Jak jsem propadl do sekundy

Karel Otruba

CMGaSOŠPg, Lerchova 63, Brno, KDM MFF UK Praha

Mírně upravený text ze sborníku konference „Jak učit matematice žáky ve věku 11 – 15 let“, Litomyšl, 2007

Moje vystoupení na celostátní konferenci s názvem „Jak učit matematice žáky ve věku 11 – 15 let“ je čin hodně odvážný. Kdybych měl brát název konference jako otázku, musel bych hned na rovinu přiznat, že to prostě nevím. Ale okamžitě bych také dodal, že se tomu každou hodinu a skoro každou minutu učím, dokonce velmi rád, protože tak prožívám stále nová a nová dobrodružství, získávám nové a nové příležitosti k řešení naprosto nečekaných problémů a úkolů a to všechno mě svým způsobem náramně baví. Je to hodně zajímavá paralela k mým dlouholetým zvyklostem a zkušenostem se studenty ročníků vyšších, především s maturanty. Ale to bych předbíhal.

Učím desátým rokem na osmiletém gymnáziu v Brně, před tím jsem asi čtvrt století působil převážně na čtyřletých gymnáziích, především na někdejším Gymnáziu W. Piecka v Praze, pak na gymnáziu ve Dvoře Králové nad Labem. I tam jsem byl nasazován ponejvíc do třetích a čtvrtých ročníků. Stalo se jaksi mou pracovní náplní převádět mladé lidi ze středních škol na školy vysoké, pomáhat jim nejen v tomto závažném kroku, vedoucím přes maturitní zkoušku a zkoušky přijímací, ale i v celkovém nasměrování podle jejich možností, schopností a přání. Za ta léta jsem si tuhle roli školního Chárona, převozníka, velmi oblíbil. Když ještě přidám asi šestnáct dobrodružství v rolích předsedy maturitních komisí, mohu říci, že jsem byl po většinu svého učitelského života v kontaktu s mladými lidmi v onom zajímavém věku těsně pod dvacet. A to, jak by se dnes řeklo, napříč školami, režimy a někdo by možná dodal i napříč zeměmi.

Se studenty na tzv. nižším gymnáziu jsem neměl zkušenosti vůbec žádné.nZačalo to až v Brně. Naše škola se teprve rozjížděla. Nastoupil jsem do tercie, tehdy nejvyšší třídy. Jenže tam jsem učil fyziku, a problémy byly trochu jiné. Třídu jsem vedl až do oktávy, od sexty i v matematice, a na terciové problémy jsem zapomněl... Matematiku na nižším gymnáziu jsem chytil poprvé před osmi lety, další terciány. I s těmi jsem to dotáhl až k maturitě. A teprve loni jsem se znovu objevil „dole“ v sekundě, tedy po osmi letech, takže jsem měl pocit, jako bych se skutečně kamsi hluboko propadl. Rok před tím jsem však také začal externě učit na KDM MFF UK v Praze, a má působnost se tak rozšířila oběma směry, nečekaně spolu souvisejícími. Mohu říci, že to opravdu stálo za to.

Co všechno se za těch osm let změnilo? Někteří z nás učitelů říkají, že se mění děti. Mnozí hovoří i o klesající úrovni. Nedávno jsem však slyšel jednoho kolegu radostně líčit, že děti se vlastně nemění a že jsou pořád fajn a bezva. To, že dnes daleko častěji píšou babičku s ypsilon po b, mu prý ani tolik nevadí. (Nevím. Mně to vadí dost.) Ale i my se měníme. Jak? Především stárneme, na rozdíl od těch v lavicích před námi. Ti mají stále svých osmnáct nebo jedenáct až patnáct... A naše stárnutí, je to klad nebo zápor? Jsme vnímáni jako zkušenější a tudíž použitelnější? Nebo naopak jako už opotřebovaní a proto zralí k odepsání? Ten první pohled se nosil u Indiánů a dodnes se prý nosí v zemích dalekého východu, v Číně, Koreji... tak jsem to slyšel vyprávět. Jenže v USA a také v zemích jejich kulturou poznamenaných se na stáří začínají dívat jinak, tím druhým způsobem... Je to situace hodně složitá.

Ale vraťme se k tématu. Moje první zkušenosti s nižším gymnáziem byly neveselé. Na otázku, jakou má představu o tom, co budeme dělat ve fyzice, mi kdysi jedna ustrašená dívenka třesoucím se hlasem odpověděla „...budeme převádět jednotky...”. Bylo opravdu vidět, jakou má z toho hrůzu.

A skutečně. V naší první tercii jsem se odvážil dát do písemky toto zadání:

> Pes běžel rychlostí 3m/s. Jak velkou dráhu uběhl za 2/3 minuty? Značná část třídy vynásobila 3.2/3 = 6/3 = 2. Uběhl 2 metry.

Autoři tohoto řešení (a především pak jejich rodiče) se bránili proti ošklivé známce tím, že prý (děti) látku znají, vždyť přece dosadili do správného vzorce s = v.t !!! Byl jsem konsternován.

A potom přišla další poznání. Problémy s tím, že čtvrtina z šedesáti je patnáct, nebo patnáctina ze šedesáti jsou čtyři, jsem nečekal. To je přece vidět z prvního pohledu na ciferník. Nebo dvanáctina z šedesáti a tedy také pětina z šedesáti. Že by děti neměly zažité tak běžné pojmy jako pět minut, čtvrthodina, půlhodina, patnáct minut... a neviděly při tom automaticky v duchu ciferník, tomu se mi nechtělo věřit. Nebo bezradnost se zlomkem 5/9, když měli jeho hodnotu naznačit na kruhu, zámém „koláči“. Skoro nikoho nenapadlo, že je to o kousek víc než čtyři a půl devítiny, tedy něco přes jednu polovinu. Nebo že je to prostě o kousek víc než 5/10. Že by jim chyběla představa dělení dortu? Je to možné, vždyť která rodina má dnes devět nebo deset členů? A dělívají se teď vůbec děti o „svůj“ dort s někým?

