

Úvod do fyziky mikrosvětla - příklady do cvičení -

První atomistické úvahy

1. Benjamin Franklin byl zřejmě první, kdo odhad velikosti molekul podepřel experimentálním výsledkem: zjistil, že 5 cm³ oleje, vylitých na klidnou vodní hladinu, vytvoří souvislou vrstvu o ploše 0.2 ha. K jakým závěrům o velikosti základních stavebních látek mohl na základě tohoto pozorování dospět? Jaké předpoklady přitom musel učinit? Lze tento postup považovat za důkaz diskrétní struktury látek?
2. Roku 1865 vyšel Joseph Loschmidt z představy, že zkapalněním plynového tělesa zaujímavějšího objemu V_{pl} (o němž předpokládal, že obsahuje N molekul) vznikne kapalinové těleso, jehož objem V_{kap} je přibližně roven N násobku objemu jedné molekuly. S použitím výrazu pro střední volnou dráhu molekul \bar{l} , kterou zavedl o několik let dříve Rudolf Clausius, se mu podařilo vyjádřit průměr molekul a jejich počet v objemové jednotce plynu za normálních podmínek (tzv. Loschmidtovu konstantu) pomocí experimentálně zjistitelných veličin: poměru V_{kap}/V_{pl} , střední rychlosti molekul \bar{v} a koeficientu difuze D . Koeficient difuze, jenž je konstantou úměrnosti mezi hustotou difuzního toku a gradientem hustoty difundující látky, lze vyjádřit ve tvaru: $D = (\bar{v}\bar{l})/3$. Pokuste se jeho postup zopakovat a kriticky jej zhodnoťte.
Návod: Uvažte souvislost střední volné dráhy molekul s jejich průměrem a koncentrací.

Vyzařovací zákony, absolutně černé těleso

3. Najděte tvar vlnového pole v krychlové dutině za podmínky, že amplituda oscilací je na jejích stěnách nulová. Zjistěte počet stojatých vln v tomto rezonátoru, jejichž vlnová délka λ (resp. frekvence ν) leží v infinitezimálně malém intervalu $\langle \lambda, \lambda + d\lambda \rangle$ (resp. $\langle \nu, \nu + d\nu \rangle$).
Návod: řešte vlnovou rovnici pro radiační (resp. zářivé) pole pomocí separace proměnných, využijte podmínky pro amplitudu oscilací ze zadání a využijte literaturu, např. Beiser A., *Úvod do moderní fyziky*, Academia, Praha.
4. Určete střední hodnotu elektromagnetické energie vyzářené za časovou jednotku nábojem q konajícím harmonické kmity o kruhové frekvenci ω . Použijte Larmorův vztah.
5. Užitím Wienova zákona (jde o první obecnou formulaci vyzařovacího zákona od Wiena odvozeného na základě termodynamických úvah): $\rho(\nu) = \nu^3 f(\nu/T)$ pro spektrální hustotu energie rovnovážného tepelného záření se pokuste odvodit Stefan-Boltzmannův a Wienův posunovací zákon. Na základě získaných znalostí se pokuste načrtnout průběh funkce $\rho(\nu)$.
6. Ověřte, zda Planckův vyzařovací zákon:

$$\rho_P(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

(kde c je rychlost světla, k Boltzmannova konstanta a ν frekvence) splňuje obecný Wienův zákon (viz předchozí příklad) pro spektrální hustotu energie rovnovážného tepelného záření. Pokud ano, stanovte pro tento případ konstanty ve Stefan-Boltzmannově a Wienově posunovacím zákoně. Průběh funkce $\rho(\nu, T)$ načrtněte v závislosti na ν pro dvě různé teploty.

7. Ukažte, že Wienův posunovací zákon je limitním případem Planckova vyzařovacího zákona pro vysoké frekvence, zatímco Rayleigh-Jeansův zákon je jeho limitním případem pro frekvence nízké.
8. Přímým výpočtem se přesvědčte, že mezi frekvencí ν a vlnovou délkou λ záření, na něž připadá ve spektru absolutně černého tělesa maximální energie, neplatí obecný vztah $\nu=c/\lambda$ spojující frekvenci a vlnovou délku přes rychlost světla. Vysvětlete.

