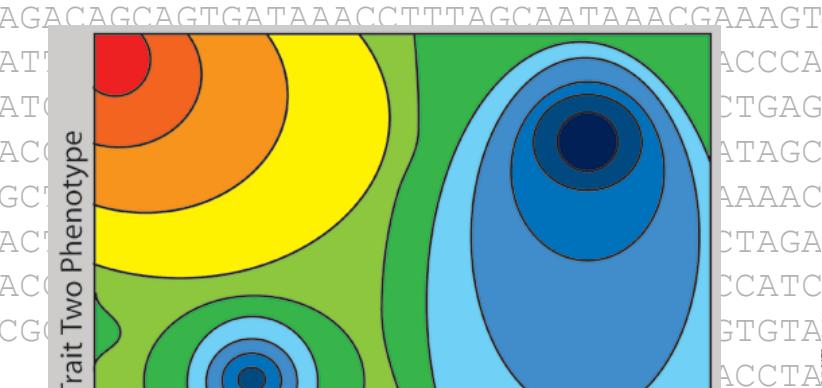
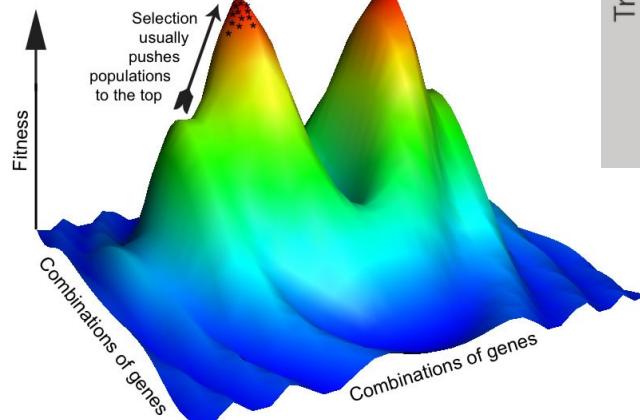
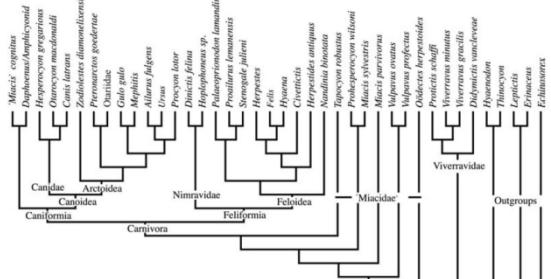


# FYLOGENETICKÁ ANALÝZA II.



$$P(A|B) = P(B|A) \cdot P(A) / P(B)$$

$$P(B|A) = P(A|B) \cdot P(B) / P(A)$$

Prior probability  
Likelihood  
Posterior probability



## Maximální věrohodnost (*maximum likelihood*, ML)

15× hod mincí: skóre OOHHHOHOOOHOHHO

7× panna (hlava, H), 8× orel (O)

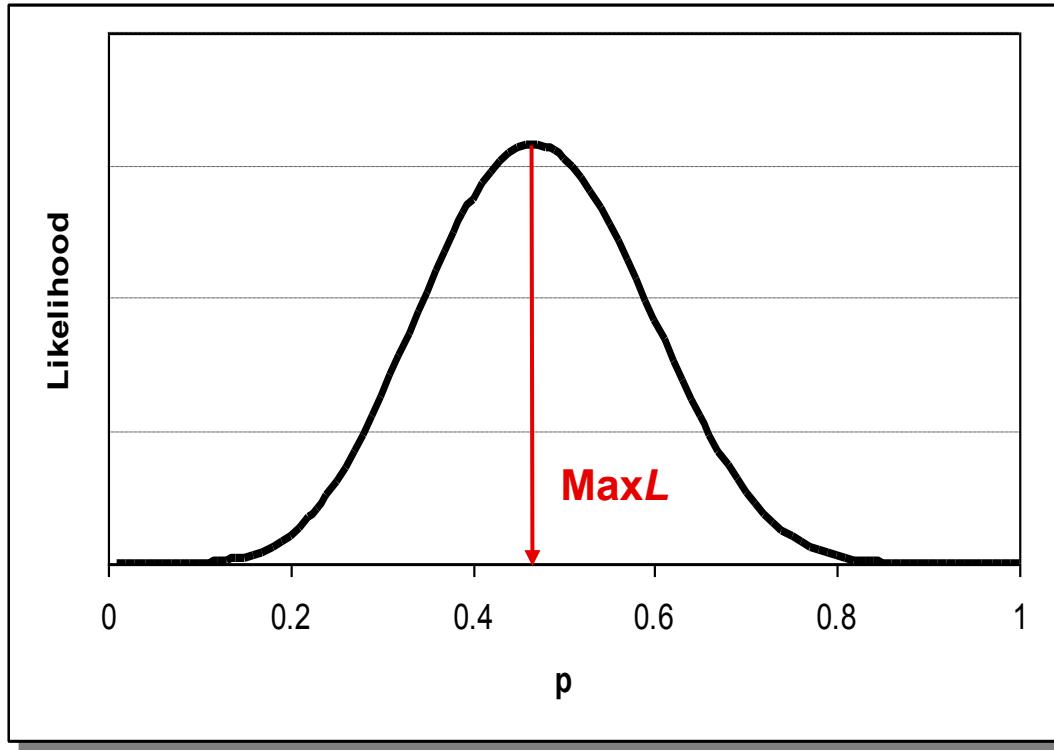


pravděpodobnost, že padne hlava =  $p$ , orel =  $(1 - p)$

hody nezávislé  $\Rightarrow$  pravděpodobnost výsledného skóre =

$$(1 - p) \times (1 - p) \times p \times p \times p \times (1 - p) \times (1 - p) \times (1 - p) \times (1 - p) \times p \times (1 - p) \times p \times p \times (1 - p) = \\ p^7(1-p)^8$$

maximum = 0,4666  $\approx$  7/15



$$p = 1/2 \Rightarrow L = 3,0517 \cdot 10^{-5}$$

$$p = 1/3 \Rightarrow L = 1,7841 \cdot 10^{-5}$$

$\Rightarrow$  výsledek hodů 1,7× pravděpodobnější s pravou mincí

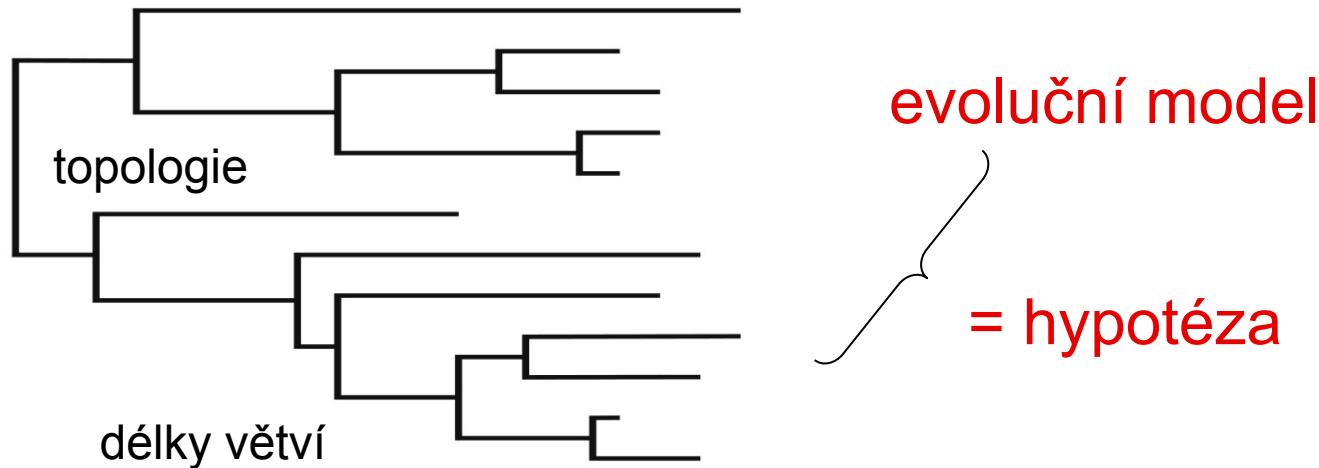
Věrohodnost (*likelihood*) = podmíněná pravděpodobnost dat (D) při platnosti dané hypotézy (H):  $L = P(D | H)$

# Maximální věrohodnost ve fylogenetické analýze

data:

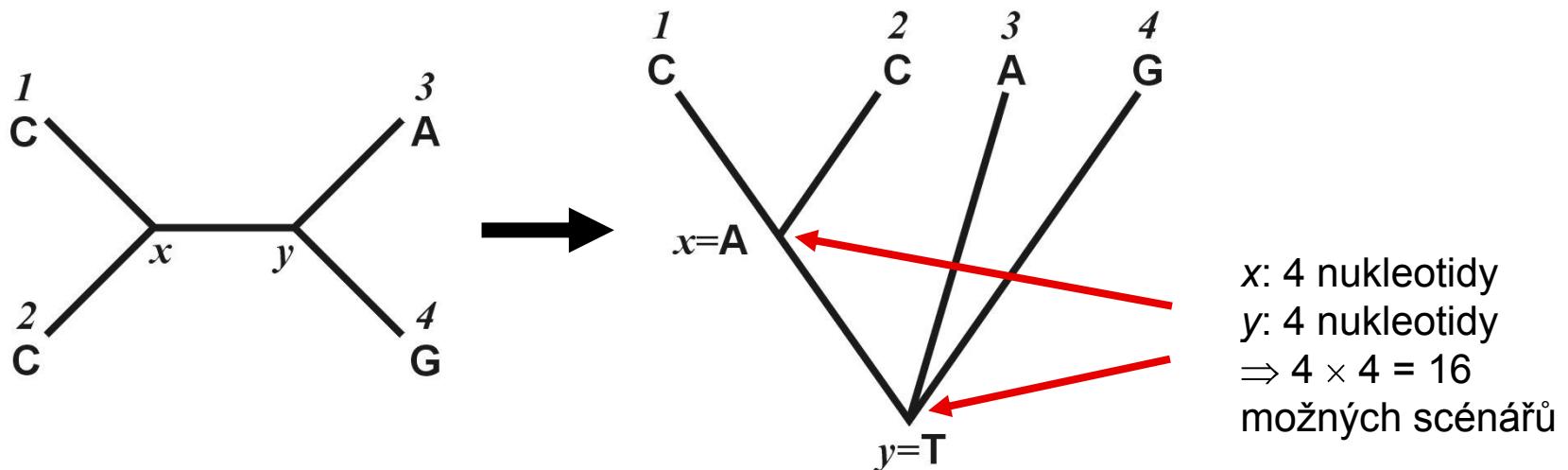
1 TCAAAAAATGGCTTATTGCGTTAACCGCTTGCGGGGGCATG  
2 TCCGTGATGGATTATTCCGCAATGCCTGTCATCTTATTCTCAAGTATC  
3 TTCGTGATGGATTATTGCAGGTATGCCAGTCATCCTTCTCATCTATC  
4 TTCGTGACGGGTTATCTGGCAATGCCGGTCATCCTATTTCGAGTATT

strom:



$$L = P(D | H): D = \text{matice sekvencí (dat)}, H = \tau(\text{topologie}) + \nu(\text{délky větví}) + \theta(\text{model})$$

1 TCAAAAAATGGCTTTATTGCGCTTAATGCCGTTAACCCCTGCAGGGGGCATG  
 2 TCCGTGATGGATTATTTCGGCAATGCCTGTCATCTTATTCTCAAGTATC  
 3 TTCGTGATGGATTATTGCAGGTATGCCAGTCATCCTTCTCATCTATC  
 4 TTCGTGACGGGTTATCTCGGCAATGCCGGTCATCCTATTTCGAGTATT