Možná jsou tyhle a jim podobné problémy daní za informace v digitální podobě. Když k tomu přidáme známou průpovídku „zlomek je naznačené dělení“ (které mimochodem sám moc nerozumím), máme to skoro jako na dlani. Děti si dovedou problém pěti devítin vyklikat na kalkulačce, získají výsledek 0,5555555, možná 0,5555556, pak začnou radostně drmolit „žádná celá pět-pět-pět-pět-pět...“ s potutelným očekáváním, kdy je učitel utne, a ti informovanější hrdě prohlásí „žádná celá pět periodicky“, nevědouce, jakého závažného problému se vlastně dotýkají, a jak jim dá v septimě či oktávě zabrat první oťukávání pojmu limita a konvergence...
S tím naznačeným dělením mi to opravdu není jasné. Když vidím někde napsáno třeba 5:8 = 0,625, říkám tomu dělení. Už provedené. Když vidím 5:8 nebo dokonce 5:8 = , cítím v tom jakýsi imperativ „děl!“, (spíš v tom druhém zápisu, ten bez rovnítka by mohl pouze znamenat poměr), zdůrazněný prázdnotou za rovnítkem, která mě nutká k dokončení zápisu. Tomu bych snad „naznačené dělení“ říkat mohl. Ovšem zápis 5/8 mě nijak k dělení nesvádí, nic takového mi nenaznačuje... v tom vidím jen a jen racionální číslo... a jeho vztah k jednotce podvědomě vnímám pomocí dortu. Záludnost slov „naznačené dělení“ mi ostatně potvrdil jinak velmi bystrý tercián Matěj. Při úpravě číselného výrazu dospěl správně ke složenému zlomku (7/3)/(5/3), který upravil oblíbeným způsobem na (2,33333...)/(1,66666...) a naštěstí skončil. Představa naznačeného dělení ho zavedla do bažiny, ve které ho pak už nechala na holičkách.
(Někdo méně bystrý by se možná pokusil ještě vybřednout „krácením“ periodické trojky a šestky. Věřte tomu nebo ne.)

Dovolte mi malou vsuvku pro dospělé: Řešením krásné exponenciální rovnice $9^x + 15^x = 25^x$, dospějete k číslu logaritmus(při základu 3/5) výrazu $\left(\sqrt{5}-1\right)$ / 2. Asi nikdo z nás nemá okamžitou představu, kde na číselné ose toto číslo leží, i když po chvilce nám dojde, že musí být o chlup menší než 1. (Mimochodem - k tomuto závěru lze dojít úvahou, aniž bychom rovnici řešili, zkuste to, je to zajímavé cvičení...). Tady nám převod na desetinný zápis opravdu velmi pomůže, je to asi 0,942027... , digitální informace má zde velikou cenu. Ale není tomu tak vždy.
Konec vsuvky pro dospělé.

Záhy jsem také seznal, jaký zmatek mají děti v pojmech „krácení zlomku“ a „uvedení zlomku na základní tvar“. Nejprve to krácení: V příkladě 22/33 si někdo pomohl kalkulačkou, vyšlo mu 0,666666... Tím zjistil, že jde o dvě třetiny a usoudil, že se krátí dvojka proti trojce. Zlomek 5555/7777 se rovná 5/7 (kalkulačka to potvrdí) a jistota o správnosti takového „krácení“ prudce vzrůstá. Pak už pro někoho nebyl problém napsat, že1112/1111 = 2, prostě škrtnul příslušný počet jedniček. Stále snad platí, že krátit zlomek znamená vydělit čitatele i jmenovatele stejným číslem různým od nuly (obecně výrazem). Samozřejmě, v nižších třídách je výhodné krátit tak, abychom došli k méně košatému výrazu, třeba k základnímu tvaru zlomku. Když však u těchto představ zůstaneme a tvrdíme, že třeba zlomek 7/4 už krátit nejde, dožijeme se v septimě zklamání, když se dozvíme, že například rovnice $x^2/4 + 7y^2/4 = 1$ je rovnicí kružnice. Leckterý septimán vidí stejné jmenovatele, tedy domněle stejně dlouhé poloosy, vlastně poloměr. Sedmička v čitateli mu tam sice jaksi vadí, ale ne zas moc, nad tím se přivře oko... Kdyby zlomek 7/4 zkrátil sedmi, měl by elipsu jak na dlani. (A podle mých představ by měl maturant tu kratší poloosu umět hbitě eukleidovsky sestrojit.) Uvést zlomek na základní tvar je přece docela jiná věc. Zde je klíčovým pojmem (ne)soudělnost. Mnoho problémů však vzniká z toho, že sekundán prostě nepozná, zda dvě celá

čísla jsou nebo nejsou soudělná. To je ale věcí jeho zkušenosti, praxe, procvičování... Nevím, ale neskoncovali jsme příliš rychle někde na základní škole s odříkáváním násobilky?
Zavedl jsem u sekundánů pojem „kamarádství s čísly“. Snažím se je přimět k tomu, aby jim co nejvíc čísel něco říkalo, připomínalo. Vyprávím jim, jak chodím často kolem domu č. 144 a vždy se mi vybaví 12^2. Skoro každou hodinu se ptám, co jim připomíná číslo hodiny nebo datum na tabuli. Při hodině č. 47 mi hlásí „dnes je to prvočíslo a přespříště tam bude druhá mocnina“. A tak dále. Máme z toho oni i já tak trochu legraci, ale to mi nevadí, taková legrace je výborným kořením hodiny. Když jsem se dověděl, že podle výzkumů neví statisticky významný počet osmáků, že 75% jsou 3/4, vyprávěl jsem v sekundě o pětadvacetnících mého dětství, jak jsme si s nimi hrávali a jak jsem si dobře zapamatoval, že čtyři jsou jedna koruna. Dvacetníky, které jsme téžnedávno opustili, nebyly myslím už tak výmluvné, ale že těch je do koruny pět, také nebylo k zahození. Co myslíte, až zmizí i padesátníky, neprojeví se to všechno zase nějak v matematických představách našich žáků? (V této době už dávno nejsou!!!)

Na základě uvedených a mnohých dalších poznatků jsem se začal rozhlížet. Musí přece existovat způsob, jak žákům vrátit možnost tyto základní představy získávat, pěstovat a udržovat. Napadla mě vzpomínka na mého studenta R.T., který na univerzitě v Atlantě významně zapracoval na slavném problému čtyř barev. Ten mi kdysi řekl, že nejdůležitější je to, co jsme se dozvěděli mimo učební látku, co jsme si jen tak povídali bokem, mimochodem. Ano, nejlíp se pamatuje to, co je navázáno na přirozené asociace, běžné zážitky, oblíbené činnosti, často opakované všední dění a podobně. Nebo naopak na zážitky nevšední, mimořádné, vzácné.

