

### Domácí úkol z 23. dubna 2015

Nechť těleso  $F$  je lokálně kompaktní vzhledem k netriviální normě  $|\cdot|$ . Nechť  $V$  je konečně rozměrný vektorový prostor nad  $F$ , na kterém jsou dány normy  $\|\cdot\|_1$  a  $\|\cdot\|_2$  (obě vzhledem k normě  $|\cdot|$ ). Na semináři jsme definovali, že tyto normy jsou ekvivalentní, právě když existují reálná čísla  $c_1 > 0$ ,  $c_2 > 0$  taková, že pro každé  $x \in V$  platí

$$\|x\|_1 \leq c_1 \cdot \|x\|_2, \quad \|x\|_2 \leq c_2 \cdot \|x\|_1.$$

Dokažte, že je tato podmínka splněna, právě když pro každou posloupnost prvků  $V$  platí, že je Cauchyovská vůči  $\|\cdot\|_1$ , právě když je Cauchyovská vůči  $\|\cdot\|_2$ .

[Můžete se zamyslet také nad tím, zda to platí i v případě, kdy  $|\cdot|$  je triviální norma.]