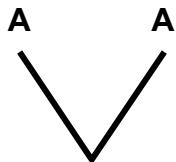


$$1) L(1) = P(A) \times P(T) \times P(AC) \times P(AC) \times P(TA) \times P(TG)$$

$$2) L(j) = P(\text{scénář 1}) + \dots + P(\text{scénář 16})$$

$$3) \text{ všechny pozice: } L = L(1) \times L(2) \times \dots \times L(j) \times \dots \times L(N) = \prod_{j=1}^N L_j$$

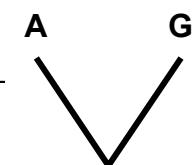
$$4) \ln L = \ln L(1) + \ln L(2) + \dots + \ln L(N) = \sum_{j=1}^N \ln L_j$$



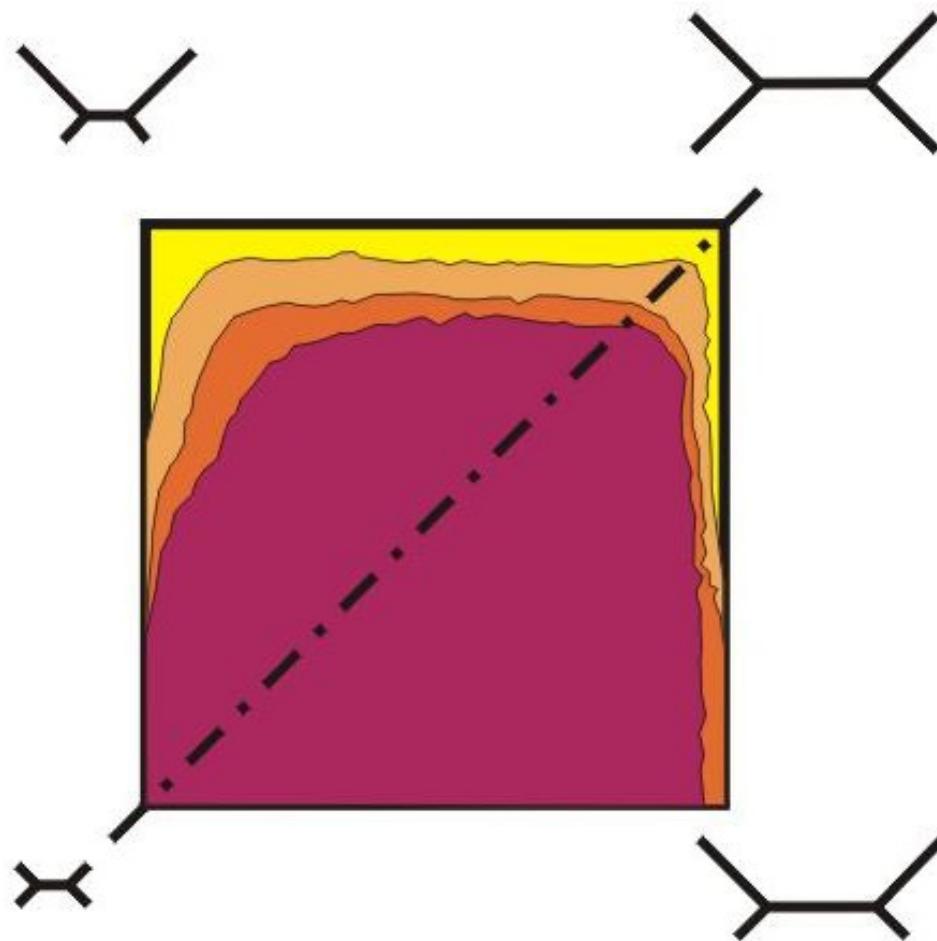
## Věrohodnost (ML) a úspornost (MP)

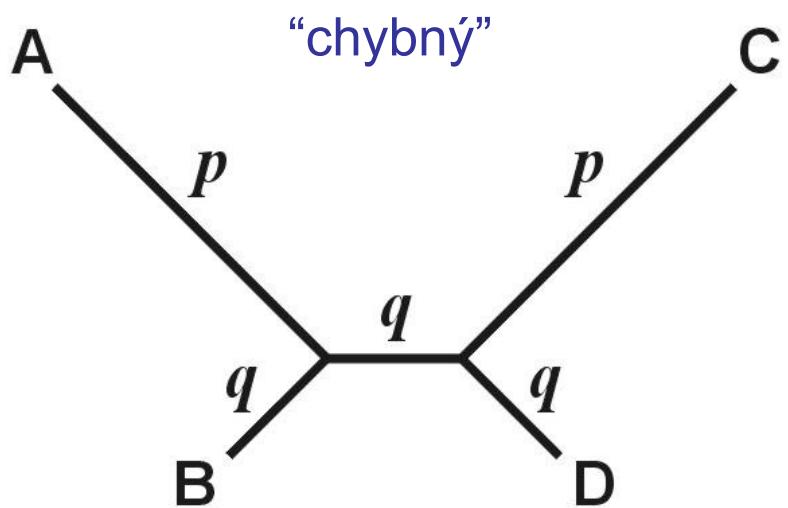
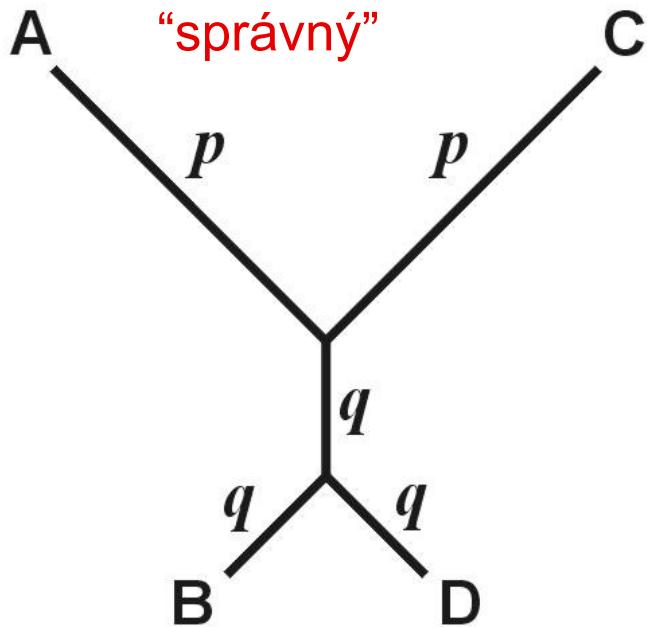
Počet změn	Parsimonie	$\nu = 0,01$	$\nu = 0,10$	$\nu = 0,20$	$\nu = 1,00$
		(0,2475)	(0,2266)	(0,20611)	(0,11192)
0	100	99,99	99,83	99,31	82,17
1	0	0,00	0,00	0,00	0,00
2	0	0,0011	0,11	0,44	9,13
3	0			0,034	3,55
4	0				0,0027

Počet změn	Parsimonie	$\nu = 0,01$	$\nu = 0,10$	$\nu = 0,20$	$\nu = 1,00$
		(0,00083)	(0,00786)	(0,01462)	(0,04602)
0	0	0,00	0,00	0,00	0,00
1	100	99,66	96,64	92,36	66,54
2	0	0,33	3,22	6,22	21,19
3	0		0,12	0,48	8,61
4	0		0,003	0,023	2,05
5	0			0,0037	0,42



# Věrohodnost a konzistence





Farrisova  
 (anti-Felsensteinova,  
 inverzní Felsensteinova)  
 zóna

"long-branch repulsion"

# BAYESOVSKÁ ANALÝZA

ML: Jaká je pravděpodobnost dat při dané hypotéze?

bayesiánský přístup:

Jaká je pravděpodobnost hypotézy při daných datech?

$$P(H | D)$$

Př.: soubor 100 kostek, ze kterých máme vybrat jednu

víme, že ze 100 kostek je 80 v pořádku, ale 20 je upraveno tak,  
aby padala 6

2 hody: 1. hod =  2. hod = 

Jaká je pravděpodobnost, že naše kostka je falešná?

pravděpodobnosti jednotlivých výsledků:

u pravých kostek stejné, u falešných se liší:

	pravá	falešná
	1/6	1/21
	1/6	3/21
	1/6	3/21
	1/6	4/21
	1/6	4/21
	1/6	6/21

Pravděpodobnost  $P(H | D)$  se nazývá **aposteriorní** (*posterior probability*)

aposteriorní pravděpodobnost je funkcí věrohodnosti  $L = P(D | H)$

a **apriorní pravděpodobnosti** (*prior probability*), která vyjadřuje náš apriorní předpoklad nebo znalost

Aposteriorní pravděpodobnost, že naše kostka je falešná, je dána Bayesovou rovnicí:

$$P(H | D) = \frac{P(D | H) \times P(H)}{\sum [P(D | H_i) \times P(H_i)]}$$

věrohodnost  
apriorní  
pravděpodobnost  
suma čitatelů pro všechny  
alternativní hypotézy



Thomas Bayes

Pro náš příklad se 2 hody kostkou:

apriorní pravděpodobnost (falešná) = 0,2  
 (20/100 falešných kostek v souboru)

Pr., že dostaneme   s pravou kostkou:

$$P = 1/6 \times 1/6 = 1/36$$

Pr., že dostaneme   s falešnou kostkou:

$$P = 3/21 \times 6/21 = 18/441$$

	pravá	falešná
	1/6	1/21
	1/6	3/21
	1/6	3/21
	1/6	4/21
	1/6	4/21
	1/6	6/21

$$P(\text{biased} | \text{ } \text{ } \text{ } \text{ }) = \frac{P(\text{biased} | \text{biased}) \times P(\text{biased})}{P(\text{biased} | \text{biased}) \times P(\text{biased}) + P(\text{biased} | \text{fair}) \times P(\text{fair})}$$

$$= \frac{18/441 \times 2/10}{18/441 \times 2/10 + 1/36 \times 8/10} = \underline{\underline{0,269}}$$

# Bayesovská metoda ve fylogenetické analýze:

$$P(\tau, v, \theta | X) = \frac{P(X|\tau, v, \theta)P(\tau, v, \theta)}{\sum_{i=1}^{B(s)} P(X|\tau_i, v, \theta)P(\tau_i, v, \theta)}$$

Diagram illustrating the components of the Bayes posterior probability formula:

- aposteriorní pravděpodobnost (Posterior probability)
- věrohodnost (Likelihood)
- apriorní pravděpodobnost (Prior probability)
- suma přes všechny možné stromy (Sum over all possible trees)

Parametry pro bayesovskou analýzu:

ML odhad → empirická BA

všechny kombinace → hierarchická BA

$$P(\mathbf{X}|\tau, v, \theta) = \int P(\mathbf{X}|\tau, v, \theta) dF(\tau, v, \theta)$$

Problém: výpočty příliš složité  $\Rightarrow$  nelze řešit analyticky, pouze numericky approximovat

