

Řešitelský seminář, 21. 3. 2017

Problem 1. Prove that a continuous function from \mathbb{R} to \mathbb{R} which maps open sets to open sets must be monotonic.

Problem 2. Bud' f spojitá funkce na intervalu $[0, 1]$. Určete:

1.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n f(x) dx,$$

2.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \int_0^1 x^n f(x) dx,$$

Problem 3. Určete

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^n}{n!} \right)^{\frac{1}{n}}.$$

Problem 4. Nechť p je liché prvočíslo a G grupa s $p + 1$ prvky. Jestliže je počet automorfismů G dělitelný p pak $p \equiv 3 \pmod{4}$.

Domácí úloha

Problem 5. Show that

$$\prod_{1 \leq x < y < \frac{p-1}{2}} (x^2 + y^2) \equiv (-1)^{\lfloor \frac{p+1}{8} \rfloor} \pmod{p}$$

for every prime $p \equiv 3 \pmod{4}$.