Fotony a fotoelektrický jev

9. Helium-neonový laser vyzařuje svazek červeného světla ($\lambda = 633 \text{ nm}$) o průměru 3,5 mm. Je-li výkon laseru 5 mW, kolik fotonů dopadá za sekundu na detektor v dráze svazku? Předpokládejte, že detektor absorbuje celý svazek.
10. Speciální zdroj vyzařuje monochromatické světlo o vlnové délce 630 nm. Jeho příkon je 60 W a účinnost převodu elektrické energie na světlo je 93 %. Kolik fotonů vyzáří zdroj za svou dobu života 730 h?
11. Odhadněte počet fotonů dopadajících do ok pozorovatele ze svíčky ($P \approx 1 \text{ W}$) vzdálené 1 km.
12. Brzdný potenciál pro elektrony emitované z povrchu ozářeného světlem o vlnové délce 491 nm je 0,71 V. Když změním vlnovou délku na novou hodnotu, brzdný potenciál se změní na 1,43 V. (a) Jaká je tato nová vlnová délka? (b) Jaká je výstupní práce pro daný povrch?
13. Číselná hodnota Planckovy konstanty (stejně jako jiných univerzálních konstant) se stanovuje srovnáním teoretických předpovědí s odpovídajícími experimentálními výsledky. Velmi jednoduchým způsobem jejího určení je změna brzdných napětí fotoelektrického jevu, příslušným dvěma různým monochromatickým zářením, dopadajícím na fotonku. Najděte hodnotu Planckovy konstanty na základě následujících experimentálních údajů: Pro modrou rtuťovou čáru $\lambda_1 = 436 \text{ nm}$ je brzdné napětí $U_1 = 0.83 \text{ V}$ a pro žlutou rtuťovou čáru $\lambda_2 = 578 \text{ nm}$ pak $U_2 = 0.13 \text{ V}$.

Comptonův jev

14. Klasická elektrodynamika nedokázala uspokojivě vysvětlit rozptyl rentgenového záření na vodivostních (resp. volných) elektronech – tzv. Comptonův jev. Velmi snadno lze tento efekt vysvětlit za předpokladu, že rozptyl záření neprobíhá spojitě, ale po kvantech. Najděte změnu vlnové délky záření při Comptonově rozptylu.
15. Určete procentuální změnu energie fotonu při comptonovské srážce pro $\varphi = 90^\circ$ pro záření (a) v oblasti mikrovln s $\lambda = 3 \text{ cm}$, (b) ve viditelném světle s $\lambda = 500 \text{ nm}$, (c) pro rentgenové záření s $\lambda = 25 \text{ pm}$, (d) pro γ -záření o energii fotonu 1 MeV.
16. Uvažujte srážku mezi rentgenovým fotonem s počáteční energií 50 keV a elektronem v klidu, při které se foton odrazil zpět a elektron dopředu. (a) Jaká je energie zpětně odraženého fotonu? (b) Jaká je kinetická energie elektronu?
17. Vypočtete kinetickou energii elektronu, na němž došlo ke Comptonovskému rozptylu fotonu záření o frekvenci ν_0 do úhlu φ .

Dualita částice a vlnění, vlnová funkce, relace neurčitosti, Schrödingerova rovnice

18. Vyjádřete de Broglieovu vlnovou délku relativistické částice, pohybující se s hybností p , pomocí její klidové energie m_0c^2 a pomocí,
- 1) její celkové relativistické energie E ($E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$) a
 - 2) její kinetické energie $T = E - m_0c^2$.
19. Jaké rozměry musí mít štěrby, vymežující pohyb elektronů a protonů v různých zařízeních (obrazovkách, urychlovačích částic apod.), aby se elektrony o energii 10 eV a protony o energii 1 MeV chovaly jako klasické částice a nevykazovaly výraznější difrakční jevy?
20. Svazek elektronů dopadá na přirozenou plochu monokrystalu pod úhlem $\nu = 60^\circ$ (měřeno od kolmice k povrchu) a maximum odražených elektronů se pozoruje pod úhlem rovným úhlu dopadu. Jakým napětím byly elektrony urychleny, jde-li o maximum n -tého řádu? Přitom konstanta krystalové mříže je $d = 0.24$ nm a lom elektronů v krystalu se zanedbává.
21. Jaké vlnové pole popisuje funkce:

$$\psi_k(x, t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)}$$

Určete: a) tvar vlnoploch, b) vlnovou délku, c) směr pohybu a d) rychlost pohybu.

