Zápočtová písemka z Geometrie 3
Varianta F

Datum: 20. 4. 2017
Jméno:

1	2	3	Σ

---

1) (3×1 b.) *Zadejte rovnicemi libovolnou afinitu v $\mathcal{A}_3$, která (pokud takové afinní zobrazení neexistuje, podejte stručné vysvětlení, proč):*

(a) *má vlastní čísla* 3 *a* $1 + \mathrm{i}$*;*
(b) *je základní afinitou;*
(c) *zobrazuje bod* $[0, 0, 0]$ *na* $[0, 0, 0]$, $[1, 1, 1]$ *na* $[1, -1, 0]$ *a* $[-1, -1, -1]$ *na* $[0, 0, 1]$.

2) *Afinní zobrazení f z $\mathcal{A}_3$ do $\mathcal{A}_3$ je zadáno rovnicemi:*

$$\begin{aligned} f : x' &= -3x + 10y + 6z + 6 \\ y' &= -3x + 8y + 3z + 1 \\ z' &= 4x - 8y - z + 2 \end{aligned}$$

(a) (3 b.) *Vypočtěte vlastní čísla a jim příslušné vlastní vektory zobrazení f.*
(b) (1 b.) *Vyšetřete samodružné body zobrazení f.*
(c) (2 b.) *Uveďte repér $\mathcal{R}$, ve kterém mají matice zobrazení f co nejjednodušší možný tvar, a rovnice f vůči tomuto repéru.*
(d) (1 b.) *Uveďte rovnice zobrazení f v repéru* $\mathcal{R}' = \langle [2, 2, -3]; (1, 0, 0), (0, 0, 1), (0, 1, 0) \rangle$.

3) (3 b.) *Určete rovnice, střed a koeficient stejnolehlosti, která zobrazuje bod* $[1, 2, -1]$ *na* $[5, -2, 11]$ *a bod* $[3, 1, 0]$ *na* $[-1, 1, 8]$.

Řešení F

1. (c) Neexistuje, protože zobrazuje tři kolineární body na tři nekolineární body.

2. (a) $\lambda_1 = 2, \mathbf{u}_1 = (2, 1, 0)$;
   $\lambda_2 = 3, \mathbf{u}_2 = (1, 0, 1)$;
   $\lambda_3 = -1, \mathbf{u}_3 = (-2, -1, 1)$;

   (b) $X = [2, 2, -3]$

   (c) Počátek je samodružný bod $[2, 2, -3]$ a bázi tvoří vektory $(2, 1, 0)$, $(1, 0, 1)$ a $(-2, -1, 1)$. Odpovídající rovnice jsou ve tvaru:

$$\begin{aligned} f : x' &= 2x \\ y' &= 3y \\ z' &= -z \end{aligned}$$

   (d)

$$\begin{aligned} f : x' &= -3x + 6y + 10z \\ y' &= 4x \quad - y \quad - 8z \\ z' &= -3x + 3y + 8z \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} f : x' &= -3x + 8 \\ y' &= -3y + 4 \\ z' &= -3z + 8 \end{aligned}$$

$\kappa = -3,\ S[2, 1, 2]$.