Úloha 1. *Klasifikujte následující shodnost (včetně určujících prvků).*

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} \\ -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

Řešení: Souměrnost podle přímky $p : X = [0, 0, -2] + t(-1, 1, -2)$.

Úloha 2. *Klasifikujte shodnost f. Dále ji rozložte na co možná nejmenší počet rovinových souměrností, jestliže první z uvažovaných rovin souměrnosti prochází počátkem souřadnicového systému. Uveďte rovnice těchto souměrností.*

$$\begin{aligned} f : x' &= \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{2}{3}z - 6 \\ y' &= \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}y + \frac{2}{3}z + 6 \\ z' &= \frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}z + 2 \end{aligned}$$

Řešení: Otočení kolem přímky $p : X = [-7, 0, -2] + s(1, 1, 0)$ o úhel $\varphi \doteq 109^\circ\, 28'$.
Rovina symetrie procházející počátkem souřadnicového systému: $\varrho_1 : 2x - 2y - 7z = 0$
Druhá rovina symetrie: $\varrho_2 : 3x - 3y - z + 19 = 0$
$\sigma = \tau_2 \circ \tau_1$

$$\begin{aligned} \tau_1 : x' &= \frac{49}{57}x + \frac{8}{57}y + \frac{28}{57}z \\ y' &= \frac{8}{57}x + \frac{49}{57}y - \frac{28}{57}z \\ z' &= \frac{28}{57}x - \frac{28}{57}y - \frac{41}{57}z \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \tau_2 : x' &= \frac{1}{19}x + \frac{18}{19}y + \frac{6}{19}z - 6 \\ y' &= \frac{18}{19}x + \frac{1}{19}y - \frac{6}{19}z + 6 \\ z' &= \frac{6}{19}x - \frac{6}{19}y + \frac{17}{19}z + 2 \end{aligned}$$

Úloha 3. *Dokažte, že je zobrazení a g podobnost a určete její koeficient. Rozložte ji na shodnost a stejnolehlost (tak, aby v pořadí skládání byla stejnolehlost jako první) a uveďte jejich rovnice. POZOR, SAMODRUŽNÝ BOD JE JINDE NEŽ V POČÁTKU!*

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 2 & 6 \\ 2 & 9 & -6 \\ 6 & -6 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ -20 \end{pmatrix}$$

Řešení: Stejnolehlost h_g má koeficient 11, střed $[2, 0, -1]$ (samodružný bod).

$$\begin{aligned} h_g : x' &= 11x - 20 \\ y' &= 11y \\ z' &= 11z + 10 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} s_g : x' &= \frac{9}{11}x + \frac{2}{11}y + \frac{6}{11}z + \frac{10}{11} \\ y' &= \frac{2}{11}x + \frac{9}{11}y - \frac{6}{11}z - \frac{10}{11} \\ z' &= \frac{6}{11}x - \frac{6}{11}y - \frac{7}{11}z - \frac{30}{11} \end{aligned}$$