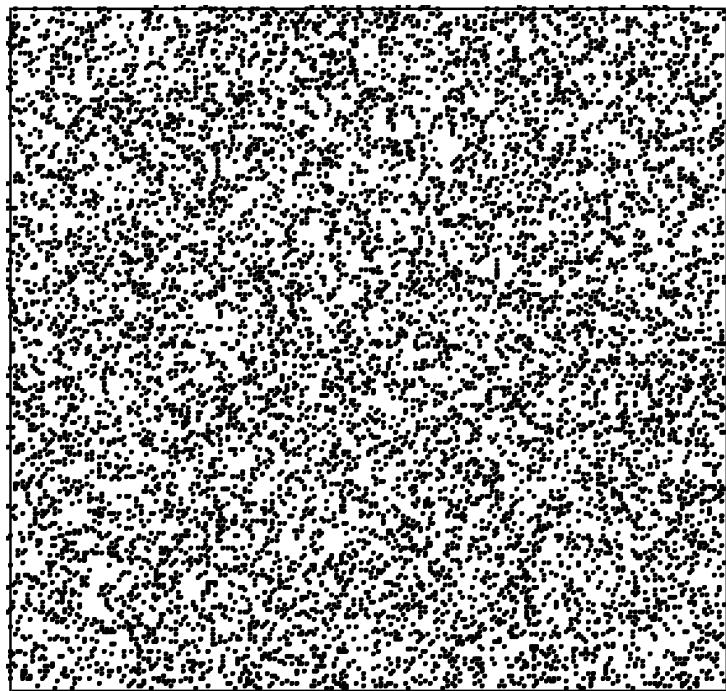
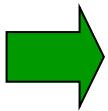
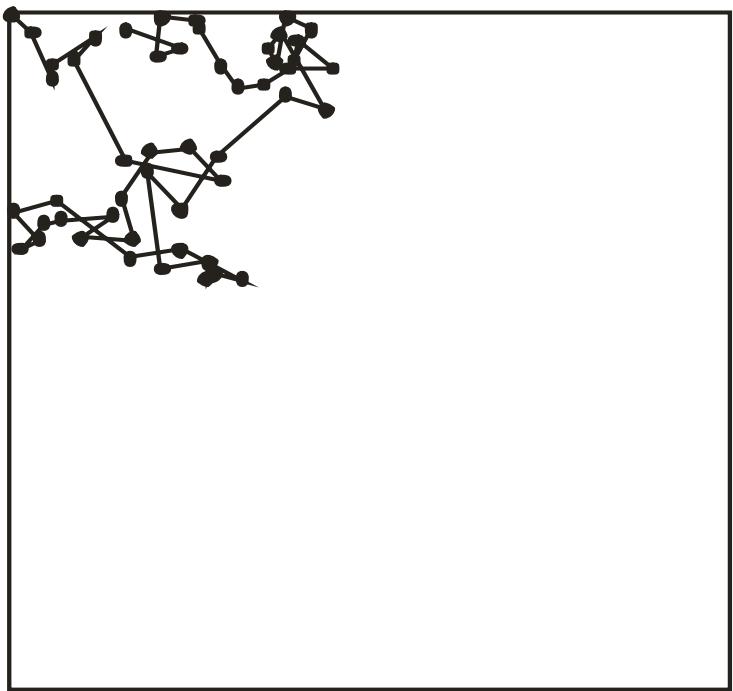
řešení: **metody Monte Carlo**

náhodný výběr vzorků, při velkém množství approximace skutečnosti

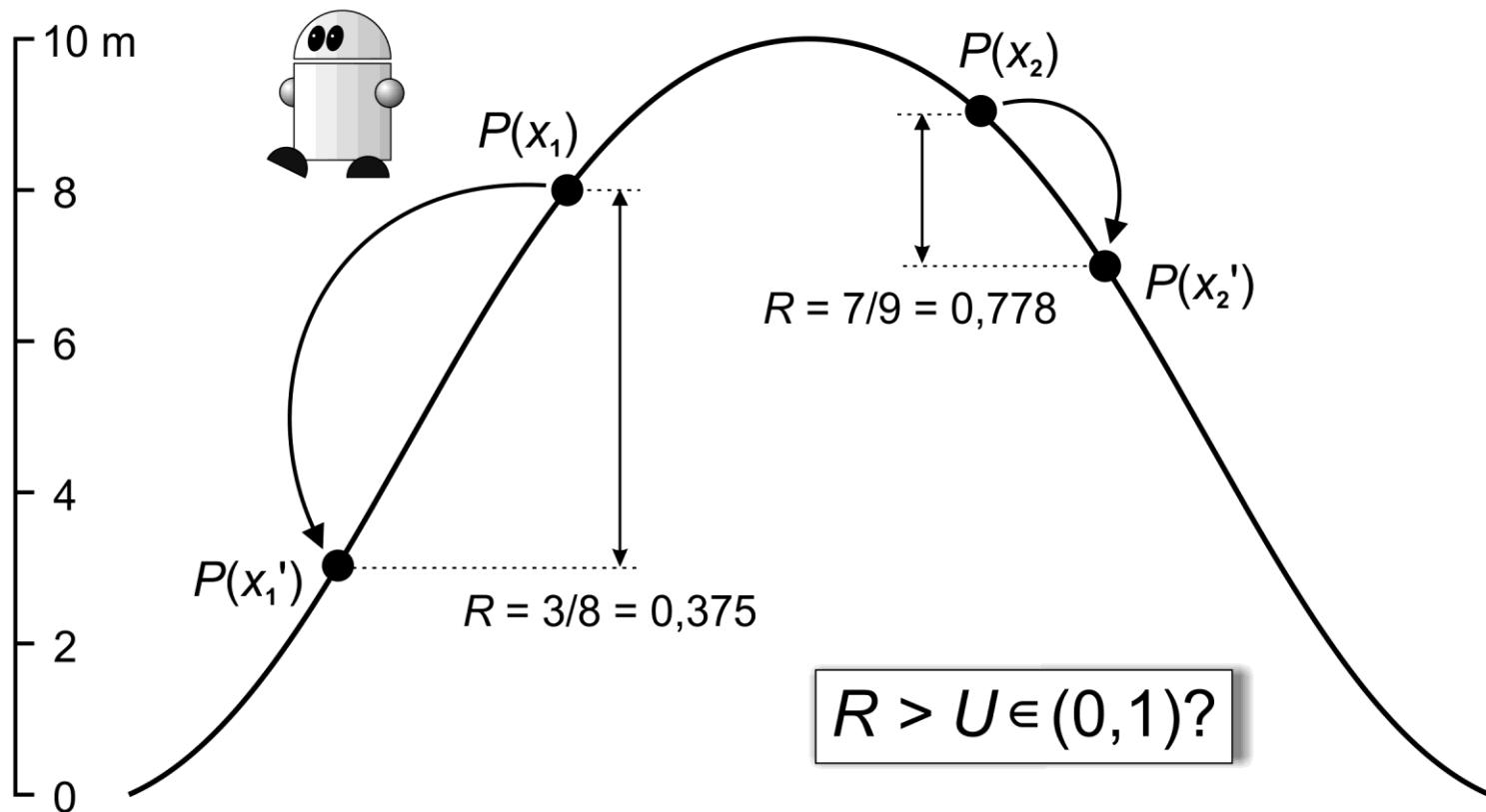
Markovovy řetězce: **Markov chain Monte Carlo (MCMC)**

Markovův proces:  $t_{-1}: A \rightarrow t_0: C \rightarrow t_{+1}: G$

...  $P$  stejná po celé fylogenie = **homogenní Markovův proces**



## Metropolisův-Hastingsův algoritmus:

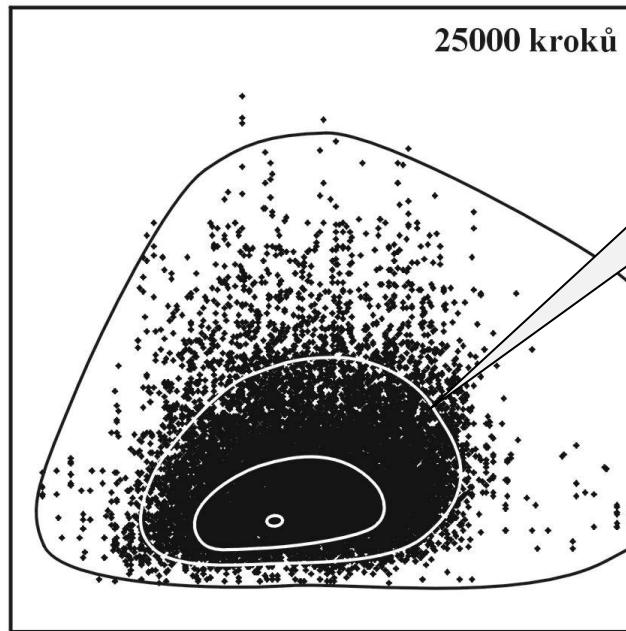
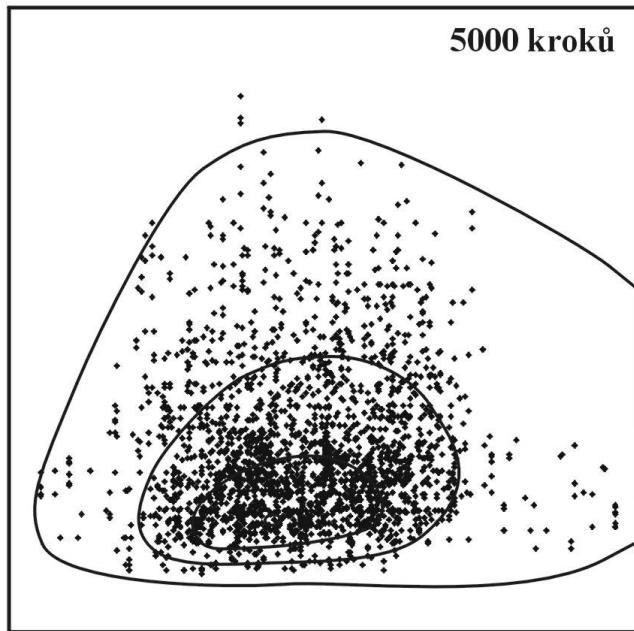


