalizovat svůj zisk. Formulujte situaci jako hru v normální formě a nalezněte rovnovážné situace této hry.