## Třetí cvičení – rovnice afinního zobrazení a transformační rovnice

**Úloha 1.** *Jsou dána zobrazení $f$ a afinní zobrazení $g, h, i, j$:*

- $f : A_3 \to A_2$
  $f([x, y, z]) = [4x + z + 3, -y + 3z - 1]$;
- $g : A_3 \to A_3$
  $\varphi_g((1, 0, 0)) = (4, 2, -3)$
  $\varphi_g((0, 1, 0)) = (-1, 2, 4)$
  $\varphi_g((0, 0, 1)) = (1, 2, -3)$
  $g([0, 0, 0]) = [3, -1, 2]$;
- $h : A_3 \to A_3$
  $\varphi_h((1, 2, 1)) = (4, 2, -2)$
  $\varphi_h((-2, 1, 2)) = (-2, -1, 1)$
  $\varphi_h((-3, -3, -1)) = (-6, -3, 3)$
  $h([3, 1, 2]) = [2, 1, -3]$;
- $i : A_3 \to A_3$
  $i([1, 0, 0]) = [3, 9, 3]$
  $i([0, -1, 0]) = [-6, -5, -4]$
  $i([0, 1, -1]) = [2, 4, -6]$
  $i([0, 0, 0]) = [1, 0, -1]$;
- $j : A_3 \to A_3$
  $j([1, 2, 0]) = [2, 2, 5]$
  $j([-1, 1, 1]) = [-1, 3, 3]$
  $j([-1, 0, 1]) = [1, 0, 2]$
  $j([-1, 0, 2]) = [4, -2, 3]$;

*Ukažte, že je $f$ afinní zobrazení. Určete všem zobrazením jejich rovnice (vůči standardním repérům) a hodnost.*

**Úloha 2.** *Napište transformační rovnice přechodu od repéru $\mathcal{R}$ k repéru $\mathcal{R}'$ v $A_3$, je-li:*

(a) $\mathcal{R} = \langle [0, 0, 0]; (1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1) \rangle$;
$\mathcal{R}' = \langle [3, 8, 1]; (13, -11, 23); (8, 13, -23); (41, -32, 0) \rangle$

(b) $\mathcal{R} = \langle [1, 2, 1]; (1, 0, 0); (0, 1, 0); (0, 0, 1) \rangle$;
$\mathcal{R}' = \langle [2, 1, -1]; (4, 2, 3); (1, 0, 0); (-3, -1, 3) \rangle$

**Úloha 3.** *Vyjádřete rovnice afinního zobrazení $f : A_3 \to A_3$ vůči repéru $\mathcal{R} = \langle [3, -2, 1]; (-1, 1, 1); (0, -1, 1); (1, 0, -1) \rangle$. Zadané rovnice jsou vyjádřené vůči standardnímu repéru.*

$$f : \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\mathcal{E}} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

## Řešení

1. 
- $f: \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ ; $h(f) = 2$
- $g: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -3 & 4 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ; $h(g) = 3$
- $h: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 6 & -6 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 14 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix}$ ; $h(h) = 1$
- $i: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 \\ 9 & 5 & 1 \\ 4 & 3 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ; $h(i) = 3$
- $j: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ -3 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ; $h(j) = 2$

2. (a) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} = \begin{pmatrix} 13 & 8 & 41 \\ -11 & 13 & -32 \\ 23 & -23 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'} + \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$

   (b) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\mathcal{R}'} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

3. $f: \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 4 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} + \begin{pmatrix} -6 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$