## Metropolisův-Hastingsův algoritmus:

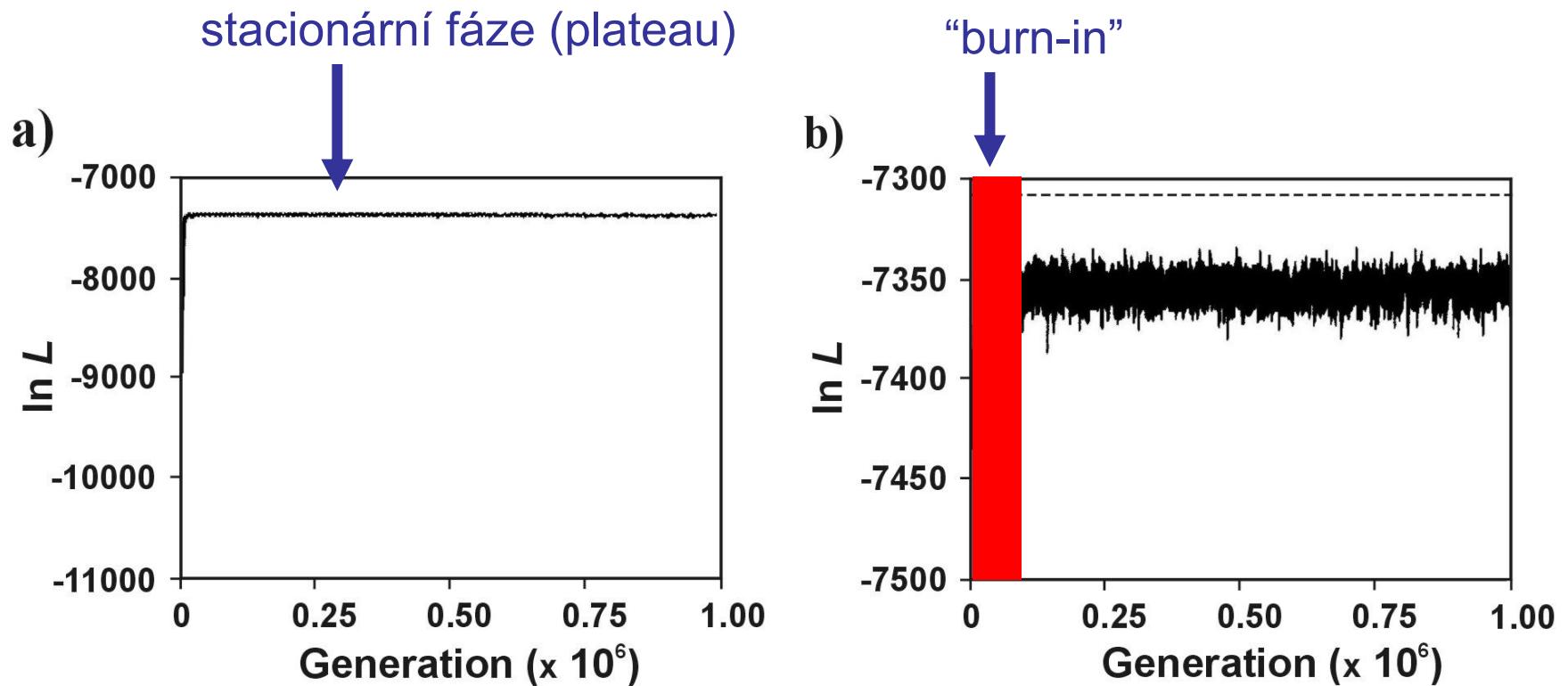
Změna parametru  $x \rightarrow x'$

1. jestliže  $P(x') > P(x)$ , akceptuj  $x'$
2. jestliže  $P(x') \leq P(x)$ , vypočti  $R = P(x')/P(x)$   
protože platí, že  $P(x') \leq P(x)$ , musí být  $R \leq 1$
3. generuj náhodné číslo  $U$  z rovnoměrného rozšílení z intervalu  $(0, 1)$
4. jestliže  $R \geq U$ , akceptuj  $x'$ , jestli ne, ponechej  $x$

usměrněný pohyb robota v aréně:



„vrstevnice“  
arény

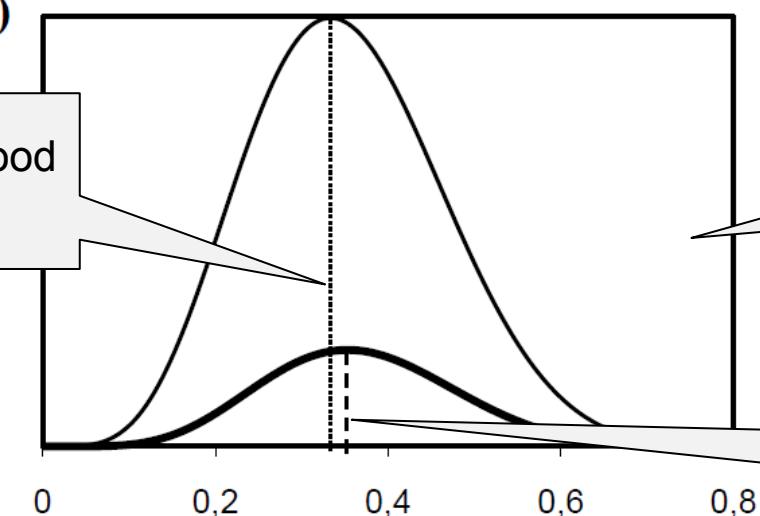


MrBayes: <http://morphbank.ebc.uu.se/mrbayes/>  
4 independent chains, Metropolis-coupled MCMC

# Problém apriorních pravděpodobností: subjektivnost

a)

maximum likelihood  
= 0,333

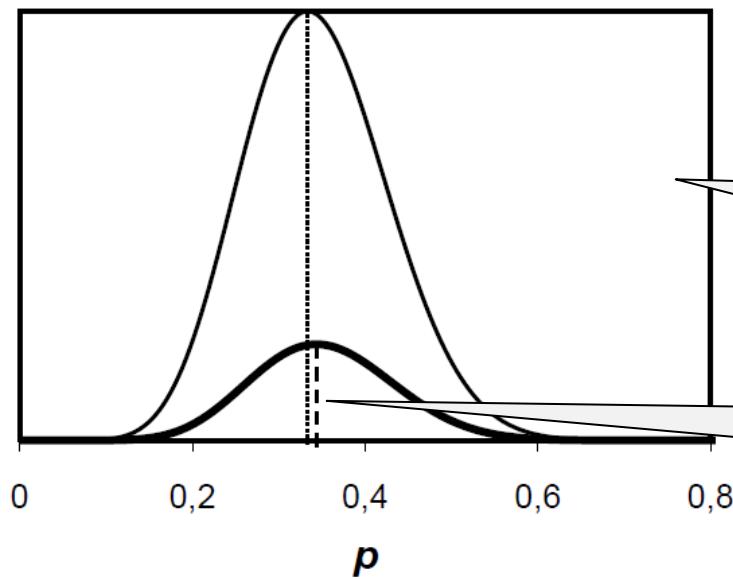


apriorní pr. = 0,5

15 hodů mincí  
výsledek 5 H : 10 O

díky apriorní pr.  
aposteriorní pr.  
posunuta doprava

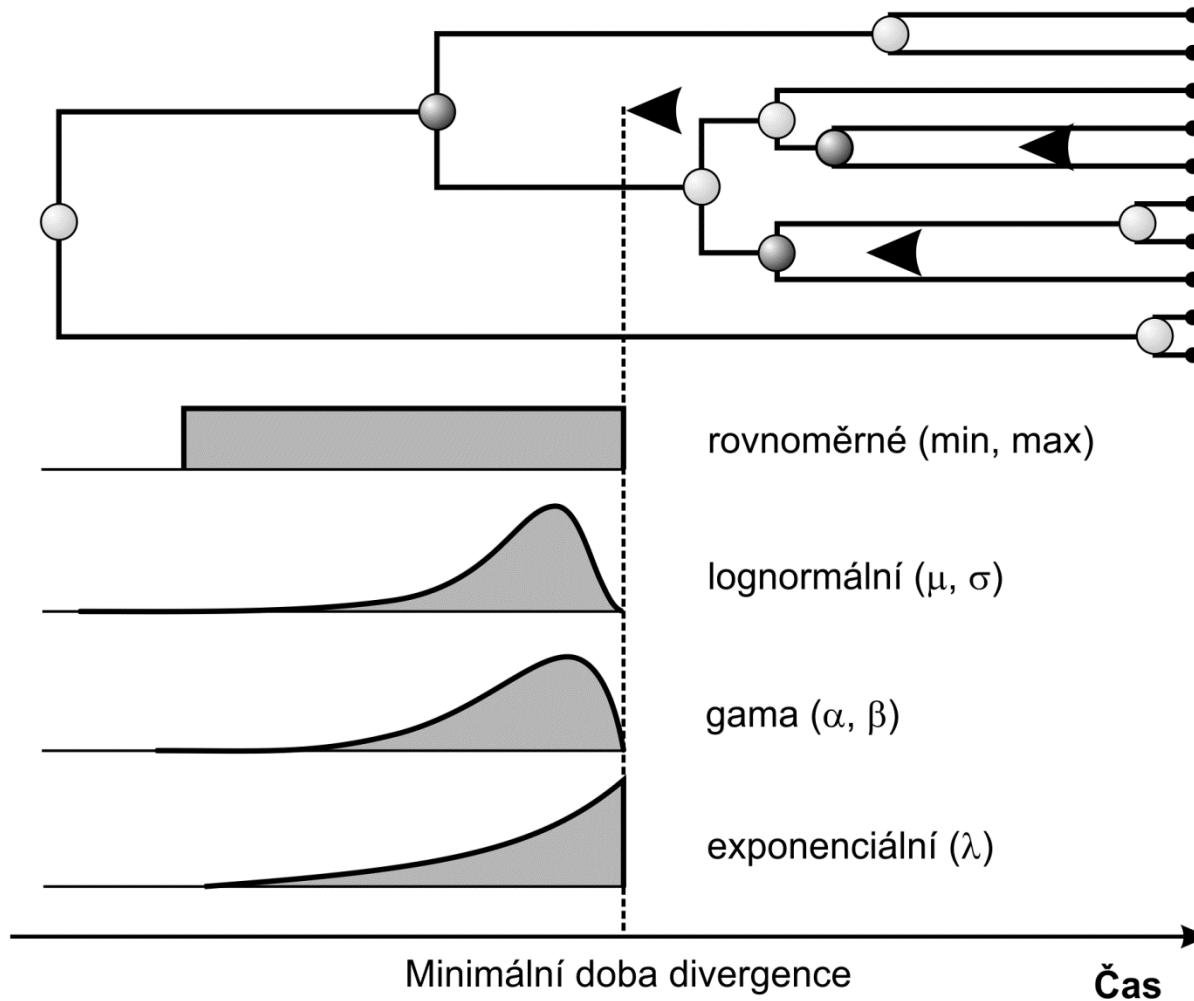
b)



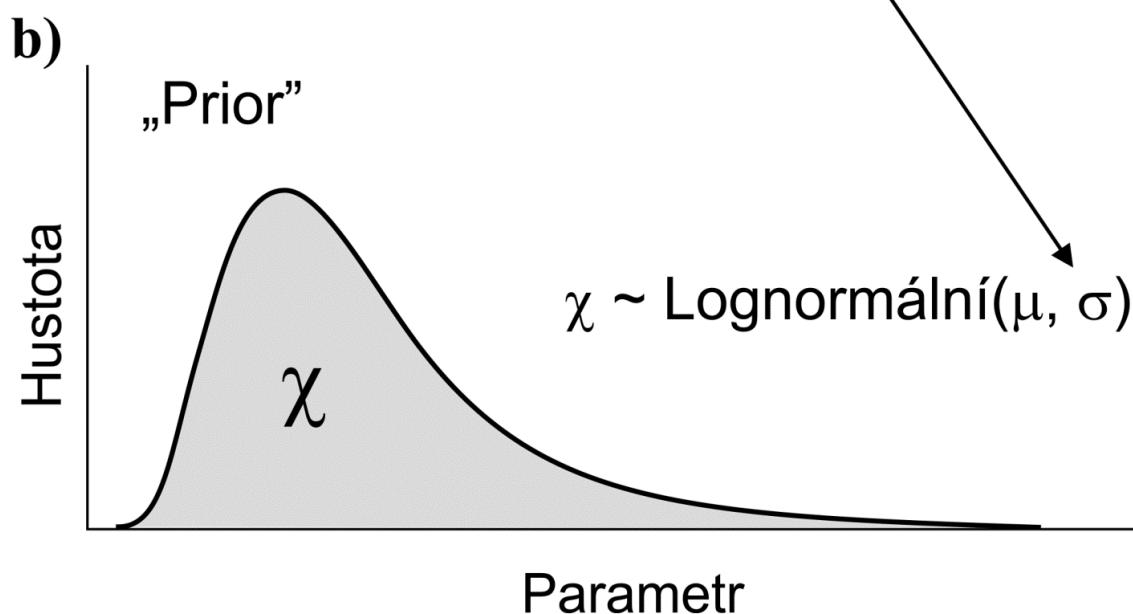
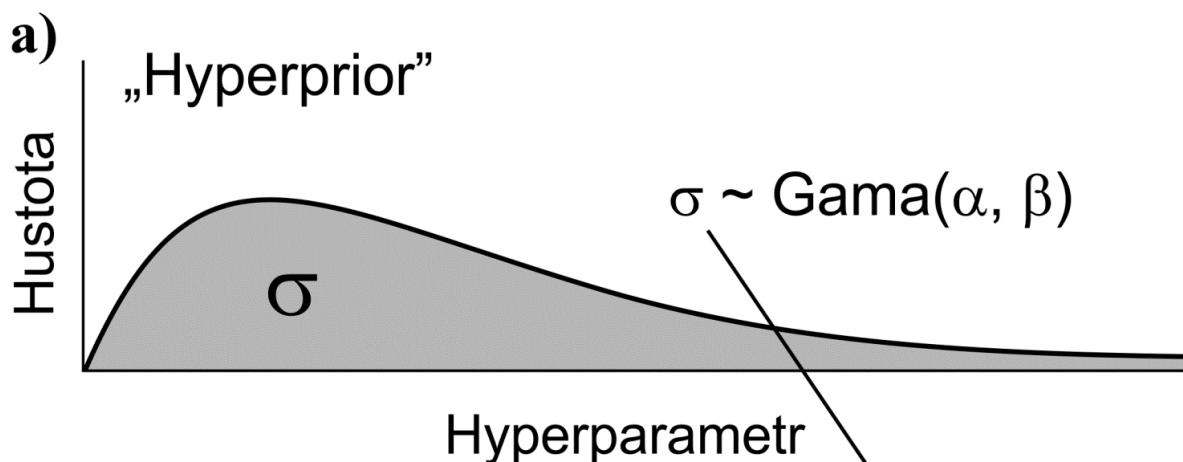
30 hodů mincí  
výsledek 10 H : 20 O