22. Vyšetřete lokalizaci vlnového pole $\Psi(x, t)$, které vznikne superpozicí de Broglieových vln $\varphi_p(x, t)$ z intervalu hybností $p \in \langle p_0 - \Delta p/2, p_0 + \Delta p/2 \rangle$ (kde Δp je obecný parametr) v časovém okamžiku $t = 0$. Výsledkem je také přibližný vztah pro relaci neurčitosti. Vyjděte z následujícího vztahu:

$$\Psi(x, t) = \int_{k_0 - \frac{\Delta p}{2}}^{p_0 + \frac{\Delta p}{2}} c(p) \varphi_p(x, t) dp, \quad \text{kde } c(p) = C = \text{konst.}$$

Normujte vlnové pole na jedničku a určete konstantu C a amplitudu de Broglieovy vlny.

23. Za předpokladu $t = 0$ vytvořte klubko de Broglieových vln s následujícími koeficienty $c(p)$:

$$c(p) = \frac{1}{\sqrt[4]{2\pi} \sqrt[4]{\langle (p - p_0)^2 \rangle}} \cdot e^{-\frac{(p - p_0)^2}{4\langle (p - p_0)^2 \rangle}}, \quad p \in (-\infty, +\infty).$$

Ve stavu popsaném takto získanou vlnovou funkcí vypočtete střední hodnoty:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x |\Psi(x, 0)|^2 dx, \quad \langle p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} p |c(p, 0)|^2 dp$$

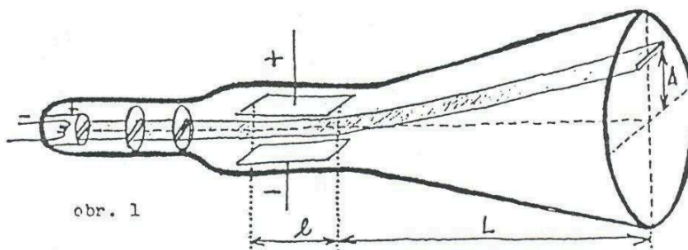
a tzv. rozptyly: $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$, $\langle (p - \langle p \rangle)^2 \rangle$.

24. Porovnejte neurčitost rychlosti elektronu a protonu, jsou-li obě částice uvězněny v oblasti s lineárním rozměrem 1 Å.
25. Porovnejte neurčitost δv rychlosti v makroskopického objektu (např. rozměru v řádu mikrometrů) související s určením jeho polohy s přesností δx se změnou této veličiny Δv způsobenou nárazem molekuly vzduchu.

26. Proton a deuteron (má stejný náboj, ale dvojnásobnou hmotnost) dopadnou na bariéru o tloušťce 10 fm a výšce 10 MeV. Obě částice mají před dopadem kinetickou energii 3 MeV. (a) Jaký je koeficient průchodu každé z částic? (b) Jaké jsou jejich kinetické energie po průchodu bariérou, pokud bariérou projdou? (c) Jaké jsou jejich kinetické energie, pokud se od bariéry odrazí?
27. Uvažujte bariéru potenciální energie o výšce $E_{p0} = 6$ eV a tloušťce $L = 0,7$ nm. Jaká je energie dopadajícího elektronu, jehož pravděpodobnost průchodu je 0,001?
28. Elektron je uvězněn v nekonečně hluboké potenciálové jámě šířky 100 pm a nachází se v základním stavu. Jaká je pravděpodobnost toho, že elektron bude detekován v intervalu šířky $\Delta x = 5$ pm kolem bodu x o souřadnici (a) 25 pm, (b) 50 pm a (c) 90 pm. (Zvolený interval je tak úzký, že v něm můžete považovat hustotu pravděpodobnosti za konstantní.)
29. Částice je vázána v nekonečně hluboké potenciálové jámě šířky L . Je-li částice v základním stavu, jaká je pravděpodobnost, že se nalézá mezi body (a) $x = 0$ a $x = L/3$, (b) $x = L/3$ a $x = 2L/3$ a (c) $x = 2L/3$ a $x = L$.
30. Elektron je zachycen v krychlové krabici s rozměry $L_x = L_y = L_z = L$. Jakou hodnotu (v násobcích $h^2/(8mL^2)$, kde m je hmotnost elektronu), má (a) energie základního stavu elektronu, (b) energie jeho druhého excitovaného stavu a (c) rozdíl mezi energiemi jeho druhého a třetího excitovaného stavu? Kolik degenerovaných stavů má energii (d) prvního excitovaného stavu a (e) pátého excitovaného stavu. (f) Určete frekvenci, pro kterou může být světlo absorbováno nebo emitováno při přechodu mezi pěti nejnižšími hodnotami energie. Odpověď uveďte v násobcích $h^2/(8mL^2)$.