A potom jsem si vzpomněl na svého otce, výborného pedagoga, a na jeho vyprávění, jak jako mladý učitel na venkovské škole dětem takové zážitky inscenoval. Tak třeba: Mají dnešní děti nějakou představu o čísle milion? Na to je těžká odpověď. Dnes snad vědí, co by se dalo za milionový obnospořídit. Ale zkuste se zeptat, jak by vypadala hromada obsahující zrovna milion korunových mincí. Vešla by se mi do dlaně? do kapsy? do aktovky? ?do auta? Nebo bych musel přijet s náklaďákem? menším? větším? Unesl bych je vůbec? A kdybych z těch korun postavil sloupek, komínek, jak by byl vysoký? Můj táta nechal nejdřív děti zjistit, že sirka je tlustá asi dva milimetry. Pak jich dali deset k sobě, to byly dva centimetry. Potom vyšli před školu a položili k sobě těch sirek sto, tedy 20 cm. Nakonec nebylo těžké pochopit, že 1000 sirek by byly dva metry, a protože „tisíc tisíců je milion“ a kilometr je tisíc metrů, milion těch sirek by těsně k sobě museli klást na délku dvou kilometrů, „...a to je od školy až tam k té vzdálené kapličce v polích, však jsme včera na vycházce šli kolem a pak jsme si to na mapě odměřili...“. Nevím, jak bych líp mohl dětem zprostředkovat zážitek z čísla milion.
Nebo poznatek „světlo je rychlejší než zvuk“. Táta vzal opět děti na vycházku. Ve smluvenou chvíli se v dálce u lesa objevil hajný s puškou… Děti sledovaly, jak z hlavně nejdříve vyšlehl plamínek. A potom, za dost dlouhou chvíli, k nim dospěl zvuk výstřelu... Pozorování vzdáleného dřeborubce vykoná skoro stejnou službu, ale uznejte, s tím hajným a puškou je to daleko větší vzrůšo. Takových věcí mi táta vyprávěl dost a dost, ale nebudu jich zatím víc prozrazovat.

Jaké zážitky mají děti dnes? Jakými reáliemi a jakými ději jsou obklopeny? A mají tyto vjemy tolik potence, aby v dětských myslích pomohly vybudovat základní představy, o které se pak mohou dál bezpečně opírat ve škole a v životě? Je skutečně pro děti přínosné (a zdravé) zvykat si na myšlenku, že vše, co potřebují vědět, zjistí vsedě, téměř jediným pohybem ruky, totiž kliknutím na myš? A je to vlastně vůbec pravda?

Jedna poznámka k tomu klikání. Četl jsem nedávno v denním tisku asi tuto myšlenku: „Neučme děti hned psát, jejich počítačové úpravy jsou hezké. Psát rukou se pak naučí snadno.“ Nejsem odborník, ale slyšel jsem odborníka se k tomu vyjádřit: „Rukohybná motorická centra a řečová centra jsou v mozku blízko sebe. Zanedbávání výuky psaní mívá za následek obtíže ve vyjadřování“. Tak nevím. O poklesu vyjadřovacích schopností dnešních mladých lidí se poměrně hodně mluví. Není i zde žába na prameni? A jak na tom jsme my, učitelé matematiky? Víme o těchto a podobných psychologických skutečnostech? I k tomu se ještě vrátím.

Rozhlížel jsem se i v literatuře. Půvabná dětská kniha s názvem „Hanýžka a Martínek“ je výběrem ze slavné trilogie J. Š. Baara. Najdeme tam kapitolu „Škola v Klenčí“. Mladý učitel Alois Jindřich zcela přirozeným způsobem předkládá venkovským dětem jednoduché slovní úlohy velmi přiměřené jejich představám. Uvedu dvě z nich: „Chlapec šel do lesa na houby, každou minutu našel jeden klouzek a každé dvě minuty jeden hřib. Celou hodinu tak chodil a pak se vrátil. Kolik měl ten hoch v košíku klouzků a kolik hříbků?“ Druhá: „Jeden pohůnek pase dobytek třem hospodářům. Jednoho dne první pustil mu do stáda dvanáct kusů, druhý jen půl tolik a třetí konečně jen třetí díl toho, co první. Kolik kusů toho dne pásl?“ Tohle je úplně nová metoda, děti jsou mile překvapeny, protože Jindřichův předchůdce Čejka s nimi pouze memoroval násobilku bez aplikací. Však také Baar tato zadání mistrovsky prokládá myšlenkami a představami, kterými si děti učitelovo vyprávění v duchu rozvíjejí, dokud neprohlédnou jeho „lest“. A Hanýžka je nakonec zklamaná, když se z toho všeho vyklube „škaredý početní úkol“. Posléze je sama vyvolána k tabuli na řešení úlohy o pohůnkovi. Náhle si nemůže vzpomenout, jak se píše číslo dvanáct, a dokonce ji rozpaky, kam že to má na té velké tabuli napsat... hleďme, taková samozřejmá věc... pro nás, ale nejsou mnohá zaseknutí malých žáčků u tabule dána třeba i podobnými banalitami, které by se nám v té chvíli neodvážli říct? „A kam to mám napsat na té velké tabuli? Nahoru? Doprostřed?“ Celá epizoda pak pokračuje konfliktem mezi vzdorující Hanýžkou a poněkud prchlivým učitelem, ale vše se zanedlouho v dobré obrátí při nácviku Rybovy České mše vánoční. Ukáže se totiž, že Hanýžka i pan učitel jsou oba nadšení muzikanti... Rád při této příležitosti vzpomínám na studentská provádění Rybovy mše v Praze. S tím nápadem nepřišli studenti humanitních a jazykových zaměření, ale studenti matematických tříd...

V literatuře je vůbec mnoho příhod a postřehů ze školního prostředí. Stačí pozorně číst a nechat se poučit. Dokonce i humorná kapitola „Jak byl Mikeš ve škole“ ve známé Ladově knížce dává mnohý podnět k zamyšlení. Pepík Ševců (tj. Josef Lada) chodí do školy rád, protože - jak sám říká „…paní učitelka pěkně o všem vykládá a je na nás hodná.“ A tato paní učitelka s dokonalým pedagogickým mistrovstvím a přehledem zvládne naprosto neplánovanou situaci, kdy místo nemocného Pepíka přijde do třídy mluvící kocour Mikeš. Ostatně i Mikešův zápis na tabuli 1+1=11 nás může přivést k zamyšlení, jestli to snad někdy není nakonec pravda.

Vraťme se k dalším překvapením. Když přišly tzv. slovní úlohy (existuje vlastně přesná definice tohoto pojmu?), začali sekundáni psát nepravdivé výroky typu 1/2 = 20 nebo 2/7 = 10. To byly jejich stručné zápisy zadání „Vašek našel dvacet hub, polovinu celkového množství...“, nebo „...dvě sedminy všech návštěvníků, to je deset lidí, odešlo...“. Tomu, kdo vidí ve zlomku 2/7 jakési naznačené dělení a nikoli číslo, se to napíše snadno.

