

Zápočtová písemka z Geometrie 3
Varianta E

Datum: 11. 4. 2017

Jméno:

1	2	3	Σ

1) (3 × 1 b.) Zadejte rovnicemi libovolnou afinitu v \mathcal{A}_3 , která (pokud takové afinní zobrazení neexistuje, podejte stručné vysvětlení, proč):

- (a) má vlastní čísla 3, 5 a -1 ;
- (b) je elací;
- (c) zobrazuje přímku $p : X = [0, 0, 1] + t(1, 1, 0)$ na $q : X = [0, 0, -1] + t(2, -1, 0)$.

2) Afinní zobrazení f z \mathcal{A}_3 do \mathcal{A}_3 je zadáno rovnicemi:

$$f : x' = -3x + 2y - 2z - 2$$

$$y' = y$$

$$z' = 6x - 3y + 4z + 3$$

- (a) (2 b.) Vypočtěte vlastní čísla a jim příslušné vlastní vektory zobrazení f .
- (b) (1 b.) Vyšetřete samodružné body zobrazení f .
- (c) (1 b.) Geometricky interpretujte zobrazení f .
- (d) (2 b.) Uveďte repér \mathcal{R} , ve kterém mají matice zobrazení f co nejjednodušší možný tvar, a rovnice f vůči tomuto repéru.

3) (4 b.) Základní afinita v \mathcal{A}_3 je dána rovinou samodružných bodů $\alpha : x + 2y - z - 2 = 0$ a párem odpovídajících si bodů $P[-1, 1, 0]$ a $P'[-2, 0, -1]$. Určete rovnice této základní afinity a zdůvodněte, proč je/není tato základní afinita elací.

Řešení E

2. (a) $\lambda_1 = 0, \mathbf{u}_1 = (2, 0, -3);$
 $\lambda_{2,3} = 1, \mathbf{u}_2 = (0, 1, 1), \mathbf{u}_3 = (1, 2, 0);$
- (b) $\varrho_X : 2x - y + z + 1 = 0$
- (c) Jedná se o rovnoběžnou projekci do roviny ϱ_X ve směru $(2, 0, -3)$.
- (d) Počátek je libovolný samodružný bod – např. $[0, 1, 0]$ – a bázi jsou vektory $(2, 0, -3)$, $(0, 1, 1)$ a $(1, 2, 0)$. Odpovídající rovnice jsou ve tvaru:

$$\begin{aligned}f : x' &= 0 \\ y' &= y \\ z' &= z\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}f : x' &= 2x + 2y - z - 2 \\ y' &= x + 3y - z - 2 \\ z' &= x + 2y - 2\end{aligned}$$

Zadaná základní afinita není elací, neboť vektor $\overrightarrow{PP'}$ nepatří do zaměření roviny α .