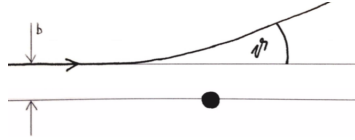
Modely atomu, Rutherfordův experiment, Bohrovy postuláty, Balmerův vztah

31. Rozhodující krok při vysvětlení podstaty katodového záření učinil anglický fyzik Joseph Thomson. Závěr, že jde o proud nabitých částic, podepřel experimentem, v němž elektrostatickým vychylováním mono-energetického svazku katodového záření určil jejich měrný náboj e/m .



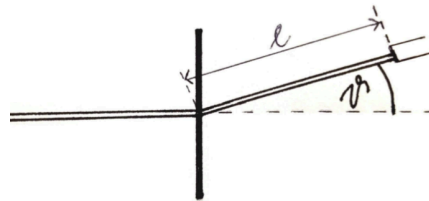
Vyjádřete měrný náboj částic katodového záření pomocí geometrických parametrů l , L Thomsonova experimentálního zařízení (viz obrázek výše), výchylky svazku na stínítku Δ , intenzity vychylovacího pole E a podélné rychlosti částic v . Zatímco určení hodnot veličin l , L , Δ , E žádné potíže nečinilo, experimentální stanovení podélné rychlosti v hypotetických částic bylo netriviálním problémem. Thomson ji určil vtipnou kompenzační metodou, jejímž základem bylo přiložení příčného magnetického pole na vychylovací prostor. Vysvětlete fyzikální podstatu takového postupu a vyjádřete na základě něj podélnou rychlost v pomocí snadno měřitelných veličin.

32. Diskutujte závislost velikosti maximální síly, jíž může kladný náboj Q atomu působit na proletující α -částici, na poloměru oblasti R , v níž je tento náboj soustředěn. (Předpokládejte, že tato oblast je kulová a náboj je v ní rozestřen rovnoměrně.)
33. Najděte souvislost mezi kinetickou energií α -částice T , srážkovým parametrem b (neboli záměrná vzdálenost) a úhlem rozptylu ϑ při Rutherfordově rozptylu (viz schéma níže).



Literatura: Beiser A., *Úvod do moderní fyziky*, Academia, Praha.

34. Vztah odvozený v předcházejícím problému nelze přímo konfrontovat s experimentem, protože nelze určit parametr b . Je třeba provést statistickou analýzu experimentálních dat. Odvoďte tzv. Rutherfordův vzorec pro rozptyl, tj. výraz udávající počet α -částic odchýlených od původního směru o úhel ϑ a dopadajících na jednotkovou plochu sondy detektoru umístěného ve vzdálenosti l od místa dopadu primárního svazku α -částic na fólii (viz obrázek níže).



35. Jaké závěry lze učinit na základě porovnání Rutherfordova vzorce s experimentálními výsledky?
36. Užitím aparátu klasické mechaniky odvoďte vztah spojující poloměr r kruhové dráhy elektronu v planetárním modelu atomu vodíku s velikostí rychlosti v , resp. frekvencí f jeho obíhání kolem jádra.
37. Odhadněte dobu života planetárního atomu. Návod: Celková energie elektronu obíhajícího po kruhové dráze o poloměru r se vypočte jako součet jeho energie kinetické a potenciální. Při úpravě tohoto výrazu vyjádřete velikost rychlosti v jeho obíhání pomocí poloměru dráhy r užitím výsledků z předchozího příkladu 34. Derivací tohoto výrazu podle času se dostane časová změna energie elektronu, pro niž platí i obecný vztah

$$-\frac{dE}{dt} = \frac{e^2 a^2}{6\pi\epsilon_0 c^3},$$

kde a je v tomto případě dostředivé zrychlení kroužícího elektronu.