Bylo nutno zabrousit do češtiny. Ukázat jim, že vždycky následuje genitiv, „dvě sedminy *něčeho* nebo *z něčeho“*. A když to *něco* neznáme, dáme si tam nějaké naznačení toho množství, nejlíp písmeno, obvykle x, ale je to skoro jedno. Poslouží i čtvereček, jako okénko pro číslo, které se tam pak bude hodit. Dost důležité a dost obtížné je žáky naučit, že genitiv, ona předložka „*z“*, znamená v tomto případě vlastně *krát*, tedy násobení. Ale nechci odbíhat do metodiky.

Když se do gymnázia připravovaly naše tři děti, získali jsme zkušenosti nečekaně rozsáhlé. Především každé z nich prošlo jiným typem přijímaček. Anča klasickou češtinou, matematikou a OSP Scio. Bára po dvou letech pouze OSP Scio (!), Vojta po dalších dvou letech OSP Scio a klasickou češtinou. Anča získala přípravou na své přijímačky tolik, že z toho žila myslím ještě v sextě. Bára i Vojta se proto připravovali stejně intenzivně. A opětné zařazení klasické češtiny (diktát, rozbor...) si nakonec vymohla předmětová komise po zkušenostech s dětmi, které u přijímaček klasickou češtinu neměly. Kdo z uchazečů věděl, že projde pouhým Sciotestem a ani nesáhl na klasický typ přípravy, neumí teď vzít do ruky pravítko a kružítkoa český pravopis mu moc nejde. A moji sekundáni klasikou neprošli. Je zajímavé porovnat jejich umístění v přijímacích testech s tím, jak si vedou dnes. Ale ani na to zde není místo. Mohu říci jen to, že Sciotesty zachytí

1) uchazeče s dobrými nápady,
2) ty, co projdou kratším či delším nácvikem a na testy se připraví (trochu to jde, ale ne zcela; lze jen vysledovat optimální taktiku a typy příkladů, to je tak vše),
3) pár lidí, kterým to vyjde náhodou (na to je dobrá úloha z pravděpodobnosti...).

Nedají však žádnou informaci o tom, jak uchazeč dovede se svým nápadem pracovat, jak ho rozvine a kam až ho dotáhne, jakou má při této práci výdrž, jaké má návyky... Tedy vlastnosti pro studium hlavní a podstatné. Jsou to dobré testy, ale ne samy o sobě. Doporučuji kombinovat je s „klasikou“. Velmi zasvěceně o těchto věcech dovede pohovořit moje manželka, která naše děti před přijímačkami hodně vedla a sledovala. Vyzná se ve struktuře přijímaček mnoha škol za dlouhá období a ovládá taktiku i záludnosti Sciotestů dokonale. (Já jsem si na přípravu vlastních dětí moc netroufal, zvláště ne v matematice.)

Během přípravy našich dětí jsme sáhli dokonce i k velmi starým knížkám. Mám před sebou třeba učebnice „Mladý počtář“. Je jim přes sedmdesát let a jsou pochopitelně výpovědí o své době. Ale stavějí na zcela „moderních“ zásadách. Vše se odvozuje z praktického života. Hemží se to v nich úlohami o nakupující mamince, o dětech, které jí pomáhají a počítají s ní, otec pracuje, vydělává, investuje, řemeslníci měří, váží, vyrábějí, obchodníci kupují, prodávají, rozdělují a expedují zboží, děti si na to všechno hrají, počítají mince, vracejí nazpět drobné, rozměňují bankovky, ale také spoří, šetří, rozhodují se pro efektivní investice. Jsou tam úlohy tvořivého typu, odhadují se vzdálenosti, počítá se doba, za kterou se dostaneme do sousedních měst (není tam žádné konkrétní!) pěšky, na kole, na koni, autem, vlakem… Najdeme zde i úlohy dlouhodobějšího charakteru, návody na různá pozorování o prázdninách, na zpracování zápisů o tom, a tak podobně. Dnes by se možná tyto činnosti nazvaly „projekty“, ale vidím to tak, že jde o návraty ke starým dobrým věcem, které jsou svými „autory“ někdy bohužel vydávány za vlastní objevy.... Nihil novi...

Další malá vsuvka: Výmluvné jsou i některé osobní zkušenosti se základními vybavenostmi „odborníků“. Prodavačka v jistém supermarketu moji manželku dlouho přesvědčovala o tom, že čtvrt kila je sto dvacet pět gramů. To se stalo dvakrát, a jednou jsem u toho dokonce byl. Nebo: V Německu nám jeden řezník navážil 33 dkg salámu, i když jsme chtěli jen čtvrt kila (doslova ein Viertelkilo). Také nás dlouho přesvědčoval, že má pravdu. Možná měl ve škole rád nekonečné periodické zlomky, jako mnoho dnešních žáků. Ale 3 x 4 = 12 mu nenaskočilo. Konec další malé vsuvky.

Tenhle můj referát byl původně míněn jako prezentace souhrnu překvapení, která jsem zažil po mnoha letech v nižším gymnáziu. A pár jsem jich také skutečně (na konferenci) předložil. Domníval jsem se, že se svěřím, postěžuju si, popláču, zase se osvěžím (podle Jana Nerudy), ale stále mi chyběla jakási červená nit, táhnoucí se celým referátem. Nakonec jsem to vše konzultoval s kamarádkou psycholožkou. Chtěl jsem vědět nějakou typickou vlastnost věku 11 až 15 let, o kterou bych to všechno opřel. Konference se už blížila a do velkých rozprav nebylo možno se pouštět. Řekla mi jen klíčové sdělení: „Je to věk, kdy se velmi rychle, radikálně mění celý způsob jejich myšlení, stručně řečeno z konkrétního na abstraktní. Přelom je obvykle kolem dvanáctého roku“. A doporučila mi přečíst si alespoň několik vybraných stránek z publikace Jean Piaget, Psychologie inteligence.

Tedy jsem se začetl. Na dlouhá studia už nebyl čas, ale nevycházel jsem z údivu. Piaget hovoří o systému formálních operací (soudy o soudech, úvahy o úvahách, myšlení o myšlení...), o umění operovat se stále abstraktnějšími pojmy, dokonce o uvažování v symbolech. Tohle všechno je vlastně ono! Právě tady to mým sekundánům skřípalo a skřípe, právě tady musíme všichni společně něco nového zdolat. Možná právě proto mi jinak výborná studentka Petra píše 2/7 = 10. Sice se už docela dobře kamarádí s čísly (a tedy se soudy o konkrétních věcech), ale dosud se neskamarádila s proměnnými, jejichž zavedení umožňuje soudy o věcech abstraktních. A možná právě proto ještě dost sekundánů „neumí“ vzoreček $(a + b)^2$, i když ho odříkají, napíšou, dovedou nakreslit onen známý „kapesník“, který jej interpretuje geometricky, ale dosud vzorec nepoznali ve výraze $(1 + a)^2$, a dokonce ani v $(1 + 2/3)^2$, což prý je 13/9.