rozdíl od ML  
menší

# Stanovení apriorních pravděpodobností:



# Stanovení apriorních pravděpodobností:

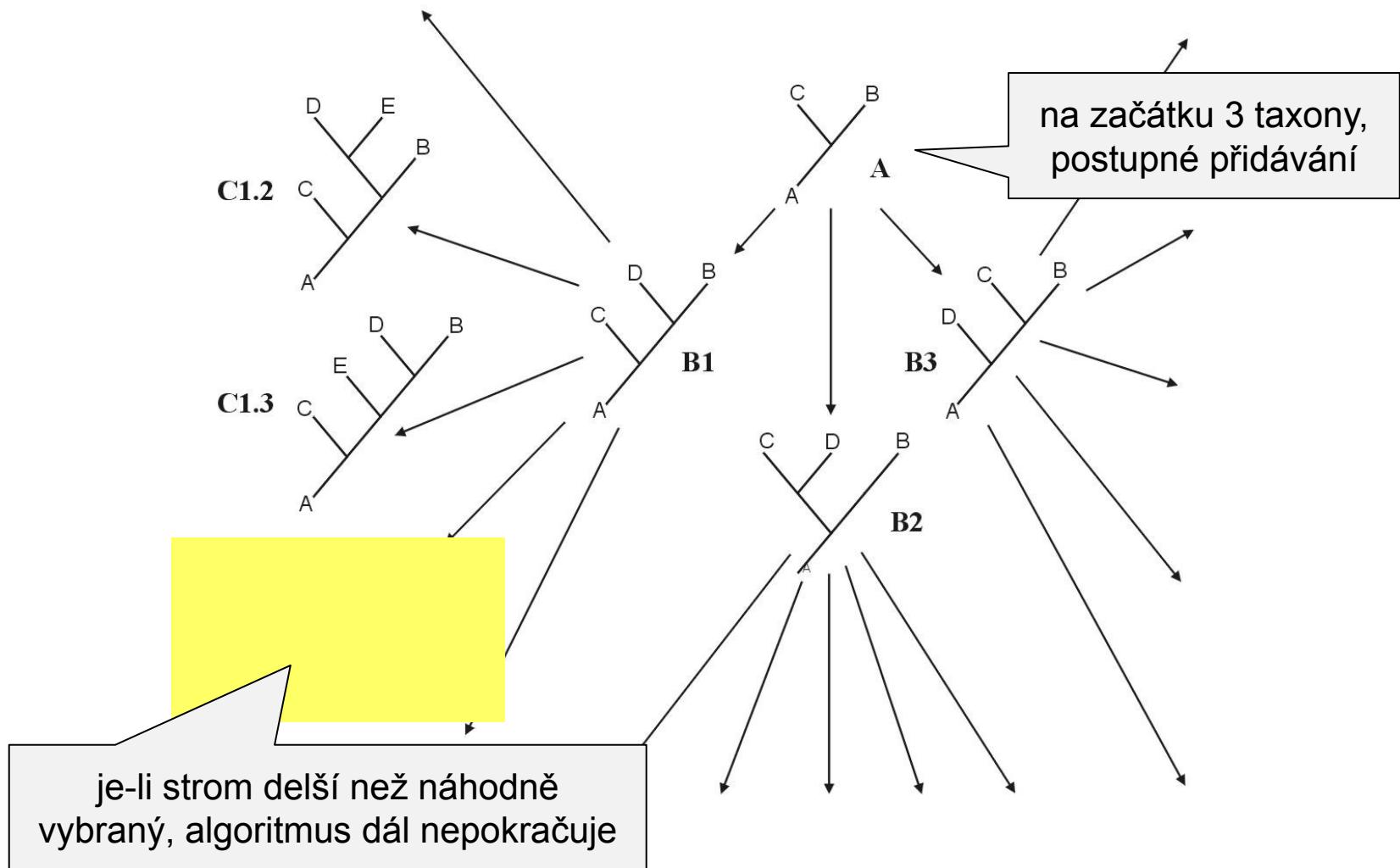


# Hledání optimálního stromu a měření spolehlivosti stromů

## 1. Exaktní metody:

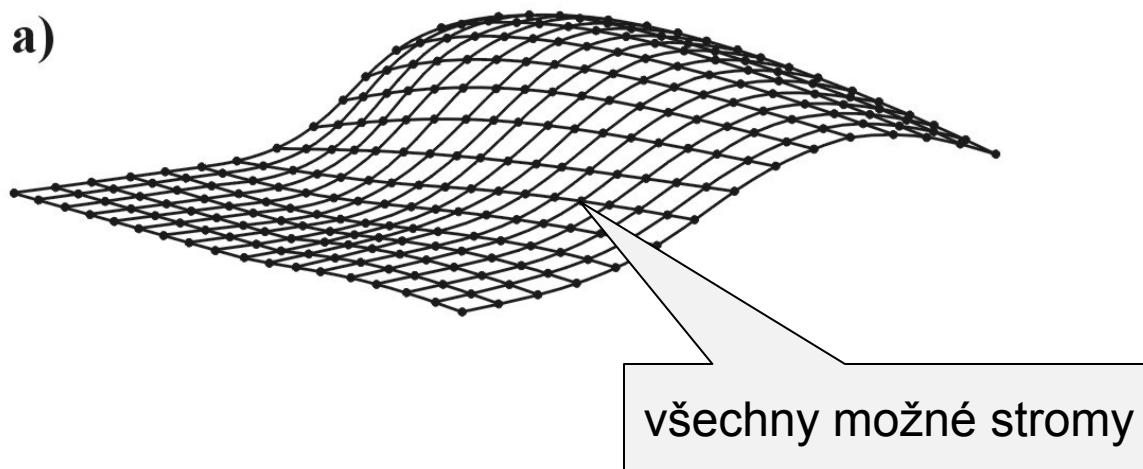
- a) vyčerpávající hledání (*exhaustive search*)
- b) *branch-and-bound*

## *branch-and-bound*



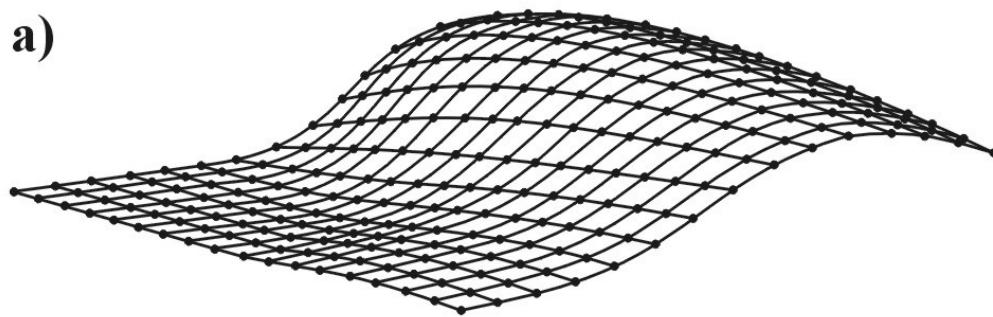
## 2. Heuristický přístup:

a)

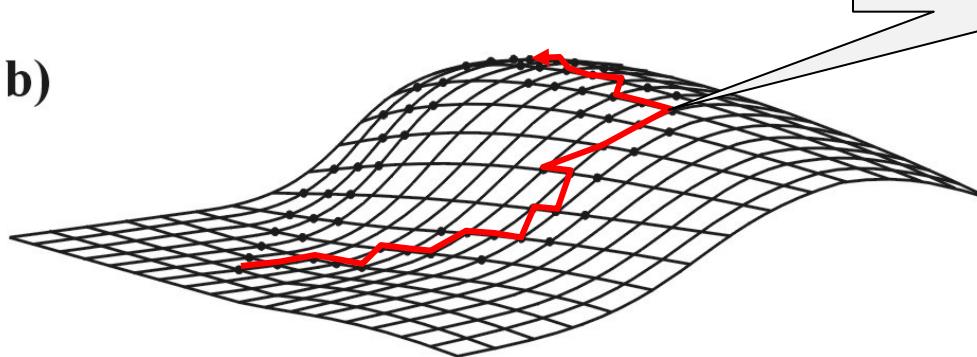


*stepwise addition*  
*star decomposition*  
*branch swapping*

a)

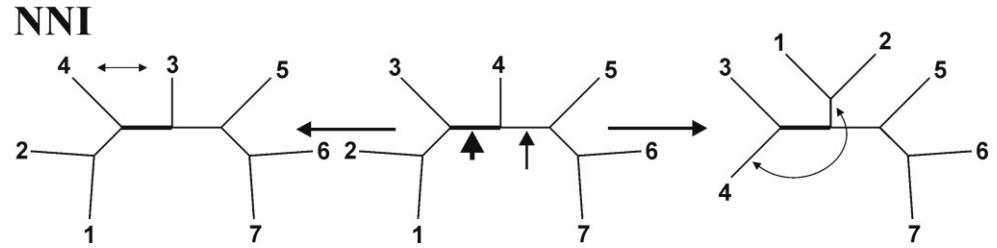


b)