38. Jedním z experimentálních faktů, na nichž ztroskotala začátkem 20. století klasická fyzika, je čarový charakter optických spekter atomů (vysvětlete). Ve spektrech atomů vodíkového typu (tj. atomů, resp. iontů, majících ve svém obalu jediný elektron) se sdružují spektrální čáry do sérií, v nichž jsou vlnočty (tj. $1/\lambda$) jednotlivých čar vyjádřeny tzv. zobecněným Balmerovým vzorcem

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

kde k (definující sérii), n (určující čáru v sérii) jsou přirozená čísla ($k < n$), Z je atomové číslo, R je Rydbergova konstanta. Na základě Bohrova modelu atomu určete: a) poloměry kruhových drah elektronu v atomu vodíkového typu, b) rychlost a energii elektronu na těchto drahách, c) vlnočty spektrálních čar atomu vodíkového typu.

39. Zjistěte, zda se sousední série v optickém spektru vodíku mohou překrýt.

40. Vlnočty čar tzv. Pickeringovy série vyhovují Balmerovu vzorci

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

modifikovanému tak, že n nabývá hodnot 2.5; 3; 3.5; 4 atd. Na základě Bohrova modelu atomu vodíkového typu objasněte její původ.

41. Jaký je poměr nejkratší vlnové délky z Balmerovy série a nejkratší vlnové délky z Lymanovy série?

42. Vypočtěte radiální hustotu pravděpodobnosti $P(r)$ pro atom vodíku v základním stavu ve vzdálenosti (a) $r = 0$, (b) $r = a$, (c) $r = 2a$, kde a je Bohrovův poloměr.

43. Vodíkový atom se nachází v klidu v kvantovém stavu s $n = 4$ a přejde do základního stavu za současné emise fotonu. Jakou rychlost získá vodíkový atom při emisi fotonu?

44. Vodíkový atom přejde ze stavu, ve kterém je hodnota jeho vazební energie (tj. energie potřebná k úplnému odtržení elektronu) rovna 0,85 eV, do stavu, v němž je hodnota jeho excitační energie (tj. energií rozdílu mezi energií příslušného stavu a základním stavem) rovna 10,2 eV. (a) Jaká je energie fotonu, který je při tomto přechodu emitován? (b) Určete o jaký přechod se jedná.

Mössbauerův jev

45. Objekt o hmotnosti M přechází do stavu s vnitřní energií E_f do stavu s vnitřní energií E_i ($E_f > E_i$) za současné emise fotonu. Najděte energii vyzářeného kvanta.

Soubory elektronových stavů (slupky a podslupky), rentgenové záření, lasery, spin elektronu

46. Stanovte maximální možný počet elektronů v jednotlivých slupkách.

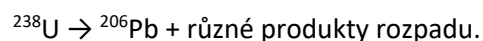
47. Proton i elektron mají spinové kvantové číslo s rovno $\frac{1}{2}$. V atomu vodíku v základním stavu ($n = 1$, $l = 0$) existují dvě energetické hladiny a jejich hodnoty závisí na tom, zda jsou spiny protonu orientovány souhlasně či nesouhlasně. Pokud atom přejde ze stavu s vyšší energií do stavu s energií nižší překlopením spinu, emituje foton o vlnové délce 21 cm. Radioastronomové zaznamenávají záření o této vlnové délce přicházející z hlubokého vesmíru. Jaké je efektivní magnetické pole (v důsledku magnetického dipólového momentu protonu) působící na elektron, který emituje toto záření?

48. Krychlová krabice o hraně L obsahuje osm elektronů. V násobcích $\hbar^2/(8mL^2)$ určete, jaká je energie základního stavu systému osmi elektronů. Předpokládejte, že elektrony spolu neinteragují, ale uvažujte spin elektronu.

49. Elektron o energii 20 keV ztratí dvěma po sobě jdoucími srážkami s jádry atomů veškerou svou původní energii a předá je dvěma vzniklým fotonům. Vlnová délka druhého fotonu je o 130 pm delší než vlnová délka prvního fotonu. (a) Určete kinetickou energii elektronu po první srážce. (b) Jaké jsou vlnové délky a energie obou fotonů?
50. Vazební energie elektronů ve slupkách *K* a *L* mědi jsou 8,979 keV a 0,951 keV. Rentgenové záření $K\alpha$ mědi dopadá na krystal NaCl a vychází po Braggově odrazu 1. řádu pod úhlem $74,1^\circ$ k rovině rovnoběžně s rovinami sodíku v krystalu. Jaká je vzdálenost mezi těmito rovnoběžnými rovinami?
51. Prochází-li sluneční světlo atmosférou Marsu, nastává ve výšce 75 km u molekul oxidu uhličitého přirozený laserový efekt. Energetické hladiny zapojené do tohoto procesu mají energie $E_0 = 0$ eV, $E_1 = 0,165$ eV a $E_2 = 0,289$ eV. K inverzi populace dochází mezi hladinami E_2 a E_1 . (a) Jaká vlnová délka slunečního světla vybudzuje molekuly k laserovému efektu? (b) V jaké oblasti elektromagnetického spektra leží excitační a laserem vyzářená vlnová délka?