Dovolím si zde ocitovat klíčový odstavec zmíněné Piagetovy knihy:

„Reflexivní myšlení, charakteristické pro adolescenta, začíná v 11-12 letech od okamžiku, kdy subjekt se stává schopným usuzovat hypoteticko-deduktivně, tj. o prostých předpokladech,

nesouvisejících nutně se skutečnosti nebo s jeho domněnkami, přičemž se spoléhá na důslednost samotného usuzování (vi formae), nikoli na soulad závěrů se zkušeností.“

To je úplně přesně ono… Je pravda, že jsem se celou knihou ještě neprokousal. Psychologické texty nebývají na první pohled srozumitelné člověku mimo obor. Ale zmíněnému odstavci (a některým textům souvisejícím) rozumím zcela jistě, protože přesně popisuje a vyjadřuje mou novou zkušenost propadlíka do sekundy. **Nejde tedy o moji chybu, možná ani ne o chybu sekundánů, jsou to prostě věci, k jejichž poznání teprve přichází čas.**
Problém je ale v tom, že tenhle zlom nepřijde u všech ve stejnou chvíli. Za největší umění pedagoga teď považuji dokázat efektivně pracovat se skupinou žáků, vykazující v tomto ohledu velký rozptyl. Není dobře možné přizpůsobit tempo výuky těm, jejichž chvíle už přišla, ostatní by přece mohli právem zatrpknout. A věnovat se naopak pouze jim? To by ti časnější nejspíš pomalu, ale jistě zplaněli...

Mám tedy o čem přemýšlet. Především o tom, jestli jsem se tohle všechno mohl dozvědět už během studia, ale nějak mi to uniklo („nebyl jsem zrovna ve škole“). Nebo jsem se to možná dozvěděl, jenže při práci s maturanty zase zapomněl. Vzpomínám si dobře na přednášky, zapsané v indexu jako „psychologie – Hyhlík“, ano, byly velmi zajímavé, ale obsah se mi již vytratil. Zajímalo by mě dále, jestli tohle všechno vědí tvůrci RVP. Někdy mám dojem, že (opět nová) reforma pouze přemísťuje učivo, nebo k tomu aspoň dává prostor učitelům, o kterých nevím, zda jsou informováni. A rád bych věděl - a to považuji za zcela zásadní, jestli na litomyšlských konferencích někdy proběhly přednášky odborníků-psychologů o tomto tématu, které sám pro sebe pracovně nazývám „11-12“. Velmi naléhavě doporučuji takovou přednášku, co nejplenárnější, na některý program zařadit. Nebo uspořádat ještě mimo dvouletý cyklus, a to co nejdřív, akci nazvanou „Dva dny s psychologií věku 11-15“ (nebo nějak podobně), kde by se o těchto věcech vážně jednalo. Neměl by to být problém.

Ale sám nesmím ztrácet páru. Už totiž v sekundě nejsem. Čas letí a mně se podařilo postoupit se svými sekundány do tercie. A ještě i zde mohu využívat jejich dosud upřímné hravosti, zvídavosti a poměrně snadné nadchnutelnosti. Hledám k tomu všechny příležitosti. Pozorujeme fáze Měsíce, Venuši v roli Jitřenky či Večernice, protože o těchto nebeských tělesech máme v matematice hodně příkladů na velká čísla a mocniny deseti. A když se počítá příklad o poměru hmotností Země a Slunce, řeknu pouze: „Jan Neruda. Kdo zjistí, proč jsem tohle jméno teď vyslovil, dostane tři malé jedničky, z matematiky, fyziky a češtiny.“ (Jejich češtinářka na tohle naštěstí slyší.) A byla to již zmíněná šikovná Petra, která mi druhý den hlásila, že by to mohlo souviset se sbírkou Písně kosmické. Pak tam skutečně našli Zpěv XXII. „Seděly žáby v kaluži...“ a sloku, končící „ze Slunce že by nastrouhal / na tři sta tisíc Zemí!“. Tu básničku máme na nástěnce. Je v ní toho o matematice a fyzice víc. Vedle visí text Karla Čapka „Pohled ke hvězdám“… Při probírání čoček jsem jednou řekl významným hlasem slova „palčivé sklíčko“. Dostal jsem odkazy asi na tři či čtyři dětské knihy, kde se o spojce mluví, sám jsem čekal jen Poláčka Bylo nás pět. Toho ovšem objevili taky. Největší nadšení a jásot ovšem vzbudilo házení plastové láhve s vodou z okna, kterýžto úkon je studentstvu přísně zakázán. Demonstrovali jsme totiž beztížný stav. Jakmile začne děravá láhev padat, voda okamžitě vytékat přestane. Co asi tak může zmizet ve vztahu pro hydrostatický tlak p = ř .h.g? Hustota? Výška hladiny? To jistě ne, takže zbývá tíhové zrychlení g. Když jsem láhev pustil dolů a seběhl z druhého patra k pozorovatelům před školu, nebralo nadšení konce.

Poslední velké překvapení mi terciáni přichystali právě v době psaní tohoto příspěvku.Vyzval jsem je v hodinách cvičení z matematiky, aby sami vymýšleli příklady na trojčlenku. Moc mě potěšilo, na jak rozmanité situace přišli a jak obratně se někteří dokázali pohybovat na pomezí vážnosti a recese (třeba příklad o tom, za jak dlouho kolik myší sežere učitelovi různý počet knih…).
Máme teď opravdu dost příkladového materiálu, a asi uspořádáme tak trochu soutěžní přehlídku trojčlenkových úloh s přiměřeně veselými odměnami.

O dalších podobných akcích snad už není potřeba mluvit. Snažím se studenty zaujmout třeba i bouráním oněch umělých přihrádek, školsky vymezujících jednotlivé předměty, aby nám poznatky v jednom oboru mohly pomáhat také v oborech jiných.

Na konec tedy shrnutí. Co mi přineslo moje „propadnutí do sekundy“?

1) Především jsem se ocitl mezi sympatickou mládeží, která si ještě dovede občas i spontánně hrát. Dostal jsem se do světa velké radikální změny jejich myšlení, která na jedné straně způsobuje značnou zátěž, neboť průchod celé třídy tím obdobím se neuskuteční najednou. Ale na straně druhé umožňuje dobré podchycení a nasměrování, když se o tom ví. Je to vynikající dependance k prožitkům s jejich staršími kamarády-maturanty, ti také něco podobného prožívají. Je velmi přínosné obě tato období změn sledovat, trochu je nenápadně řídit a poučovat se z nich.

