

Šesté cvičení – projekce do nadroviny, elace

Úloha 1. Určete rovnice rovnoběžné projekce p prostoru \mathcal{A}_3 do roviny $\rho : x - 3y - z + 2 = 0$ ve směru vektoru $(2, 1, 0)$.

Úloha 2. Určete rovnice základní afinity f prostoru \mathcal{A}_2 danou přímkou samodružných bodů $\rho_X : x + 2y + 3 = 0$ a dvojicí bodů $A[-1, 0]$ a $A'[3, -2]$. Jedná se o elaci?

Úloha 3. Geometricky interpretujte afinní zobrazení f, g, h :

$$f : \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 & 12 \\ -3 & 10 & 18 \\ 3 & -9 & -17 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 14 \\ 21 \\ -21 \end{pmatrix}$$

$$g : \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 2 \\ -2 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$h : \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -4 & -3 & 4 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Řešení

$$1. p : \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -6 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2. Jedná se o elaci (vektor $\overrightarrow{AA'}$ patří do zaměření podprostoru samodružných bodů).

$$f : \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$3. f : \varrho_X : x - 3y - 6z - 7 = 0$$

$$\lambda^3 + 8\lambda^2 - 19\lambda + 10$$

$$\lambda_{1,2} = 1, \mathbf{u}_1 = (3, 1, 0), \mathbf{u}_2 = (6, 0, 1)$$

$$\lambda_3 = -10, \mathbf{u}_3 = (2, 3, -3)$$

Jedná se o základní afinitu danou samodružnou rovinou ϱ_X a např. dvojicí bodů $A[2, 2, -2]$ a $A'[0, -1, 1]$.

$$g : \varrho_X : 2x + 4y + z - 5 = 0$$

$$\lambda^3 - 3\lambda^2 + 3\lambda - 1$$

$$\lambda_{1,2,3} = 1, \mathbf{u}_1 = (0, 1, -4), \mathbf{u}_2 = (1, 0, -2)$$

Jedná se o elaci danou samodružnou rovinou ϱ_X a např. dvojicí bodů $A[1, 1, 0]$ a $A'[3, 0, 0]$.

$$h : \varrho_X : x + y - z - 1 = 0$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 + \lambda$$

$$\lambda_1 = 0, \mathbf{u}_1 = (-1, 4, 2)$$

$$\lambda_{2,3} = 1, \mathbf{u}_2 = (1, 0, 1), \mathbf{u}_3 = (-1, 1, 0)$$

Jedná se o rovnoběžnou projekci ve směru $(-1, 4, 2)$ do roviny ϱ_X .