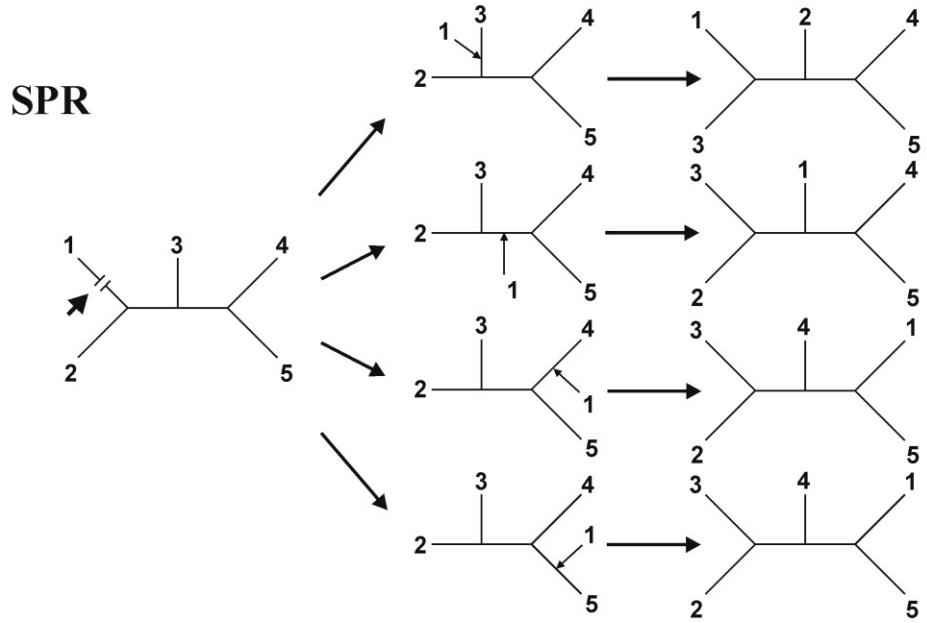


heuristické hledání

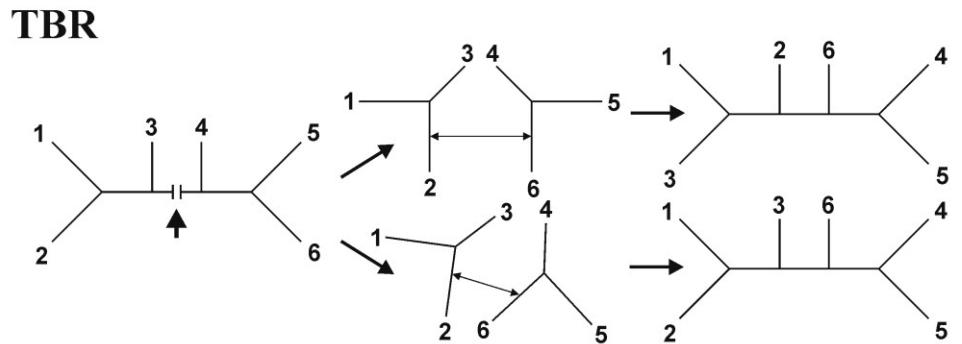
*nearest-neighbor  
interchanges (NNI)*



*subtree pruning  
and regrafting (SPR)*



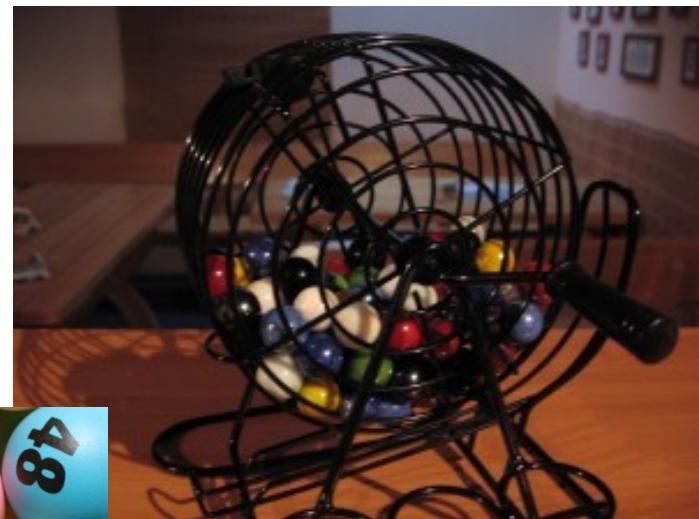
*tree bisection and  
reconnection (TBR)*



## Měření spolehlivosti stromů:

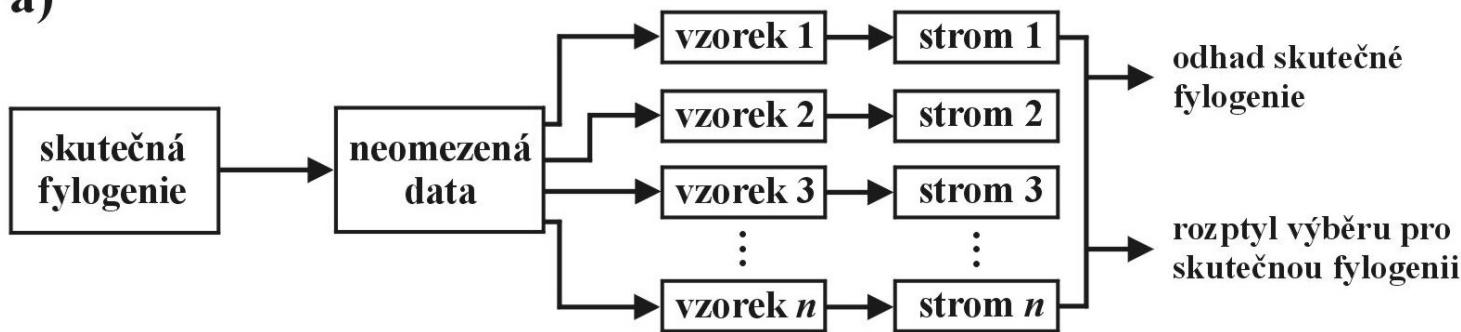
Metody opakovaného výběru

bez navrácení = **jackknife**  
s navrácením = **bootstrap**



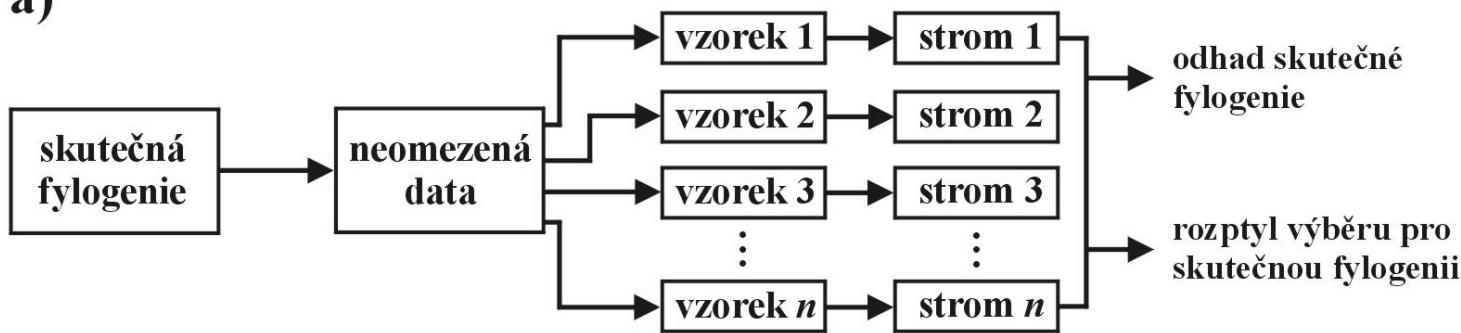
## bootstrap:

a)

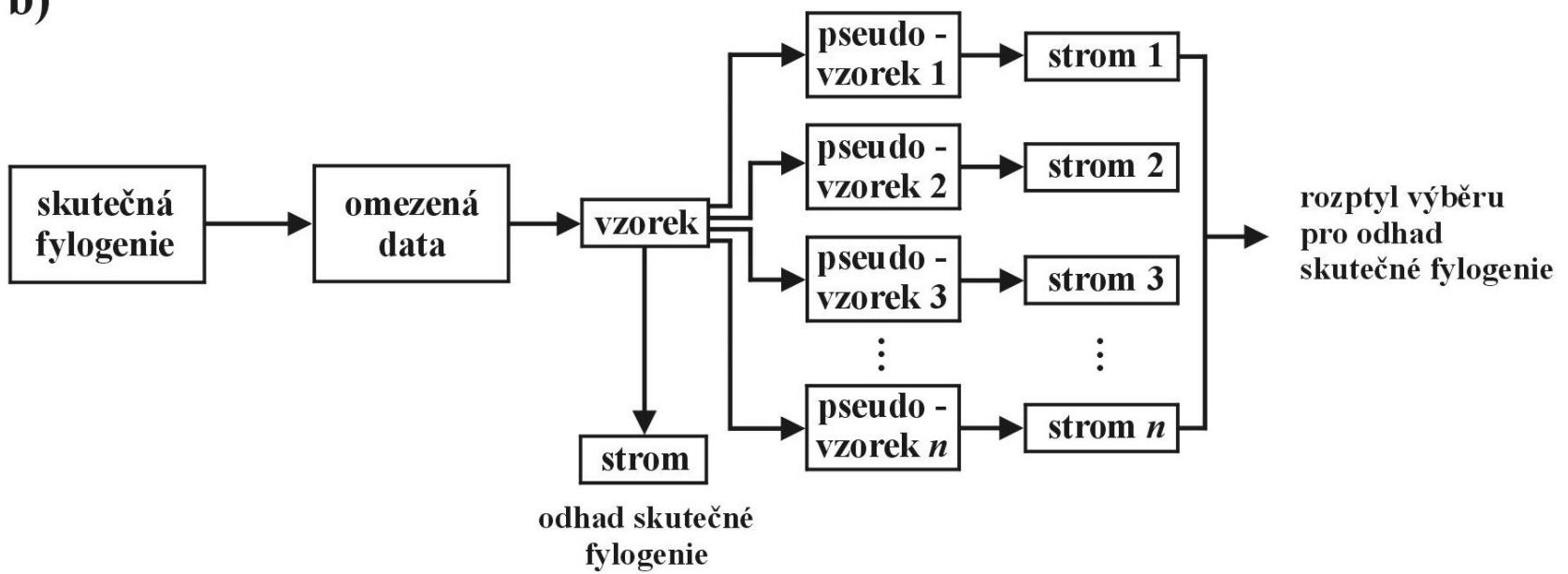


# bootstrap:

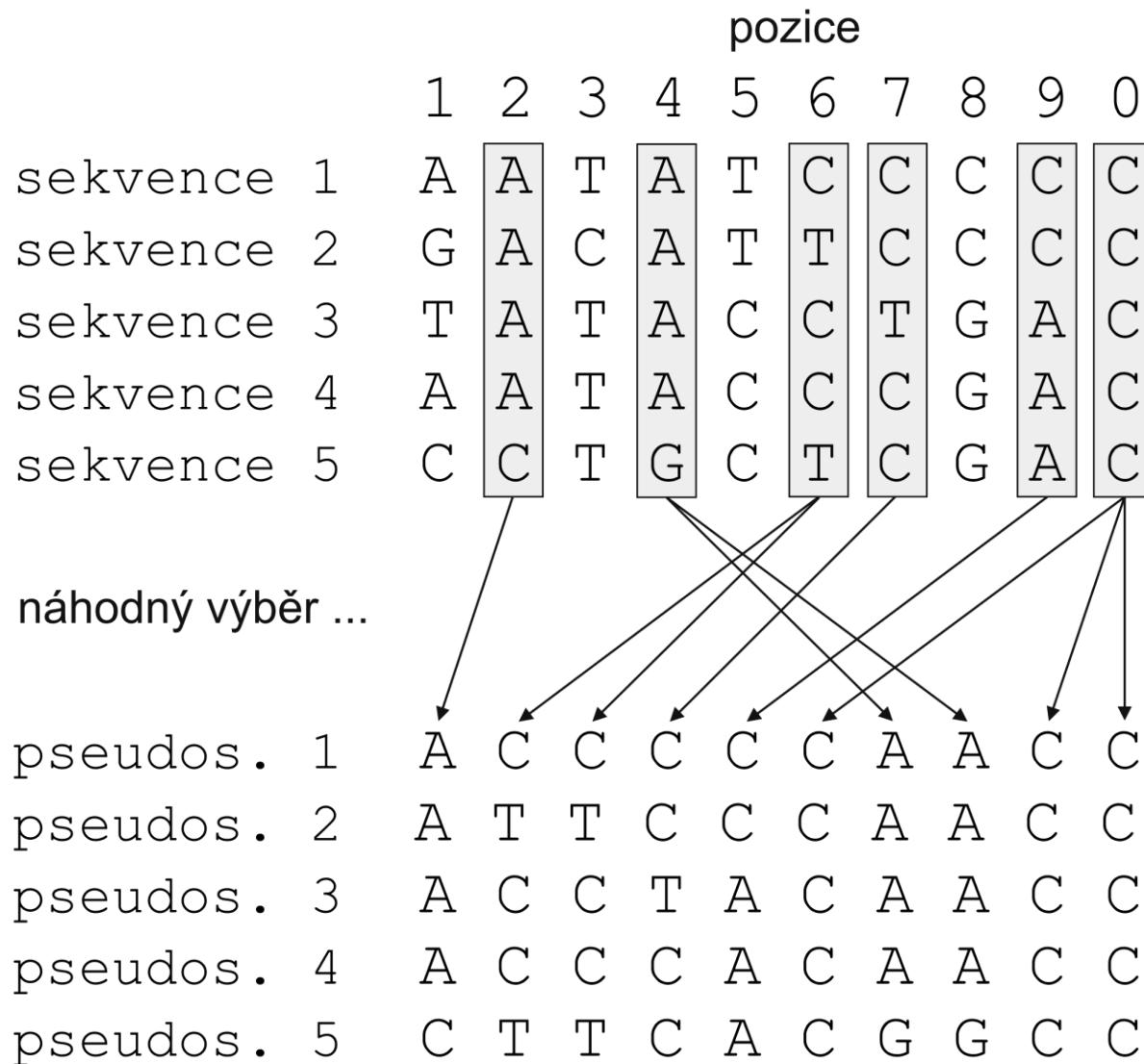
a)