2) Získal jsem poznání, že současná (opět nová) reforma našeho školství je pouhým návratem k (doufejme) tomu dobrému z toho, co tu už dávno a dávno bylo. Že není potřeba nic nového objevovat, na nic nového není třeba přicházet. Že se objevuje dávno objevené a přezentuje se dnes pod jinými krkolomnými názvy. A že se mnohdy vracíme nejen k dobrým věcem, ale bohužel i ke starým nešvarům. Jak vidí do minulosti tvůrci (opět nové) reformy? Co o minulosti víme my učitelé? Zvláště ti později narození. A chceme vůbec znát minulost? Nebo nám v tom něco brání? Nebo nám v tom *někdo* brání? Kdo? A proč asi? Nebojme se o tom přemýšlet, nebojme se jednat.

3) Poznal jsem pocit velké zodpovědnosti učitele, pracujícího s nižšími věkovými skupinami. Ta zodpovědnost s klesajícím věkem svěřených žáků výrazně vzrůstá. Co se opomene nebo dokonce pokazí u malých dětí, velmi těžko se později napravuje.

Pamatuji ze svého dětství a mládí na zkušené učitele-odborníky, jejichž výchovné působení mě nasměrovalo dál. Byli to většinou prostí lidé, jejich odbornost z nich nevyzařovala na první pohled. A přesto na mě dodnes působí. Vzpomínám na ně s vděčností. Jejich metodami a pomocí jejich předaných zkušeností se snažím vzdělávat a vést dál své studenty. Nejen gymnazisty, ale i budoucí učitele na KDM UK.

4) Pocítil jsem nezbytnost pečlivého vzdělávání učitelů v psychologických oborech. Měl by to být neustálý proces, korigovaný poznanou nutností, narůstajícími zkušenostmi a aktuální potřebou. S despektem a skepsí se dívám na hesla typu „maturanti za katedrou“. Nebo snad chceme ponechat tak subtilní a zodpovědnou činnost, jako je výchova -náctiletých nebo ještě mladších dětí pouhé intuici a v lepším případě nadšení dvacetileté mládeže?

5) Se zájmem a obdivem jsem se seznámil s představami, které o podobných problémech měla Božena Němcová. Vložila je do vynikající povídky Pan učitel. Mnoho let už mě dělí od povinné školní četby a dokázal jsem se proto na tyto řádky podívat jinýma očima. Udělejte to také. Možná i ve vás začne klíčit poznání, že vše, o čem dnes tak košatě debatujeme a co se tak důležitě snažíme řešit, bylo vyřešeno už dávno.

Pozn.: Po konferenci mi někteří starší učitelé sdělili, že povídka Pan učitel byla za jejich mládí na pedagogických fakultách povinnou četbou.

Použitá literatura:

Baar Jindřich Šimon: Hanýžka a Martínek. Novina, Praha 1939, str. 24 - 35

Lada Josef: Mikeš. SNDK 1968, 6. vydání, str. 75 - 78

Němcová Božena: Divá Bára a jiné prózy, povídka Pan učitel.
Československý spisovatel 1983, 1. vydání, od str. 241

Neruda Jan: Písně kosmické, zpěv XXII. …….

Piaget Jean: Psychologie inteligence. SPN 1966, 1. vydání, str. 126

Poláček Karel: Bylo nás pět. …….

Jak jsem nakonec prošel i do gymnázia, ale stejně zase propadl...

Mgr. Karel Otruba

Mírně upravený text ze sborníku konference „Jak učit matematice žáky ve věku 11 – 15 let“,
Litomyšl, 2009

Tento text volně navazuje na můj příspěvek „Jak jsem propadl do sekundy“, pronesený v Litomyšli před dvěma lety na minulé konferenci „Jak učit matematice žáky ve věku 11 – 15 let“. Hlavní myšlenkou je v obou případech konstatování zvláštností žáků tohoto věku objevujících se u nich ve vztahu k přijímání nových poznatků v matematice, a to z pohledu učitele, který po dlouhou dobu působil především v předmaturitních a maturitních ročnících. Je známo, že u starších studentů dochází právě v okolí přelomu septimy a oktávy ke značnému vývojovému posunu, jednoduše řečeno, stávají se z nich dospělí lidé (zde má také původ slovo *maturita*, znamenající *zkouška zralosti*). Když jsem začal učit také v sekundě, s překvapením jsem objevil rovněž velmi zajímavý vývojový zlom i v tomto věku. Dal by se charakterizovat jako *přechod z myšlení konkrétního na myšlení abstraktní*. Potvrzení této domněnky jsem našel jednak při konzultacích se svou známou psycholožkou (která se celoživotně věnuje vývojové a pedagogické psychologii se specielním zaměřením na psychologii učení), jednak v odborné literatuře (např. J. Piaget: Psychologie inteligence). Tomuto prvnímu setkání s věkem 11 – 15 let a jeho (z mého pohledu) zvláštnostem jsem se podrobněji věnoval v minulém příspěvku.

Při prvním setkání se sekundány mi ovšem dost věcí uniklo, ale po mém opětovném „propadnutí“ do nižších ročníků se v tomto školním roce objevilo dost dalších příležitostí. Tentokrát však už jsem byl připraven, a údiv z prvního poznání jsem tedy tak dramaticky neprožíval. Tím se mi ovšem otevřel prostor k daleko podrobnějšímu sledování celé záležitosti a k získávání poznatků, které mi před třemi lety unikly.

Moje staré poznatky z někdejší tercie (dnes už kvinty) se znovu opakovaly a potvrzovaly. Přibyly k nim však další, dříve nepovšimnuté. Snad to bylo proto, že jsem se hned zpočátku snažil terciány zbavit ostychu před kladením otázek. Občas možná přehlédneme, že se nás žáci na mnoho věcí prostě bojí zeptat. Snad se jim zdá, že by se otázkou v lepším případě před námi nebo před třídou shodili, v horším případě získali (možná i trvalou) nálepku studenta, kterému nejsou jasné naprosto samozřejmé věci a podobně. Měli bychom si dávat velký pozor na to, aby naše reakce na jejich otázky u nich takové pocity nevzbuzovaly. Už odpověď začínající slovy „...ale to je přece jednoduché“, kterými možná chceme tazatele povzbudit a zaplašit hned zpočátku jeho představu, že jde o věc složitou, může mít negativní dopad a obrátit se proti nám. Mám zkrátka pocit, že se jednoho krásného dne terciáni přestali ostýchat klást otázky. A já jsem měl náhle možnost vidět některé problémy jejich očima, problémy, které jsem sám už dávno přestal vnímat, a možná některé z nich nikdy ani neměl (nebo spíš na ně dávno zapomněl). Začal jsem postupně získávat dojem, že neporozumění některým věcem může plynout ne snad jen z nedostatku dispozic a píle, ale naopak (a zdánlivě paradoxně) z velké důslednosti, nebo lépe řečeno z vnímání některých nedůsledností, na které jsme si my starší dávno zvykli. Zde jsou dva příklady takových otázek:

1) Je 3x totéž co 3.x ?
Koho z nás by taková otázka napadla? Jistě, problém dost těsně souvisí s přechodem na abstraktní myšlení, což je jedním z problémů terciánského věku. Dalším je zatím nedostatečné zažití pojmu *proměnná veličina.* Ale jistě se za tím skrývají i jiné věci. Napadlo mě přirovnat tuto otázku k situaci tří kamarádů v restauraci. Každý si objedná guláš. Číšník volá do kuchyně: „Třikrát guláš!“, a pak jim přinese tři guláše. Slova *třikrát guláš* tedy znamenají totéž, co *tři guláše*. Možná také vadí nesklonnost slova *iks* pro symbol x . Kdybychom x skloňovali (jako skloňujeme slovo *guláš)* a říkali *tři iksy*, bylo by asi daleko jasnější, že *tři iksy* znamenají *třikrát iks*. Jenže to ještě není vše. Student tercie již ví, že písmeno x zastupuje nějaké číslo, což se mu možná v myšlenkách

zjednoduší na *x je číslo*, a už mu není jasné, proč by 3x mělo být 3.x, protože například 37 a 3.7 také není totéž. Navíc ho spolehlivě zmate zápis smíšených čísel, 3⅔ se přece také nerovná 3.⅔. A když se na tohle všechno ještě bojí zeptat...

2) Je *dvě iks lomeno třemi* totéž, co *dvě třetiny iks*? A je to i *dvě třetiny krát iks*?

Tady možná zafungoval jazykový cit, protože v prvním případě je *iks* v nominativu, ve druhém případě v genitivu, ve třetím případě opět v nominativu. A mnozí terciáni to jistě správně cítí, i když tvar *iks* je nesklonný. Dotaz na ekvivalentnost druhého a třetího případu je problém z bodu 1).

Nakonec jsem se podobným otázkám přestal divit. Cítil jsem v nich projev důslednosti začátečníka dosud nezběhlého v zavedených konvencích. Třeba se ty konvence dříve málo procvičovaly, ale nechci lézt do svědomí svým předchůdcům. Převládla ve mně radost z odvahy studentů se zeptat.

Ale čas běžel dál. Po základním nácviku řešení rovnic jsme se dostali ke slovním úlohám. Dalo by se hodně debatovat o tom, co je a co není slovní úloha, ale tím jsme se zatím netrápili. Obvykle se začíná textem jednoduchého příkladu, ten se převede do jazyka matematiky atd. atd. Napadlo mě trochu si zaexperimentovat i zde. Zvolil jsem postup úplně obrácený. Napsal jsem na tabuli docela jednoduchou rovnici 4x + 5 = 17 a vyzval jsem studenty, aby se zkusili zamyslet nad tím, jakou situaci by tato rovnice mohla vystihovat. To byla otázka samozřejmě úplně nečekaná a třída nejprve nevěděla, která bije. Zkusil jsem to tedy sám: „Mám několik jablek. Kdybych jich měl čtyřikrát tolik a pak ještě dostal dalších pět, měl bych jich celkem sedmnáct. Kolik jablek mám teď?“ A už se hlásil J. Š. (který se hlásí skoro stále): „V každém ze čtyř košíků je stejné množství housek, na talíři leží dalších pět. Celkem je jich sedmnáct. Kolik housek je v každém košíku?“ Musel jsem uznat, že tento nápad je dokonce mnohem lepší než můj, neboť výraz 4x je zde daleko lépe interpretován, bez poněkud již omšelého slova *kdybych*. To už se ale hlásil také student J. P. : „Mám sedmnáct karet. Pět odložím stranou na stůl a zbytek rozdělím do čtyř hromádek. Kolik karet je v každé hromádce?“ Další elegantní nápad a další nový postřeh, J. P. čte rovnici zprava doleva a o přestávce asi hrává se spolužáky karty.

Tato činnost začala najednou terciány náramně bavit. Dodatečné hledání příběhů k předem dané snadné rovnici je nečekaně oslovilo. Napadlo mě, že kdybychom začali klasicky, tedy slovním zadáním těchto nebo podobných jednoduchých problémů, studenti by se je určitě snažili řešit úvahou (jako to dělali doposud) a sestavování rovnic by mohli považovat za zbytečnost. A možná si takhle do podvědomí vloží i pocit, že mnohé komplikované texty mohou někdy vést ke snadným rovnicím. Bude se jim to v dalším studiu hodit.

V následujících hodinách se objevila na tabuli celá řada velmi jednoduchých rovnic a vyprávěly se k nim příběhy, které prozrazovaly značnou fantazii svých autorů. Uvedu zde tři z nich:

1) x + 10x + 10 = 2760

Cestou na dovolenou jsme urazili 2760 km. Letadlem desetkrát víc, než autobusem na letiště. Zbylých 10 km z letiště do hotelu jsme jeli taxíkem. Kolik km jsme urazili letadlem a kolik taxíkem?

2) 3x + 6 = 4x + 1

Včelař Pavel má tři úly se stejným počtem včel. Šest dalších včel létá venku. Kristýna má čtyři takové úly a jedna její včela létá venku. Kolik včel je v každém úle? (Tady bylo nutno zadání poněkud upřesnit, a dále vysvětlit, proč je úloha poněkud absurdní, ale tím jsme se dostali k mezipředmětovým vztahům, matematika a biologie...)

3) $x + 2(x + 10) = 35$

Do tábora přijelo postupně dvakrát za sebou o deset skautů víc, než tam bylo na začátku. Tím jejich celkový počet vzrostl na třicet pět. Kolik jich tam bylo před oběma příjezdy? (Autorka je skautka.)

Každý student si pak připravil za domácí úkol alespoň dva příklady tímto postupem:

1) Zvolil hodnotu, která nakonec vyjde (např. $x = 7$)
2) Sestavil jednoduchou rovnici (pokud možno se závorkami a zlomky), která má zvolené řešení (např. $(2x + 4)/3 = x – 1$)
3) Vymyslel příhodu, kterou tato rovnice popisuje, např.:

Dostala jsem od babičky a od dědečka stejný počet žvýkaček. Strýček mi dal pak ještě čtyři. O všechny jsem se pak podělila se sestrou a bratrem rovným dílem. Zbylo mi o jednu méně, než mi dal dědeček. Kolik žvýkaček mi dala babička?

