

Příklad 122/5

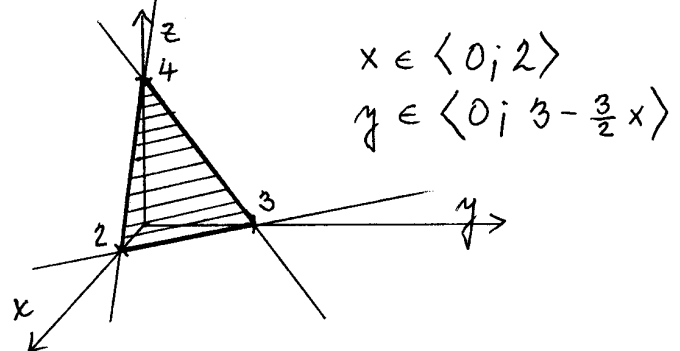
PLOŠNÝ INTEGRÁL DRUHÉHO DRUHU

Vypočítejte tok vektorového pole $\vec{F} = (x, y, z)$ orientovanou plochou S , kterou je část roviny $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ v 1. oktantu a jejíž normálové vektory svírají s osou z ostrý úhel.

$$\vec{F} = (x, y, z) \quad ; \quad S: \left. \begin{aligned} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1, \quad x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ z \geq 0 \end{aligned} \right\} \text{1. oktant}$$

$$f(x, y) = z = 4 - 2x - \frac{4}{3}y$$

$$\begin{aligned} f_x &= -2 \\ f_y &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \iint_S (x, y, z) d\vec{S} &= + \iint_D \left[-x \cdot (-2) - y \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) + \left(4 - 2x - \frac{4}{3}y\right) \right] dx dy = \\ &= \int_0^2 \int_0^{3-\frac{3}{2}x} \left(2x + \frac{4}{3}y + 4 - 2x - \frac{4}{3}y \right) dy dx = \int_0^2 \int_0^{3-\frac{3}{2}x} 4 dy dx = \\ &= \int_0^2 \left[4y \right]_0^{3-\frac{3}{2}x} dx = \int_0^2 \left(12 - \frac{12}{2}x \right) dx = \left[12x - \frac{6}{2}x^2 \right]_0^2 = \\ &= 12 \cdot 2 - 3 \cdot 4 = 24 - 12 = \underline{\underline{12}} \end{aligned}$$