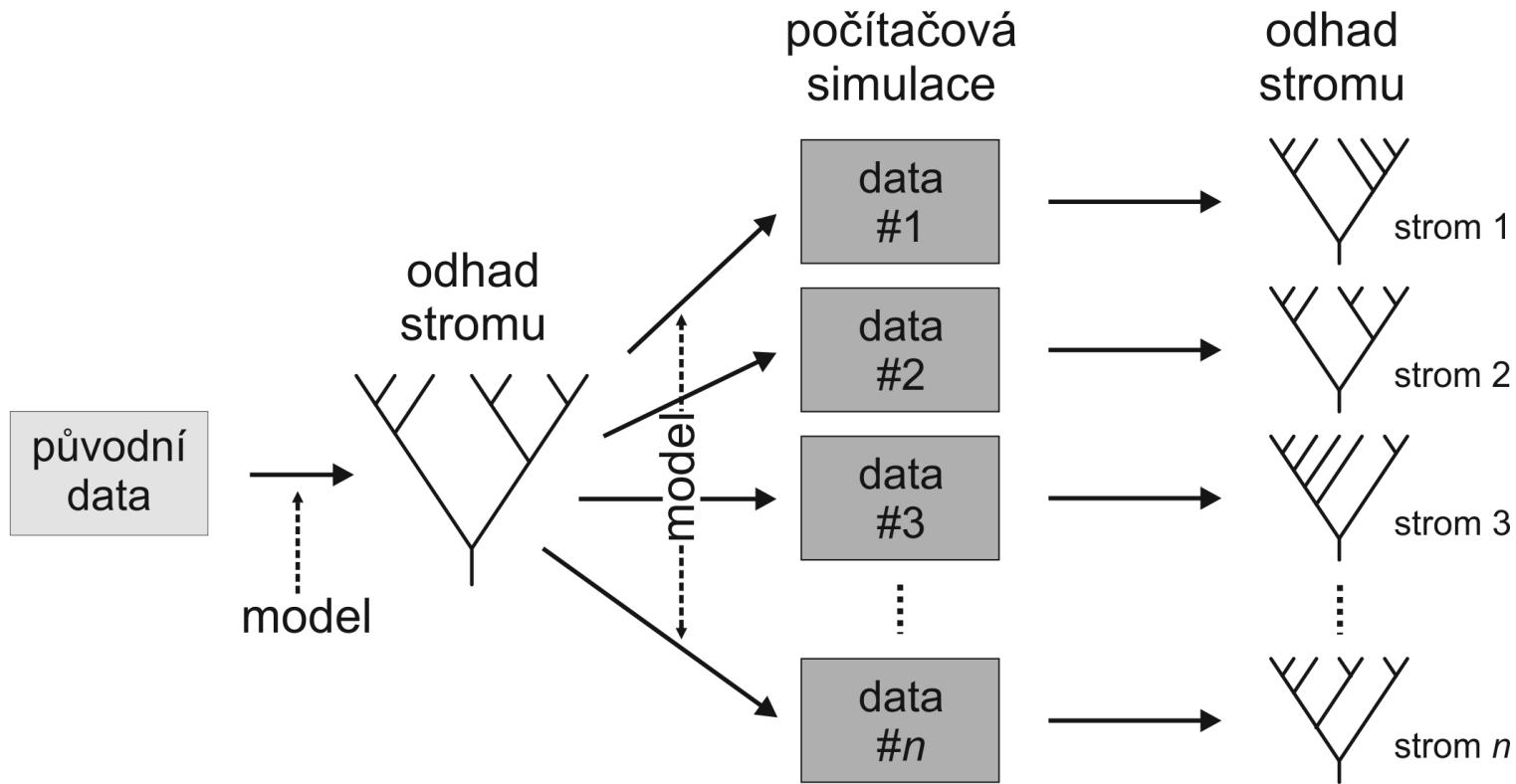
b)



## bootstrap:



# parametrický bootstrap: evoluční model



bayesovská analýza: aposteriorní pravděpodobnosti

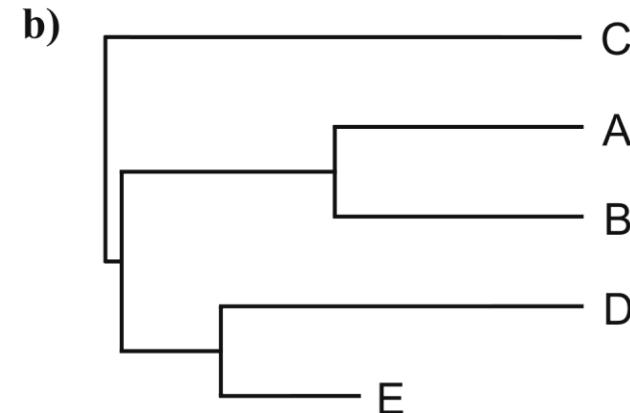
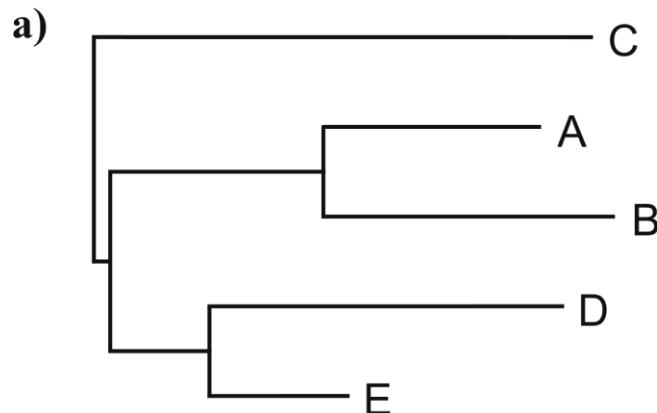
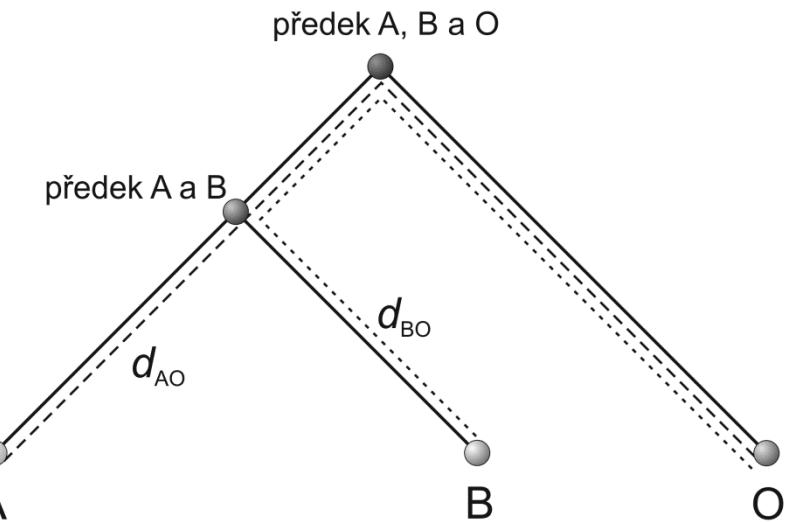
# Testování hypotéz

Test molekulárních hodin:

Relative rate test (RRT):  $AC=BC?$

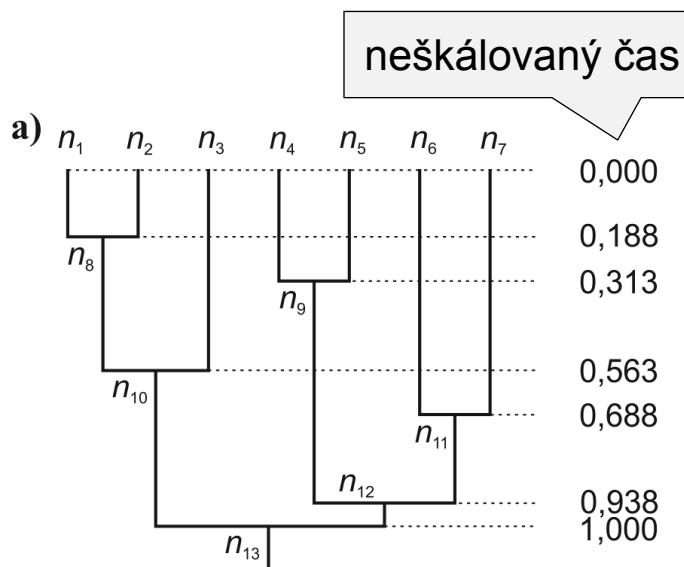
Linearizované stromy

odstranění signifikantně odlišných taxonů

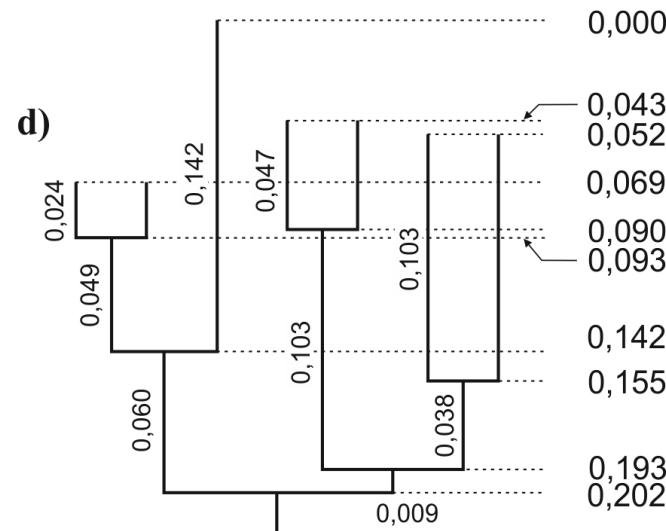
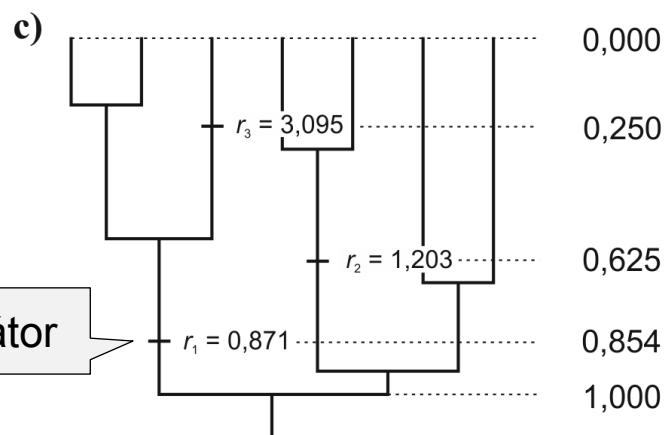
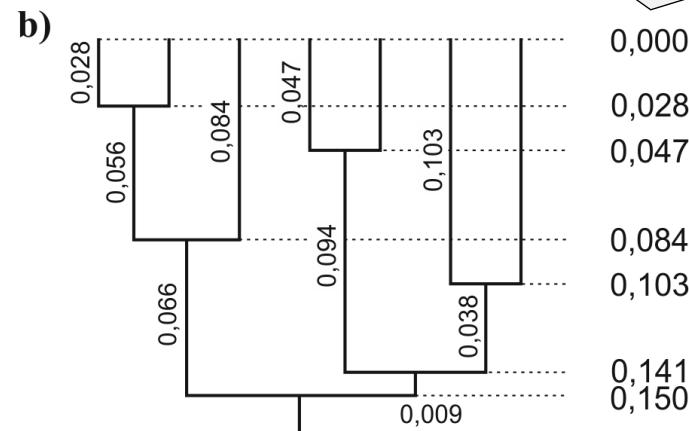


# Relaxované molekulární hodiny

umožňují změnu rychlostí podél větví



škálovaný čas  
(očekávaný poč.  
substitucí/pozici)



## Srovnání stromů

Jsou dva stromy signifikantně odlišné?