Vzniklo tak asi šedesát příkladů na velmi jednoduché slovní úlohy pro začátečníky. Co s nimi mohou studenti dělat?

a) Prezentují je veřejně u tabule.
b) Nechávají své příklady řešit spolužáky (tj. sestavit a řešit úlohu podle příběhu).
c) Zapíší svou rovnici na tabuli a vyzvou spolužáky k sestavení příběhu. Různé nápady se pak porovnávají a hodnotí.
d) Mohou je dát komukoli k dispozici prostřednictvím webu http://priklady.spolupraceskol.cz, kde již existuje neustále se rozšiřující sbírka řešených studentských příkladů s názvem „Studenti sobě“. Jsou v ní vítána nejen zajímavá zadání, ale i netradiční způsoby řešení.

(Tato sbírka vznikla v rámci projektu „Netradiční formy spolupráce“ na PřF UP v Olomouci.)

Co se zatím ukázalo? Vidění *svého* problému *zevnitř* velmi pomáhá následnému proniknutí do *jiného (cizího)* problému *zvnějšku,* tedy do klasicky předložené slovní úlohy. Studenti začátečníci prožívají velmi příjemný a povzbudivý pocit: *Vím, jak se to asi dělá.* Vžívají se tedy do role autora učebnice, která se jim tak může stát knihou o dost bližší, než tradičně bývá. Trochu mi to připomíná můj vlastní dávný klukovský zážitek. Často jsem tehdy jezdíval vlakem, ale jednou mě vzal jeden známý strojvůdce k sobě na lokomotivu. A tehdy jsem tu cestu prožíval úplně jinak...

Některé příhody nám dokonce pomohly přirozeným způsobem objasnit i pár klasických problémů. Uvedu zde dva z nich, *minus před závorkou* a *distributivní zákon.*

Příhoda: Petr a Pavel sbírají krabičky od sirek. Petr už nějaké měl. Tatínek mu jich jednou přinesl čtrnáct. Pak dal Petr Pavlovi o tři krabičky méně, než měl na začátku... atd., (pro náš problém není pokračování důležité). Levá strana rovnice může vypadat takto: $x + 14 – (x – 3)$. Představa: Kdyby dal Petr Pavlovi tolik, co měl na začátku, vyjádřil by to zápis $x + 14 – x$ (a zbylo by mu jich 14). Dal-li mu o tři méně, zbylo mu jich samozřejmě o tři víc: $x + 14 – x + 3$ (tedy 17). Změna znamének při odstranění závorky, před kterou je znaménko minus, je při této interpretaci velmi srozumitelná.

Tohle je ovšem specielní případ obecnějšího distributivního zákona. Minus před závorkou znamená, že je před ní číslo minus jedna. Slovy *je před závorkou* vyjadřujeme, že tím, co před ní *je*, se má ta závorka vynásobit. A vynásobit závorku tím, co před ní je, znamená vynásobit tím to, co je v závorce. Asi se divíte, proč tohle píšu. Zamyslete se však někdy nad tím, jaké ustálené a zažité vyjadřovací fráze máme (my učitelé) pro obvyklé úkony a činnosti, ale žákům začátečníkům ty fráze nemusejí nic říkat, nebo – což je horší – si je vykládají po svém a špatně. Vezměme například frázi „vynásobíme závorku pěti“. Copak někdy násobíme nějakým číslem závorku? Jenže tohle už je řeč o používání speciálního jazyka, a naznačené úvahy by nás zavedly hodně daleko, až k problémům užívání jazyka vůbec a k výuce jazyků cizích. Vím, o čem mluvím, neboť velmi intenzivně sleduji, jak se cizím jazykům učí moje vlastní děti. Jak se jim učí ve škole a jak se jim učí delším pobytem v cizojazyčném prostředí. A na tohle téma by se mělo už také něco zásadního napsat...

Ale vraťme se k distributivnímu zákonu. Problém typu $5(x + y + z) = 5x + 5y + 5z$ se mi podařilo terciánům zřetelně vysvětlit pomocí tohoto (zde zestručněného) vyprávění: Rodina má pět členů. Malá Jana rozdává před společným jídlem na stůl příbory. Příbor – to je (lžíce + vidlička + nůž). Chce-li dát na stůl pět příborů, musí si přichystat pět lžic + pět vidliček + pět nožů.
A máme-li zůstat u příkladů kolem kuchyně a jídla, lze se zmínit také třeba o objednávce této pětičlenné rodiny v restauraci: „Pětkrát řízek se salátem!“ Pro kuchaře to znamená připravit pět řízků a pět porcí salátu.

Mimochodem, tyto příklady vypadají jako velmi triviální, jasné a průhledné, ne-li dokonce poněkud naivní. Ale o tu jasnost a průhlednost přece jde. Kdyby se nám učitelům podařilo najít na všechny (zdánlivě) složité věci jednoduchá a jasná přirovnání, průhledné „samozřejmé“ příklady a naprosto triviální, dávno známé anologie, ubylo by ve škole mnoho potíží. A všimli jste si, že se celá školská matematika vlastně opírá o samé jasné a samozřejmé skutečnosti a staví na nich? Jde jen o to, abychom o tom co nejdříve dokázali přesvědčit i žáky.

Napadá mě ještě jeden příklad, i když jde o látku vyšších tříd. Kalorimetrická rovnice. Ta není ničím jiným, než pomocí matematického jazyka vyjádřené triviality, že „teplo odevzdané teplejším tělesem chladnějšímu je teplo, přijaté chladnějším tělesem od teplejšího“. Je to úplně stejně triviální, jako věta „peníze, které dává kupující prodavači, jsou peníze, které prodavač od kupujícího přijímá“. Nebo – jako o pár řádků výš – „dal-li mu o tři méně, zbylo mu o tři víc“.

Měli bychom se více zamýšlet nad podobnými příležitostmi. A nenechme se odradit tím, že naše příklady a analogie budou třeba někdy mírně pokulhávat a že naše vyjadřování zpočátku možná ani nebude vždycky rigorózně přesné. Především musí být žákům srozumitelné. Žáci začátečníci, kteří časem dobře pochopí podstatu věci, sdělenou jim jazykem pro ně srozumitelným, přijdou brzy sami na to, jak je zapotřebí původní vyjádření postupně zpřesňovat.

Uvedená práce s rovnicemi a slovními úlohami k nim vedoucími nám přinesl ještě některé další poznatky, ale o těch se zmíním snad zase jindy, až se nové věci zažijí a usadí. Na závěr jen ještě podotknu, že tento způsob studenty velmi zaujal a jistě jim i poněkud usnadnil náročné pronikání do učební látky, která je tradičně chápána jako ne zrovna příliš jednoduchá.