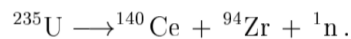
Jaderná fyzika

52. Máte rozebrat α -částici na nukleony tak, že se postupně oddělí proton, neutron a proton. Spočítejte (a) práci potřebnou v každém kroku, (b) celkovou vazební energii α -částice a (c) vazební energii na jeden nukleon.
- | | | | |
|-----------------|-----------|----------------|-----------|
| ${}^4\text{He}$ | 4,00260 u | ${}^2\text{H}$ | 2,01410 u |
| ${}^3\text{H}$ | 3,01605 u | ${}^1\text{H}$ | 1,00783 u |
| n | 1,00867 u | | |
53. Protože neutron nemá náboj, musí být jeho hmotnost určena jinak než pomocí hmotnostního spektrometru. Když se setká neutron s protonem (předpokládáme, že oba jsou téměř v klidu), spojí se a utvoří deuteron, přitom dojde k emisi fotonu γ -záření o energii 2,2233 MeV. Hmotnosti protonu a deuteronu jsou 1,007825035 u a 2,0141019 u. Vypočítejte z těchto údajů hmotnost neutronu na tolik desetinných míst, kolik uvedená data umožňují. (Můžete použít převodní faktor hmotnost-energie 931,502 MeV/u)
54. Uvažujte původně čistý 3,4 g vzorek izotopu ${}^{67}\text{Ga}$ s poločasem rozpadu 78 h. (a) Jaká je počáteční rychlost rozpadu? (b) Jaká bude rychlost rozpadu o 48 h později?
55. ${}^{238}\text{U}$ se rozpadá na ${}^{206}\text{Pb}$ s poločasem rozpadu $4,47 \cdot 10^9$ y. Ačkoliv rozpad probíhá v mnoha krocích, první krok má zdaleka nejdelší poločas rozpadu; proto můžeme zjednodušit popis jako přímý rozpad uranu na olovo a tedy



Při analýze vzorku horniny bylo zjištěno, že obsahuje 4,2 mg ${}^{238}\text{U}$ a 2,135 mg ${}^{206}\text{Pb}$. Předpokládejme, že při utváření neobsahovala hornina žádné olovo, takže všechno přítomné olovo pochází z rozpadu uranu. (a) Kolik atomů ${}^{238}\text{U}$ a ${}^{206}\text{Pb}$ vzorek nyní obsahuje? (b) Kolik atomů ${}^{238}\text{U}$ obsahoval vzorek v době, kdy se hornina utvářela? (c) Jaké je stáří vzorku?

56. 5 g dřevěného uhlí z dávného ohniště má aktivitu ^{14}C 63 rozpadů za minutu. Živý strom má aktivitu ^{14}C 15,3 rozpadů za minutu z 1 gramu. Poločas rozpadu ^{14}C je 5730 let. Jak starý je vzorek dřevěného uhlí?
57. Pracovník u rychlého reaktoru vážící 85 kg náhodně polkne 2,5 mg prachu ^{239}Pu . ^{239}Pu prochází α -rozpadem a má poločas rozpadu 24 100 y. Energie emitovaných α -částic je 5,2 MeV a RBE faktor je 13. Předpokládejme, že plutonium se nachází v pracovníkově těle po 12 h a že 95 % emitovaných α -částic je v těle pohlceno. Vypočtěte (a) počet polknutých atomů plutonia, (b) počet atomů, které se rozpadnou během 12 hodin, (c) energii pohlcenou v těle, (d) výslednou pohlcenou dávku (v Gy) a (e) ekvivalentní dávku (v Sv).
58. Vypočtěte energii uvolněnou při jaderném štěpení popsaném rovnicí (viz níže):



$$\begin{aligned} m(^{235}\text{U}) &= 235,043924 \text{ u}, & m(^{140}\text{Ce}) &= 139,905433 \text{ u}, \\ m(^1_0\text{n}) &= 1,008665 \text{ u}, & m(^{94}\text{Zr}) &= 93,906315 \text{ u}. \end{aligned}$$

