Úkol z prvního cvičení – matice lineárního zobrazení, matice přechodu

Úloha 1. *Je dáno zobrazení lineární zobrazení* τ*:*

$$\tau : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3 : \tau((2,1)) = (0,0,0), \tau((3,2)) = (1,3,-1)$$

Určete matici zobrazení (vůči standardním bázím), jádro, obraz a hodnost.

Úloha 2. *Nalezněte matici přechodu od báze* $\mathcal{U}$ *k bázi* $\mathcal{V}$ *v* $\mathbb{R}^3$*, je-li:*

(a) $\mathcal{U} = \langle (1,0,0); (0,1,0); (0,0,1) \rangle$;
$\mathcal{V} = \langle (2,-1,3); (-1,2,0); (0,2,-1) \rangle$

(b) $\mathcal{U} = \langle (2,-1,3); (-1,2,0); (0,2,-1) \rangle$;
$\mathcal{V} = \langle (7,2,10); (-5,1,0); (-1,2,0) \rangle$

Nápověda: na situaci se můžete dívat jako na zobrazení prostoru na sebe.

Dále si promyslete následující příklad, kterým budeme příště začínat:

Úloha 3. *V* $\mathbb{R}^3$ *je dána báze* $\mathcal{B} = \langle (-2,1,1); (3,-1,2); (3,2,-1) \rangle$ *a v* $\mathbb{R}^2$ *je dána báze* $\mathcal{C} = \langle (1,3); (1,4) \rangle$*. Vyjádřete matici* B *zobrazení* $\pi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 : \pi((x_1, x_2, x_3)) = (2x_1 + x_2, x_2 - x_3)$ *vzhledem k bázím* $\mathcal{B}$ *a* $\mathcal{C}$*.*
Nápověda: Jeden ze způsobů řešení vychází z Věty 1.1.5 ve skriptech.