Testy párových pozic:

winning sites test

Felsensteinův z test

Templetonův test

Kishinův-Hasegawův test (KHT, RELL)

a)

$$d_i^* = \ln L^*_{T_1} - \ln L^*_{T_2},$$

kde  $i$  je bootstrapový replikát

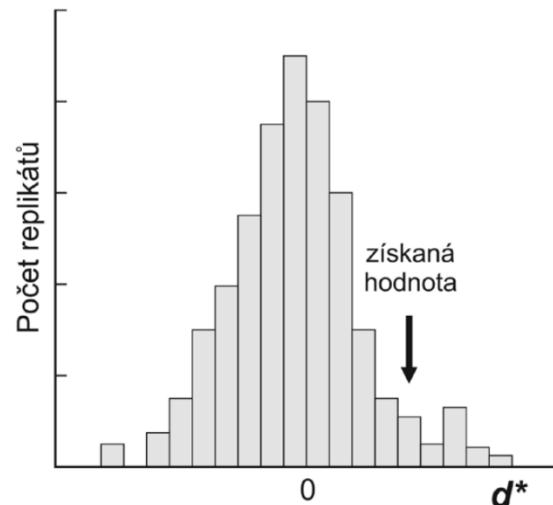
$$d_1^* = \ln L^*_{T_1} - \ln L^*_{T_2}$$

$$d_2^* = \ln L^*_{T_1} - \ln L^*_{T_2}$$

$$d_3^* = \ln L^*_{T_1} - \ln L^*_{T_2}$$

...

$$d_n^* = \ln L^*_{T_1} - \ln L^*_{T_2}$$



Pro více než dva stromy:

Shimodairův-Hasegawův (SH) test

## Srovnání stromů

Do jaké míry jsou dva stromy odlišné?

**Distance mezi stromy:**

partition metric

quartet metric

path difference metric

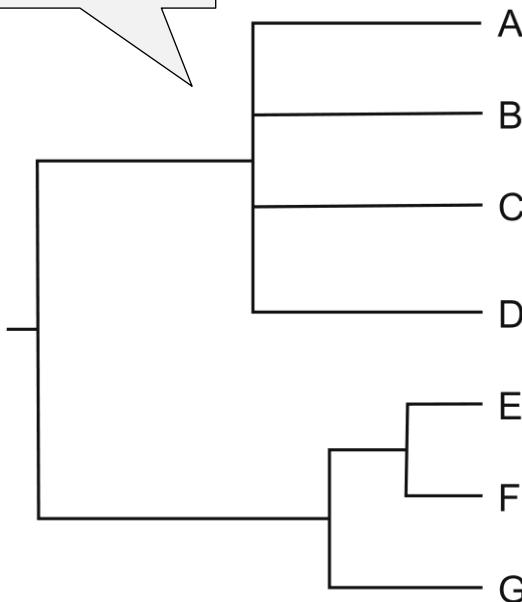
metody inkorporující délky větví

Problémy s distancemi mezi stromy

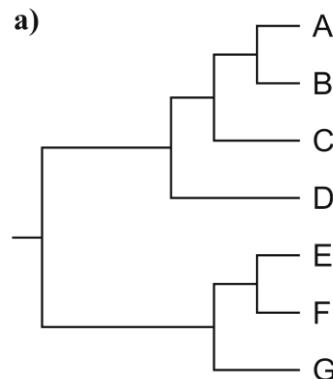
# Konsensuální stromy

striktní konsensus

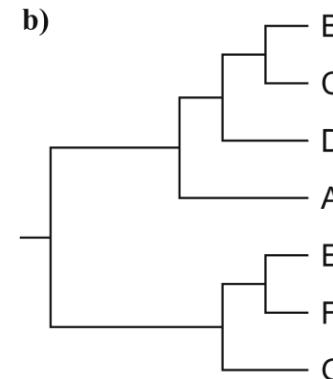
striktně  
konsensuální  
strom



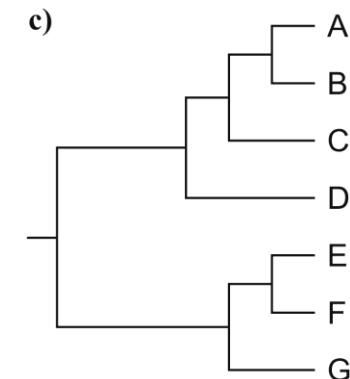
a)



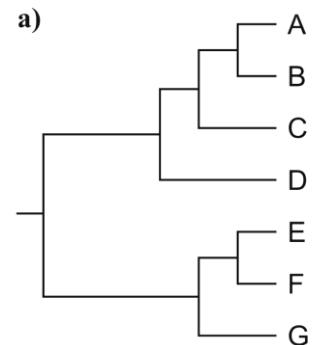
b)



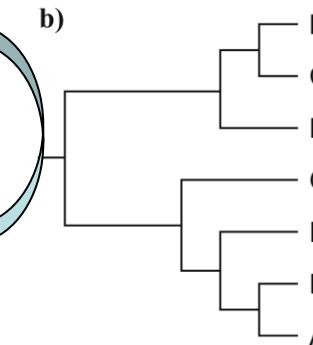
c)



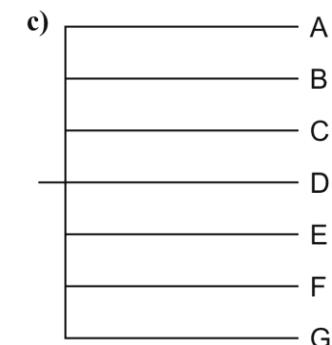
a)



b)

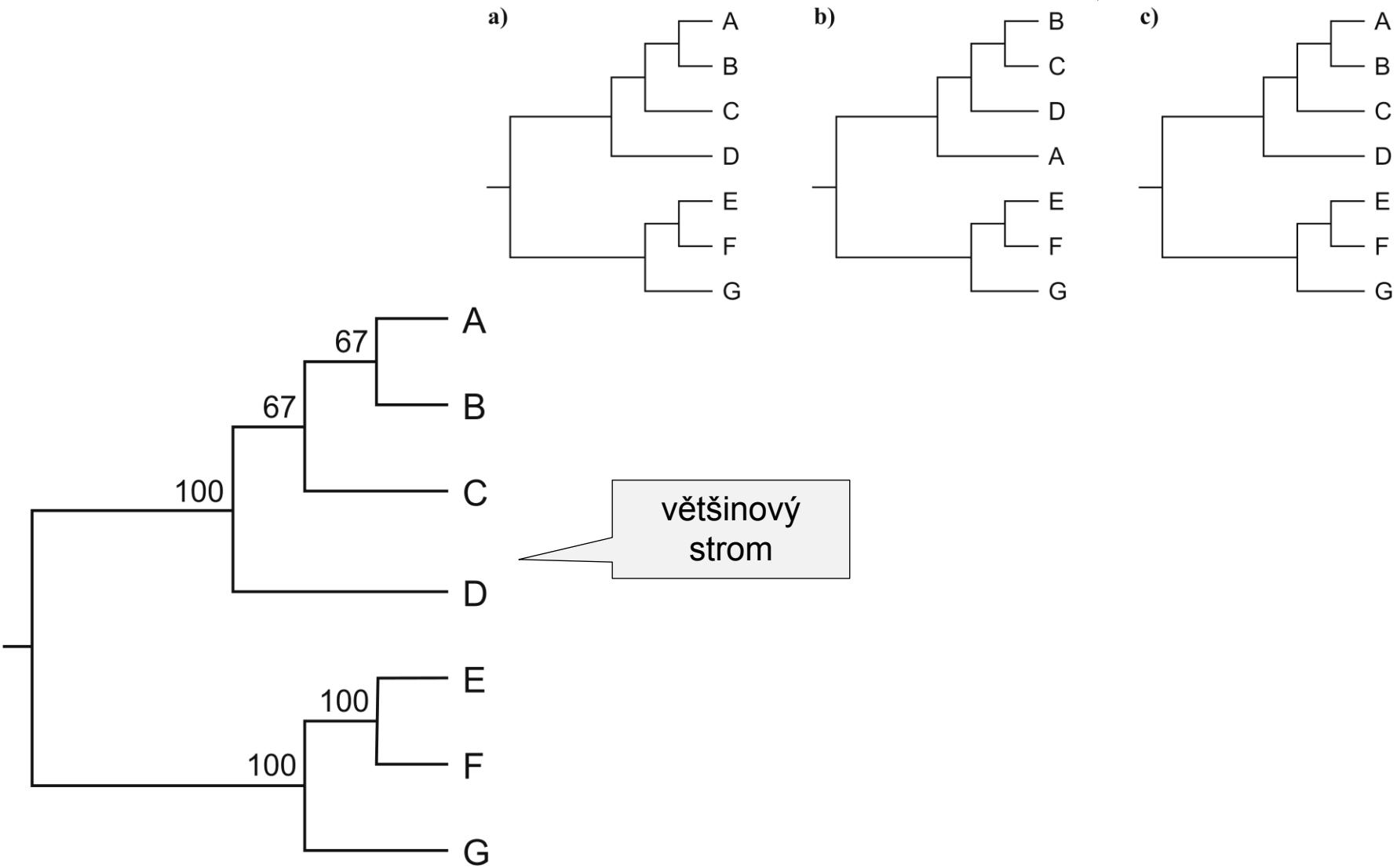


c)



zdrojové stromy

# majority-rule



## Konsensuální stromy

problém s konsensuálními stromy – kombinovaná vs.  
separátní analýza, *supermatrix* vs. *supertree*

konsensuální stromy v metodách opakovaného výběru,  
bayesovská analýza

# Fylogenetické programy

alignment:

ClustalX <http://inn-prot.weizmann.ac.il/software/ClustalX.html>

konstrukce stromů:

<http://evolution.gs.washington.edu/phylip/software.html>

PAUP\*

PHYLIP

McClade ... MP

MOLPHY, PHYML, TREE-PUZZLE ... ML

MrBayes ... BA

práce se stromy:

TreeView <http://taxonomy.zoology.gla.ac.uk/rod/treeview.html>