59. Produktem radioaktivního rozpadu látky a (rozpadová konstanta λ_a) je látka b , která je rovněž radioaktivní (rozpadová konstanta λ_b) a rozpadá se na látku c . Zjistěte, jak se mění množství N_b látky b v závislosti na čase, bylo-li na počátku $N_b(t=0) = 0$. Načrtněte závislosti $N_a(t)$, $N_b(t)$, $N_c(t)$ za předpokladu, že poločas rozpadu a je menší než poločas rozpadu b , a látka c je stabilní.
60. Měření vzorku horniny z Měsíce na hmotnostním spektroskopu ukázala, že poměr počtu přítomných (stabilních) atomů argonu ^{40}Ar k počtu (radioaktivních) atomů draslíku ^{40}K je 10.3. Předpokládejme, že všechny argonové atomy vznikly rozpadem draslíku s poločasem rozpadu $1.29 \cdot 10^9$ let. Jaké je stáří horniny?

61. V Mendělejevově periodické tabulce vypadá políčko hořčíku takto: $\text{Mg} \begin{matrix} 12 \\ 24.312 \end{matrix}$. Existují tři

izotopy hořčíku:

^{24}Mg , atomová hmotnost 23,98504 u,

^{25}Mg , atomová hmotnost 24,98584 u,

^{26}Mg , atomová hmotnost 25,98259 u.

Výskyt izotopu ^{24}Mg je 78.99%. Určete výskyt zbývajících dvou izotopů.

62. Kolik atomů je obsaženo v 1 kg čistého ^{235}U ? (b) Kolik energie v joulech se uvolní při dokonalém štěpení 1 kg ^{235}U ? Uvažujte $Q = 200$ MeV. (c) Jak dlouho by tato energie umožnila svítit 100 W žárovce?
63. Kolik jader ^{235}U musí za sekundu neutrony rozštěpit, aby se uvolnila energie poskytující výkon 1 W? Uvažujte $Q = 200$ MeV.
64. Uvažujte štěpení ^{238}U rychlými neutrony. V jednom možném případě dochází k tomu, že není uvolněn žádný neutron a po několika β -rozpadech zůstanou jako konečné stabilní produkty

^{140}Ce a ^{99}Ru . (a) Ke kolika b-rozpadům celkem dojde, počítáme-li obě rozpadové řady dohromady? (b) Vypočtete Q . Potřebné hmotnosti jsou:

^{238}U	238,05079 u	^{140}Ce	139,90543 u
n	1,00867 u	^{99}Ru	98,90594 u

65. Spočtete výšku Coulombovy bariéry pro čelní srážku dvou deutronů. Za efektivní poloměr deutronu vezměte hodnotu 2,1 fm.
66. Slunce má hmotnost $2 \cdot 10^{30}$ kg a vyzařuje energii s výkonem $3,9 \cdot 10^{26}$ W. (a) S jakou rychlostí se přeměňuje hmotnost Slunce na jiné formy energie? (b) Jakou část své hmotnosti ztratilo touto cestou Slunce za dobu, kdy v něm asi před $4,5 \cdot 10^9$ lety začalo spalování vodíku?
67. Obyčejná voda obsahuje přibližně 0,015 % (hmotnostních) „těžké vody“, kde jeden ze dvou vodíkových atomů je nahrazen deuteriem ^2H . Jaký střední výkon můžeme získat, jestliže „spálíme“ během jednoho dne veškeré ^2H obsažené v 1 litru vody reakcí $^2\text{H} + ^2\text{H} \rightarrow ^3\text{He} + \text{n}$?
68. Neutrální pion se rozpadá na dva fotony záření gama: $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Spočtete vlnovou délku fotonů vzniklých při rozpadu neutrálního pionu, který je v klidu.
69. Který zákon zachování je narušen v dále uvedených rozpadových schématech? Předpokládejte, že rozpadající částice je v klidu a produkty rozpadu mají nulový moment hybnosti. (a) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu$, (b) $\mu^- \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$, (c) $\mu^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_\mu$.
70. Uvažujte pouze kvarky u, d, s. Vytvořte, je-li to možné, baryon s hodnotami (a) $Q = +1$ a $S = -2$ a (b) $Q = +2$ a $S = 0$.