Domácí úkol z 21. května 2015

(Pro splnění úkolu stačí vyřešit jedno z těchto cvičení.)

Koblitz, s.74, cv.6 :

(a) Buď p prvočíslo takové, že -1 není druhou mocninou v $\mathbb{Q}_p$. Využijte Krasnerovo lemma k nalezení $\varepsilon > 0$ takového, že pro a splňující $|a-1|_p < \varepsilon$ platí $\mathbb{Q}_p(\sqrt{-a}) = \mathbb{Q}_p(\sqrt{-1})$.

(b) Mějme dáno prvočíslo p. Nalezněte $\varepsilon > 0$ takové, že pro a splňující $|a-p|_p < \varepsilon$ platí $\mathbb{Q}_p(\sqrt{a}) = \mathbb{Q}_p(\sqrt{p})$.

Koblitz, s.74, cv.4 : Buď K konečné rozšíření $\mathbb{Q}_p$ a α kořen normovaného ireducibilního polynomu $f(x) \in K[x]$. Dokažte, že existuje $\varepsilon > 0$ takové, že každý polynom $g(x) \in K[x]$ téhož stupně jako $f(x)$ splňující $|f-g|_p < \varepsilon$ má kořen β, pro nějž $K(\alpha) = K(\beta)$.

Ukažte, že bez podmínky ireducibility tvrzení nutně neplatí.